

### Άσκηση 1<sup>η</sup>

Οι πελάτες μιας εταιρείας κοπής συσκευασίας και πώλησης ρολών αλουμινίου δύνανται να παραγγείλουν ρολά αλουμινίου πλάτους 60cm, 50cm, 30cm και 20cm. Τα ρολά αλουμινίου παράγονται από την εταιρεία Αλουμίνιο της Ελλάδος σε πλάτος 145cm του μέτρου και κόβονται από την εταιρεία σε μικρότερα πλάτη σύμφωνα με τις μεθόδους κοπής, που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Πλάτος (cm)	Μέθοδος κοπής											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
60	2	1	1	1	1							
50		1				2	2	1	1	1		
30			1	2		1		2	1		4	2
20	1	1	2	1	4		2	1	3	4	1	4

Πλάτος	Παραγγελίες σε ρολά
60cm	560
50cm	320
30cm	850
20cm	180

Για παράδειγμα, με την μέθοδο κοπής N° 3 από ένα ρολό πλάτους 1.45m κόβονται 1 ρολό πλάτους 60cm, 1 ρολό πλάτους 30cm, και 2 ρολά πλάτους 20cm έχοντας και μια απώλεια 15cm, καθώς με τις παραπάνω μεθόδους κοπής πολύ συχνά δημιουργούνται άχρηστα υπολείμματα (ρετάλια). Όλες οι παραγγελίες του τρέχοντος μηνός για τα συγκεκριμένα πλάτη φαίνονται στον παραπάνω πίνακα.

Να μοντελοποιηθεί το πρόβλημα ως ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού προκειμένου να ελαχιστοποιούνται οι απώλειες.

## Άσκηση 2<sup>η</sup>

Η εταιρεία Gloman παράγει 4 είδη προϊόντων: Α, Β, Γ, Δ. Κάθε μονάδα προϊόντος Α απαιτεί 2 ώρες φρεζαρίσματος, 1 ώρα συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας 10 €. Κάθε μονάδα προϊόντος Β απαιτεί 1 ώρα φρεζαρίσματος, 3 ώρες συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας 5 €. Κάθε μονάδα προϊόντος Γ απαιτεί 2.5 ώρες φρεζαρίσματος, 2.5 ώρες συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας 2 €. Τέλος, κάθε μονάδα προϊόντος Δ απαιτεί 5 ώρες φρεζαρίσματος, καθόλου ώρες συναρμολόγησης και χρειάζεται για την κατασκευή της υλικά αξίας 12 €.

Η εταιρεία διαθέτει 1,200 ώρες φρεζαρίσματος και 1,600 ώρες συναρμολόγησης τον μήνα. Επιπροσθέτως, δεν μπορεί να διαθέσει περισσότερα από 10,000 € το μήνα για την αγορά πρώτων υλών. Κάθε μονάδα προϊόντος Α αποφέρει κέρδος 40 €, κάθε μονάδα προϊόντος Β αποφέρει κέρδος 24 €, κάθε μονάδα προϊόντος Γ αποφέρει κέρδος 36 € και κάθε μονάδα προϊόντος Δ αποφέρει κέρδος 23 €. Μηνιαίως δεν είναι δυνατόν να απορροφηθούν από την αγορά περισσότερες από 200 μονάδες προϊόντος Α. Ακόμα, δεν μπορούν να πουληθούν πάνω από 160 μονάδες προϊόντος Γ, ενώ μπορεί να πουληθεί απεριόριστη ποσότητα μονάδων από τα προϊόντα Β και Δ. Η εταιρεία έχει μέσω συμβολαίου αναλάβει τη δέσμευση να πουλάει 100 μονάδες προϊόντος Δ τον μήνα σε συγκεκριμένο πελάτη της.

Η εταιρεία επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τα μηνιαία κέρδη της, μέσω της παραγωγής και πώλησης των 4 προϊόντων της. Να γίνει η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος.

### Άσκηση 3<sup>η</sup>

Μία τράπεζα θέλει να προγραμματίσει τις δραστηριότητες της για τον επόμενο χρόνο. Η τράπεζα προσφέρει πέντε τύπους δανείων, οι οποίοι δίνονται στον πίνακα μαζί με την ετήσια απόδοση στην τράπεζα.

Οι νομικές απαιτήσεις και η πολιτική της τράπεζας θέτουν τα ακόλουθα όρια στα ποσά των διάφορων τύπων δανείων. Τα προσωπικά δάνεια δεν μπορούν να ξεπεράσουν το 10% του συνολικού ποσού των δανείων. Το ποσό των προσωπικών δανείων και των δανείων για την αγορά εξοπλισμού δεν μπορεί να ξεπεράσει το 20% του συνολικού ποσού των δανείων. Το ποσό για τα δάνεια με υποθήκη πρώτης κατοικίας πρέπει να είναι τουλάχιστον το 40% του συνόλου των υποθηκών και το λιγότερο το 20% του συνολικού ποσού των δανείων. Το ποσό για τα δάνεια με υποθήκη δεύτερης κατοικίας δεν μπορούν να υπερβούν το 25% του συνολικού ποσού των δανείων.

Τύποι Δανείων	Ετήσια απόδοση (%)
Προσωπικά δάνεια	15
Δάνεια για την αγορά εξοπλισμού	12
Δάνεια για την αγορά αυτοκινήτου	9
Δάνεια με υποθήκη δεύτερης Κατοικίας	10
Δάνεια με υποθήκη πρώτης Κατοικίας	7

Η τράπεζα επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τα έσοδα από τους τόκους των δανείων, βάσει των ανωτέρω περιορισμών. Η τράπεζα μπορεί να δανείσει το μέγιστο 2 εκατομμύρια €.

Μοντελοποιήστε το πρόβλημα ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, χωρίς να το επιλύσετε.

#### Άσκηση 4<sup>η</sup>

Μία εταιρεία πουλάει δύο διαφορετικά προϊόντα Α και Β. Η τιμή πώλησης και το κόστος ανά μονάδα προϊόντος δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Τα δύο προϊόντα παράγονται με κοινή διαδικασία παραγωγής και πωλούνται σε δύο διαφορετικά καταστήματα. Η διαδικασία παραγωγής έχει δυνατότητα 30,000 ωρών εργασίας ετησίως. Απαιτούνται 3 ώρες να παραχθεί μία μονάδα προϊόντος Α και 1 ώρα να παραχθεί μία μονάδα προϊόντος Β. Μετά από επιθεώρηση των καταστημάτων, η εταιρεία πιστεύει πως ο μέγιστος αριθμός μονάδων προϊόντος Α που μπορούν να πωληθούν είναι 8,000 και ο μέγιστος αριθμός μονάδων προϊόντων Β που μπορούν να πωληθούν είναι 12,000 ετησίως. Τηρουμένων αυτών των περιορισμών, τα προϊόντα μπορούν να πουληθούν σε οποιοδήποτε συνδυασμό.

	Προϊόν Α (σε €)	Προϊόν Β (σε €)
Τιμή πώλησης	60	40
Μοναδιαίο κόστος	30	10

Μοντελοποιήστε το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, χωρίς να το επιλύσετε.

## Άσκηση 5<sup>η</sup>

Μία εταιρεία παράγει μεγάλους ηλεκτρικούς μετασχηματιστές. Η εταιρεία έχει παραγγελίες για τους επόμενους έξι μήνες. Το κόστος κατασκευής ενός μετασχηματιστή αναμένεται να ποικίλει κατά τη διάρκεια των επόμενων μηνών λόγω των αλλαγών στα κόστη υλικών και στα κόστη εργασίας. Η εταιρεία μπορεί να παράγει έως 50 μονάδες το μήνα στην κανονική διάρκεια εργασίας και ακόμα 20 μονάδες το μήνα αν γίνουν υπερωρίες. Τα κόστη για την κανονική διάρκεια εργασίας και για τις υπερωρίες δίνονται επίσης στον πίνακα.

Κάθε μετασχηματιστής που παραμένει απούλητος στο τέλος ενός μήνα μεταφέρεται στην αρχή του επόμενου, με ένα κόστος 500 €. Η εταιρεία έχει 15 μετασχηματιστές σε απόθεμα την 1<sup>η</sup> Ιανουαρίου και επιθυμεί να μην έχει λιγότερους από 5 μετασχηματιστές σε απόθεμα στις 30 Ιουνίου.

Μοντελοποιήστε το παραπάνω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, ώστε να καθορίσετε το βέλτιστο πρόγραμμα παραγωγής.

	Μήνες					
	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μάιος	Ιουν.
Παραγγελίες (σε μονάδες)	60	35	35	70	70	45
Κόστος ανά μονάδα που παράγεται στην κανονική διάρκεια εργασίας (σε χιλ. €)	18	17	17	18	19	19
Κόστος ανά μονάδα που παράγεται στις υπερωρίες (σε χιλ. €)	20	19	19	21	22	22

### Άσκηση 6<sup>η</sup>

Μία εταιρεία τροφίμων γνώρισε πρόσφατα δραστικές αλλαγές στις τιμές των πρώτων υλών και ο διευθυντής έχει δημιουργήσει μία ανάλυση για να επανεξετάσει τις αναλογίες των συστατικών που χρησιμοποιεί η εταιρεία στην παρασκευή αλλαντικών.

Η παρασκευή αλλαντικών περιλαμβάνει δύο βασικές απαιτήσεις για τα προϊόντα. Το ποσοστό πρωτεΐνης, κατά βάρος, πρέπει να είναι τουλάχιστον 15% και το ποσοστό του λίπους, κατά βάρος, δεν πρέπει να ξεπερνά το 30%. Η εταιρεία χρησιμοποιεί για ανάμειξη τα τέσσερα υλικά με τα χαρακτηριστικά που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα..

Μοντελοποιήστε το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού ώστε η εταιρεία να δημιουργήσει το ιδανικό πρόγραμμα ανάμειξης, το οποίο θα ελαχιστοποιεί το κόστος ανά κιλό παραγόμενου προϊόντος.

Συστατικά	Πρωτεΐνη (%)	Λίπος (%)	Κόστος ανά κιλό (σε €)
A	50	10	2.2
B	30	15	0.85
C	15	35	0.5
D	5	45	0.1