

## 1<sup>ο</sup> Ερώτημα

Έστω μια βιομηχανική επιχείρηση γαλακτοκομικών προϊόντων. Στην προσπάθειά της να διεισδύσει ακόμα περισσότερο στην αγορά γιαουρτιού παράγει μεταξύ άλλων δύο νέα προϊόντα σε οικογενειακή συσκευασία, τα οποία είναι:

- Προϊόν 1: συσκευασία ενός κιλού επιδόρπιου γιαουρτιού με άρωμα βανίλιας
- Προϊόν 2: συσκευασία ενός κιλού επιδόρπιου γιαουρτιού με κομματάκια σοκολάτας υγείας

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται τα δεδομένα του προβλήματος, όπως έχουν προσδιοριστεί για την παραγωγή μιας μονάδας από κάθε προϊόν:

| Πόρος   | Προϊόν 1   | Προϊόν 2   | Διαθέσιμη ποσότητα πόρου |
|---|--|------------|--------------------------|
|   | <b>Απαιτούμενη ποσότητα πόρου<br/>ανά μονάδα προϊόντος</b> |            |                          |
| Γάλα (λίτρα)                                    | 1  | 1          | 550                      |
| Εργασία (λεπτά χρόνου)                          | 1  | 3          | 1000                     |
| Παστερίωση και ψύξη<br>(λεπτά χρόνου)           | 2  | 5          | 2000                     |
| Μέγιστη ζήτηση<br>(μονάδες προϊόντος)           | 400  | χωρίς όριο |                          |
| Κέρδος ανά μονάδα<br>προϊόντος (σε λεπτά του €) | 150  | 200        |                          |

**Στόχος:** Η μεγιστοποίηση του συνολικού εβδομαδιαίου κέρδους από την πώληση των δύο προϊόντων.

Αντικειμενική συνάρτηση:  $\max (150x_1 + 200x_2)$

Περιορισμοί του προβλήματος:

$$x_1 + x_2 \leq 550 \quad (\text{γάλα σε λίτρα})$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 1000 \quad (\text{λεπτά εργασίας})$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 2000 \quad (\text{λεπτά παστερίωσης και ψύξης})$$

$$x_1 \leq 400 \quad (\text{ζήτηση Προϊόντος 1})$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (\text{μη αρνητικές τιμές})$$

$$\max 150 x_1 + 200 x_2$$

subject to

1)  $x_1 + x_2 \leq 550$       !(γάλα σε λίτρα)

2)  $x_1 + 3 x_2 \leq 1000$       !(λεπτά εργασίας)

3)  $2 x_1 + 5 x_2 \leq 2000$       !(λεπτά παστερίωσης και ψύξης)

4)  $x_1 \leq 400$       !(ζήτηση Προϊόντος 1)

end

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 93750.00

| VARIABLE | VALUE      |
|----------|------------|
| X1       | 325.000000 |
| X2       | 225.000000 |

Έχει τιμή διάφορη του 0, για όσες μεταβλητές απόφασης δεν συμμετέχουν στη βέλτιστη λύση (έχουν τιμή 0). Δείχνει πόσο πρέπει να αλλαχθεί η τιμή του συντελεστή μιας μεταβλητής απόφασης, που δεν συμμετέχει στη βέλτιστη λύση, ώστε να συμμετέχει σε αυτή

REDUCED COST

0.000000

0.000000

Μπορούμε να το επαληθεύσουμε;

Πόσο απέχουμε από την τιμή του δεξιού μέλους του συγκεκριμένου περιορισμού (για τις συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών απόφασης)  
Αν ισούται με μηδέν τότε ο συγκεκριμένος περιορισμός είναι δεσμευτικός

Το ποσό κατά το οποίο θα βελτιωθεί (αυξηθεί) η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αν αυξηθεί κατά μία μονάδα το δεξί μέλος του συγκεκριμένου περιορισμού

ROW SLACK OR SURPLUS

1) 0.000000

2) 0.000000

3) 225.000000

4) 75.000000

DUAL PRICES

125.000000

25.000000

0.000000

0.000000

Μπορούμε να το επαληθεύσουμε;

**RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:**

**OBJ COEFFICIENT RANGES**

| VARIABLE | CURRENT<br>COEF | ALLOWABLE<br>INCREASE | ALLOWABLE<br>DECREASE |
|----------|-----------------|-----------------------|-----------------------|
| X1       | 150.000000      | 50.000000             | 83.333336             |
| X2       | 200.000000      | 250.000000            | 50.000000             |

Εντός των ορίων δεν αλλάζει η βασική λύση (δηλαδή όσες μεταβλητές ήταν διάφορες του μηδέν συνεχίζουν να είναι)

**RIGHTHAND SIDE RANGES**

| ROW | CURRENT<br>RHS | ALLOWABLE<br>INCREASE | ALLOWABLE<br>DECREASE |
|-----|----------------|-----------------------|-----------------------|
| 1   | 550.000000     | 50.000000             | 216.666672            |
| 2   | 1000.000000    | 150.000000            | 150.000000            |
| 3   | 2000.000000    | INFINITY              | 225.000000            |
| 4   | 400.000000     | INFINITY              | 75.000000             |

Εντός των ορίων δεν αλλάζουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί

## 2<sup>ο</sup> Ερώτημα

Έστω μια εταιρεία κατασκευής τραπεζιών και καρεκλών. Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται τα δεδομένα του προβλήματος, όπως έχουν προσδιοριστεί για την παραγωγή μιας μονάδας από κάθε προϊόν:

| Τμήμα Παραγωγής             | Απαιτούμενες ώρες για την παραγωγή 1 μονάδας |                  | Διαθέσιμες ώρες τον μήνα |
|-----------------------------|--|------------------|--------------------------|
|                             | $x_1$ (τραπέζια)                             | $x_2$ (καρέκλες) |                          |
| Ξυλουργείο                  | 8 ώρες                                       | 8 ώρες           | 960 ώρες                 |
| Βαφείο                      | 4 ώρες                                       | 2 ώρες           | 400 ώρες                 |
| Στιλβωτήριο                 | 4 ώρες                                       | 3 ώρες           | 420 ώρες                 |
| Κέρδος ανά Μονάδα Προϊόντος | 140€   | 100 €            |                          |

**Στόχος:** Η μεγιστοποίηση του συνολικού μηνιαίου κέρδους από την πώληση των δύο προϊόντων.

Αντικειμενική συνάρτηση:  $\max (140x_1 + 100x_2)$

Περιορισμοί του προβλήματος:

$$8x_1 + 8x_2 \leq 960 \quad (\text{Ωρες Ξυλουργείου})$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 400 \quad (\text{Ωρες Βαφείου})$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 420 \quad (\text{Ωρες Στιλβωτηρίου})$$

$$\text{και } x_1, x_2 \geq 0 \quad (\text{μη αρνητικές τιμές})$$

### 3<sup>ο</sup> Ερώτημα

Μια εταιρία τροφίμων επιθυμεί να παρασκευάσει μια κομπόστα αποτελούμενη από πορτοκάλι και βερίκοκο. Το κέρδος ανά 10gr πορτοκάλι που περιέχει η κομπόστα είναι 15€, ενώ για το βερίκοκο είναι 10€. Η κομπόστα αυτή θα προτείνεται ως συμπλήρωμα διατροφής υποκαθιστώντας ένα γεύμα και άρα η δοσολογία δε θα πρέπει να υπερβαίνει τις συνιστώμενες ποσότητες βιταμινών μιας ημέρας, όπως αυτές αναγράφονται στον Πίνακα που ακολουθεί:

| Συστατικά      | Ανά 10gr κομπόστας πορτοκαλιού | Ανά 10gr κομπόστας βερίκοκου | Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία |
|----------------|--------------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| Βιταμίνη C     | 0,25                           | 1,00                         | 65                             |
| Βιταμίνη B     | 1,25                           | 0,50                         | 90                             |
| Θερμιδική αξία | 1,00                           | 1,00                         | 85                             |

Να μοντελοποιηθεί το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού.

**Στόχος:** Η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους από την πώληση της κομπόστας.

Αντικειμενική συνάρτηση:  $\max (15x_1 + 10x_2)$

Περιορισμοί του προβλήματος:

$0,25x_1 + x_2 \leq 65$  (Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία σε Βιταμίνη C)

$1,25x_1 + 0,5x_2 \leq 90$  (Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία σε Βιταμίνη B)

$x_1 + x_2 \leq 85$  (Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία Θερμιδικής αξίας)

και  $x_1, x_2 \geq 0$  (μη αρνητικές τιμές)

## 4<sup>ο</sup> Ερώτημα

Έστω μια βιομηχανική μονάδα ή οποία για την παραγωγή τεσσάρων προϊόντων Α, Β, Γ και Δ διαθέτει τρεις μηχανές  $M_1$ ,  $M_2$  και  $M_3$ . Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται ο χρόνος (σε λεπτά) που απαιτείται για την επεξεργασία μιας μονάδας από το κάθε προϊόν σε κάθε μηχανή, ο διαθέσιμος ημερήσιος χρόνος κάθε μηχανής και το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος (σε €).

|                             | Χρόνος επεξεργασίας κάθε προϊόντος στις διάφορες μηχανές |          |          |          | Διαθέσιμος ημερήσιος χρόνος κάθε μηχανής (σε λεπτά) |
|-----------------------------|--|----------|----------|----------|---|
|                             | Προϊόν Α   | Προϊόν Β | Προϊόν Γ | Προϊόν Δ |   |
| Μηχανή $M_1$                | 4  | 2        | 3        | 1        | 480   |
| Μηχανή $M_2$                | 2  | 3        | 1        | 3        | 360   |
| Μηχανή $M_3$                | 3  | 0        | 1        | 0        | 240   |
| Κέρδος ανά μονάδα προϊόντος | 6  | 4        | 3        | 5        |   |

**Στόχος:** Η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους της βιομηχανικής μονάδας.

Αντικειμενική συνάρτηση:  $\max (6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4)$

Περιορισμοί του προβλήματος:

$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 480$  (Περιορισμός διαθεσιμότητας ημερήσιου χρόνου μηχανής  $M_1$ )

$2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 360$  (Περιορισμός διαθεσιμότητας ημερήσιου χρόνου μηχανής  $M_2$ )

$3x_1 + x_3 \leq 240$  (Περιορισμός διαθεσιμότητας ημερήσιου χρόνου μηχανής  $M_3$ )

και  $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$  (μη αρνητικές τιμές)