Στατιστική Ι

Γιώργος Τσιρογιάννης

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων Αγροτικών Προϊόντων και Τροφίμων,

Πανεπιστήμιο Πατρών

Ακαδημαϊκό έτος: 2020-2021

Διάλεξη 2η

- Τυχαία/στοχαστικά φαινόμενα
- Βασικοί ορισμοί
- Πράξεις μεταξύ ενδεχομένων/ πράξεις μεταξύ συνόλων
- Ορισμοί της πιθανότητας
  - Κλασικός
  - Στατιστικός
  - Αξιωματικός

3.1 έως 3.3

Τυχαία/στοχαστικά φαινόμενα

Φαινόμενα και πειράματα που τα αποτελέσματά τους δεν μπορούν να προβλεφθούν με βεβαιότητα. Δεν καθορίζεται το αποτέλεσμα με βάση την αρχή της αιτιότητας, αλλά της τυχαιότητας.

Γιατί: η διαδικασία είναι πολυσύνθετη και η γνώση μας περιορισμένη.

Τυχαίο πείραμα: μια διαδικασία

Που μπορεί να επαναληφθεί με περίπου ίδιες συνθήκες πολλές φορές.

Σε μια συγκεκριμένη επανάληψη δεν μπορούμε να προβλέψουμε με βεβαιότητα το αποτέλεσμα.

Το σύνολο των αποτελέσματα, αν το επιθυμούσαμε, μπορούμε να τα καταγράψουμε (είναι καλώς ορισμένο).

Βασικοί ορισμοί: δειγματικός χώρος, δείγμα…

- Δειγματικός χώρος (sample space) είναι το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος τύχης (Ω ή S).
- Δειγματικό σημείο (sample point), είναι τα μεμονωμένα αποτελέσματα του πειράματος ($s \in \Omega$).
- Ενδεχόμενα (events) είναι υποσύνολα του Ω (ακόμη και κενά $\emptyset$) και συμβολίζονται με A, B, C ...
- Απλό ενδεχόμενο (simple event) περιλαμβάνει ένα μόνο σημείο (αλλιώς είναι σύνθετο/compound).
- Το πλήθος των στοιχείων του ΔΧ συμβολίζεται με $\mathrm{N}(\Omega)$

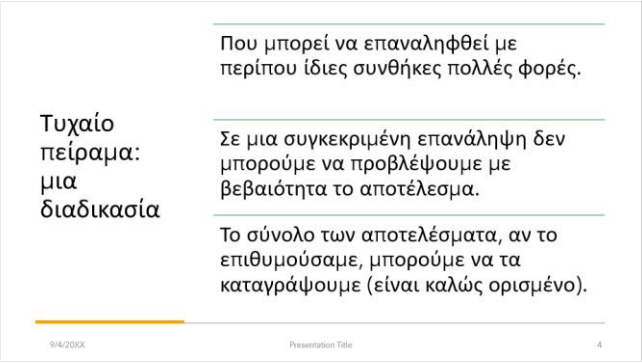
Συμπληρωματικοί ορισμοί

- Αν σε μια εκτέλεση πειράματος εμφανίστηκε το ενδεχόμενο ω και $\omega \in \mathrm{A}$, τότε λέμε το ενδεχόμενο A υλοποιήθηκε/συνέβη.
- Ο Ω περιέχει όλα τα ενδεχόμενα και οπότε είναι το «σίγουρο» ενδεχόμενο, ενώ το κενό σύνολο ($\emptyset$) είναι το αδύνατο ενδεχόμενο.
- Πεπερασμένος δειγματικός χώρος (finite SS): αν ένα πείραμα έχει πεπερασμένο σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων ($\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_{\mathrm{N}}\}$).
- Αριθμήσιμος άπειρος ΔΧ (countably infinite SS): αν το πείραμα έχει άπειρα πολλά δυνατά αποτελέσματα, αλλά μπορούμε να τους αποδώσουμε ένα φυσικό αριθμό ($\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots\}$).
- Συνεχής ΔΧ (continuous SS): αν το πείραμα έχει άπειρα πολλά δυνατά αποτελέσματα αλλά μη αριθμήσιμα.
- Διακριτός ΔΧ (discrete SS): Πεπερασμένος ή Αριθμήσιμος άπειρος ΔΧ

Παράδειγμα

- Από γραμμή παραγωγής βιομηχανίας τροφίμων επιλέγουμε ένα προϊόν και ελέγχουμε αν εντός/εκτός προδιαγραφών.

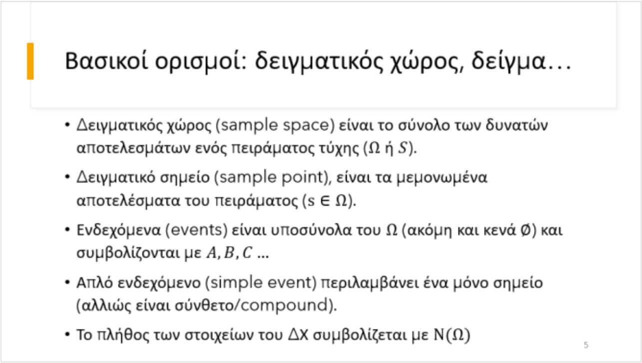
Είναι πείραμα τύχης;



Δειγματικός χώρος;

$$\Omega = \{\mathrm{ok}, \mathrm{nok}\}$$

Είδος ΔΧ;



Διακριτός, πεπερασμένος ΔΧ με $N(\Omega)=2$

Παράδειγμα

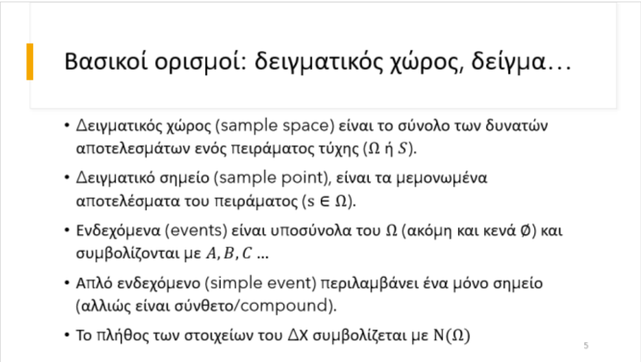
- Επιλέγουμε θετικό ακέραιο μικρότερο ή ίσο του 50. Έστω τα ενδεχόμενα Α={1,2,3}, Β={2,3,4,5,6}, Γ={24}.

Είναι πείραμα τύχης;

Δειγματικός χώρος;

$$\Omega = \{1,2,\dots,50\}$$

Είδος ΔΧ;



Διακριτός, πεπερασμένος ΔΧ με $\mathrm{N}(\Omega)$=50

Είδος ενδεχομένων;

Γ απλό, Α και Β σύνθετα.

Αν επιλέξουμε τυχαία το 3, ποια ενδεχόμενα υλοποιούνται/συμβαίνουν.

Α και Β

Παράδειγμα (δοκιμές Bernoulli συν.)

- Έλεγχος σε ν παιδιά αν έχουν προσβληθεί από έναν ιό.

Κάθε παιδί εξετάζεται ξεχωριστά:
Δηλαδή πείραμα/δοκιμή Bernoulli
«ε» = επιτυχία (βρέθηκε ο ιός),
«α» = αποτυχία

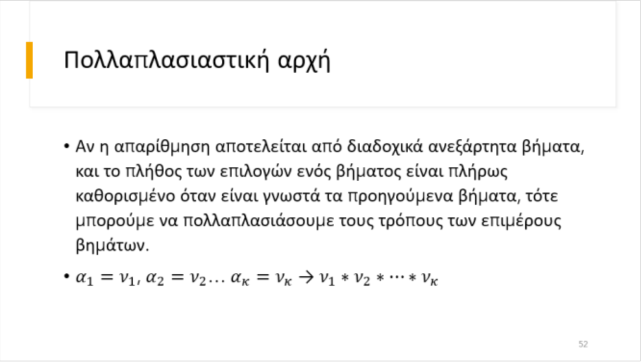
Το πείραμα Bernoulli εκτελείται ν φορές. Οπότε ένα από ενδεχόμενο αποτελείται από μια ν-αδα με «ε» και «α».

πχ $\underbrace{\alpha\varepsilon\varepsilon\varepsilon\varepsilon\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha \dots \varepsilon}_{\nu\ \varphi o\rho\varepsilon\varsigma}$

Δειγματικός χώρος;

Όλες οι δυνατές ν-αδες από α, ε.

$\mathrm{N}(\Omega)$;



Πολλαπλασιαστική αρχή

- Αν η απαρίθμηση αποτελείται από διαδοχικά ανεξάρτητα βήματα, και το πλήθος των επιλογών ενός βήματος είναι πλήρως καθορισμένο όταν είναι γνωστά τα προηγούμενα βήματα, τότε μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τους τρόπους των επιμέρους βημάτων.
- $\alpha_1 = \nu_1, \alpha_2 = \nu_2 \dots \alpha_\kappa = \nu_\kappa \to \nu_1 * \nu_2 * \cdots * \nu_\kappa$

52

$$\mathrm{N}(\Omega) = 2^\nu$$

Παράδειγμα (δοκιμές Bernoulli)

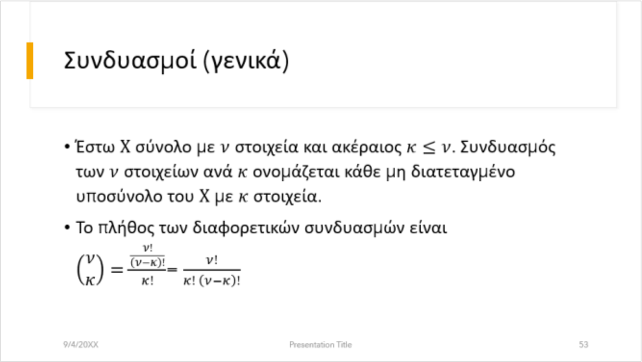
- Πόσο πλήθος έχει το ενδεχόμενο Α = «έχουν προβληθεί r παιδιά»

Ο ΔΧ αποτελείται από ν-αδες της μορφής

$$\underbrace{\alpha\varepsilon\varepsilon\varepsilon\varepsilon\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha \ldots \varepsilon}_{\nu\ \varphi o\rho\varepsilon\varsigma}$$

Αρκεί να υπολογίσουμε των αριθμό των «ε»

Μας ενδιαφέρει η διάταξη των α και ε;


Συνδυασμοί (γενικά)

- Έστω Χ σύνολο με ν στοιχεία και ακέραιος $\kappa \leq \nu$. Συνδυασμός των ν στοιχείων ανά κ ονομάζεται κάθε μη διατεταγμένο υποσύνολο του Χ με κ στοιχεία.
- Το πλήθος των διαφορετικών συνδυασμών είναι

$$\binom{\nu}{\kappa} = \frac{\frac{\nu!}{(\nu-\kappa)!}}{\kappa!} = \frac{\nu!}{\kappa!\,(\nu-\kappa)!}$$

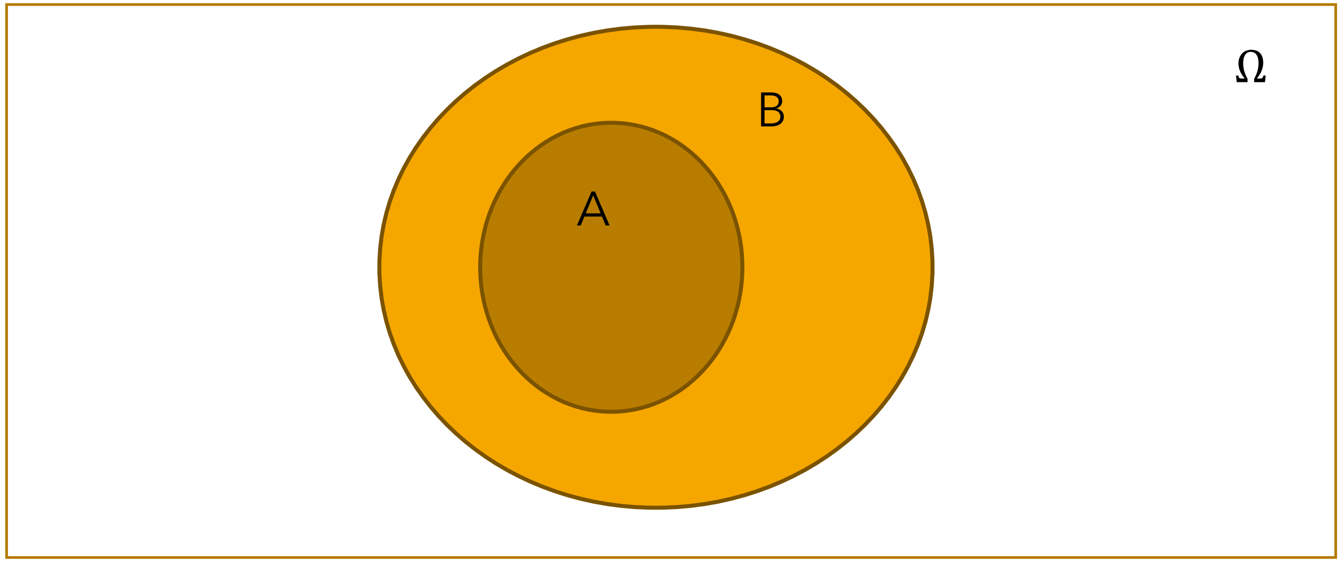
9/4/20XX Presentation Title 53

$$\binom{\nu}{r} = \frac{\nu!}{r!\ (\nu-r)!}$$

Πράξεις μεταξύ ενδεχομένων/ πράξεις μεταξύ συνόλων

Συνεπαγωγή

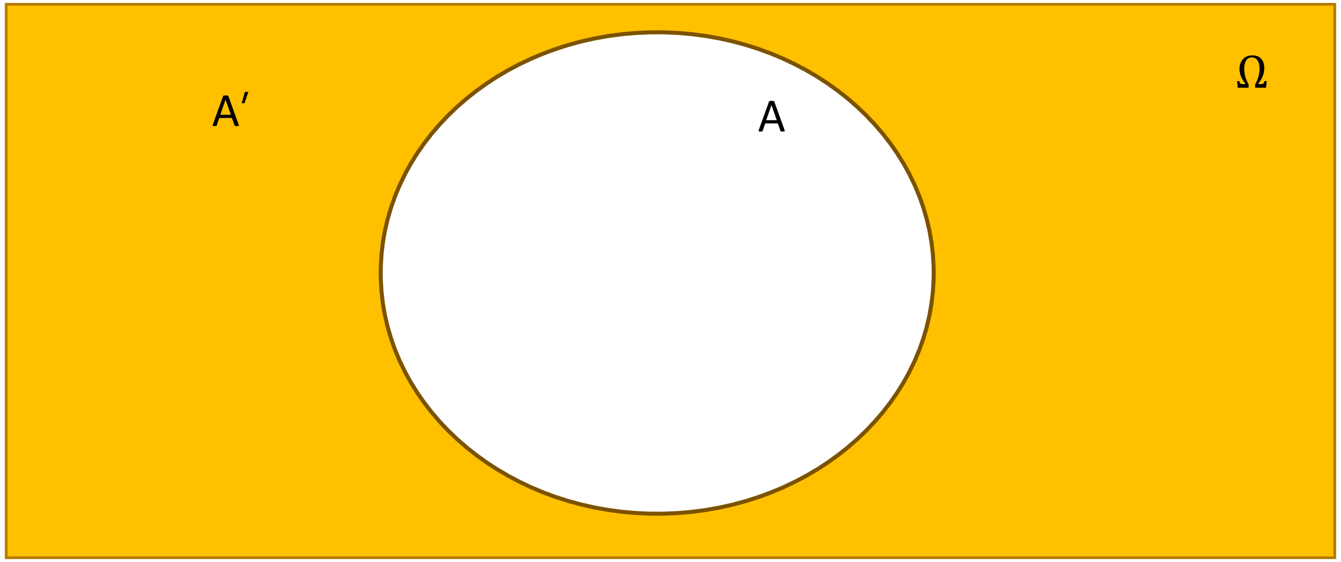
- Έστω ενδεχόμενα A και B του ΔΧ Ω. Το A συνεπάγεται το B ή ότι το A είναι υποσύνολο του B ($A \subseteq B$), αν όταν πραγματοποιείται το A τότε πραγματοποιείται και το B.



Αν $A \subseteq B$ και $B \subseteq A$ τότε $B = A$

Συμπλήρωμα

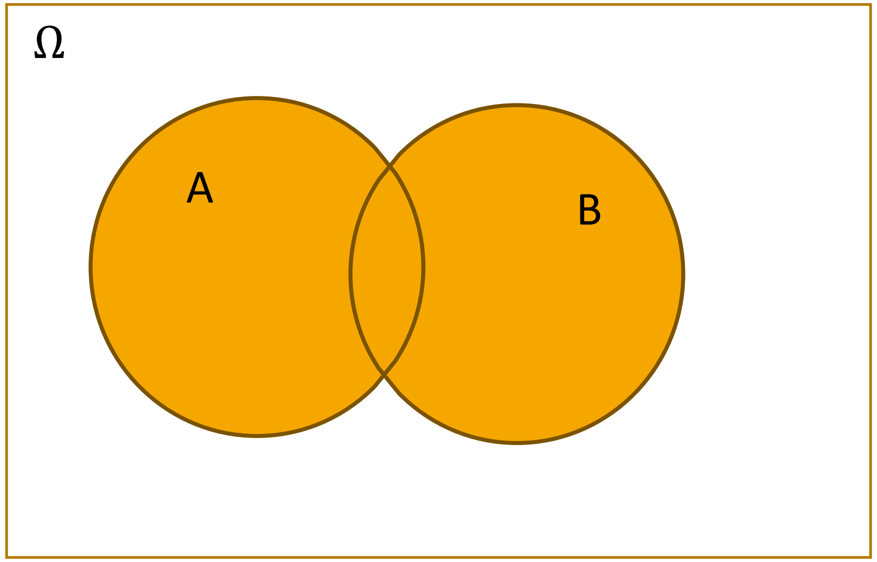
- Το συμπλήρωμα του Α (συμβ. Α′), πραγματοποιείται αν και μόνο αν δεν πραγματοποιείται το Α



$\Omega' = \emptyset$

Ένωση

- Η ένωση (συμβ. $A \cup B$) υλοποιείται όταν πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα Α και Β.



Ιδιότητες:

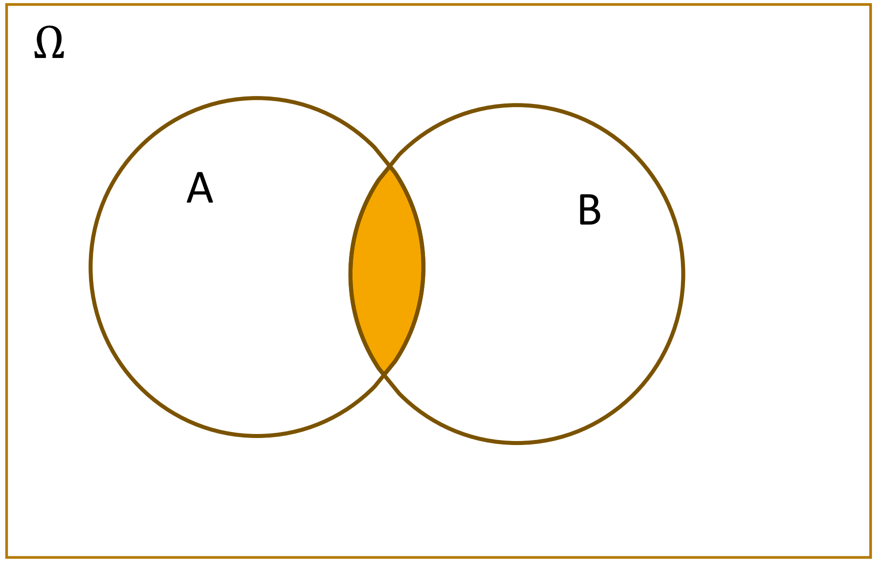
$$A \cup \emptyset = A$$
$$A \cup A = A$$
$$A \cup \Omega = \Omega$$
$$A \cup A' = \Omega$$

Αν $A \subseteq B$ τότε $A \cup B = B$

Γενίκευση και περισσότερα ενδεχόμενα

Τομή/γινόμενο

- Η τομή (συμβ. $A \cap B$ ή AB) υλοποιείται όταν πραγματοποιηθεί ταυτόχρονα το ενδεχόμενο Α και Β.



Ιδιότητες:

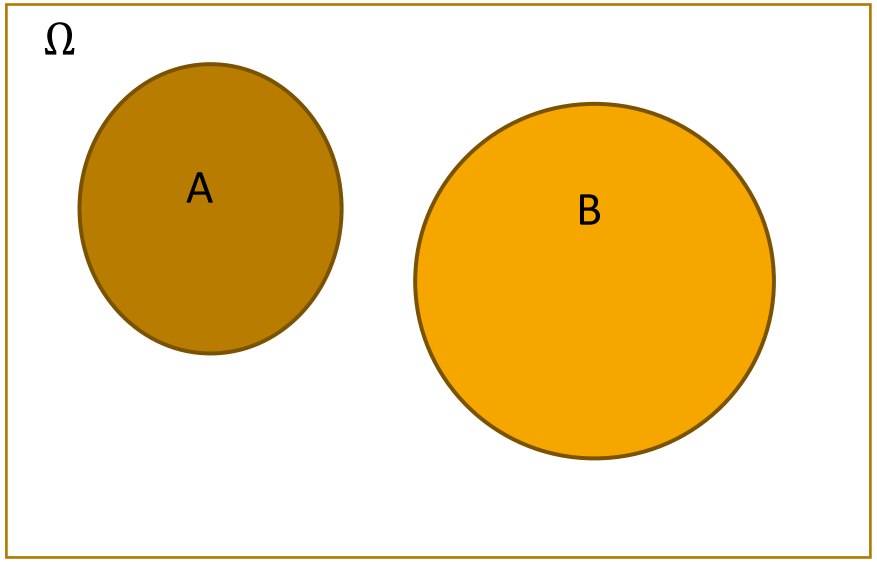
$$A\emptyset = \emptyset$$
$$AA = A$$
$$A\Omega = A$$
$$AA' = \emptyset$$

Αν $A \subseteq B$ τότε $AB = A$

Γενίκευση και περισσότερα ενδεχόμενα

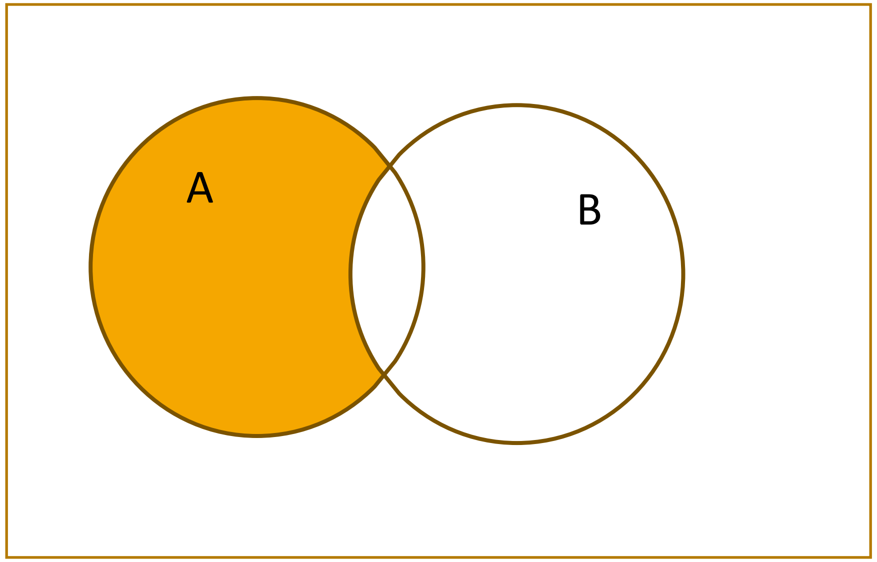
Ξένα ενδεχόμενα

- Τα Α και Β είναι ξένα ή αμοιβαία αποκλειόμενα αν είναι αδύνατη η ταυτόχρονη υλοποίηση τους $(AB = \emptyset)$.



Διαφορά

- Διαφορά του B από το A $(A - B)$, είναι το ενδεχόμενο που πραγματοποιείται όταν υλοποιείται το A αλλά όχι το B.



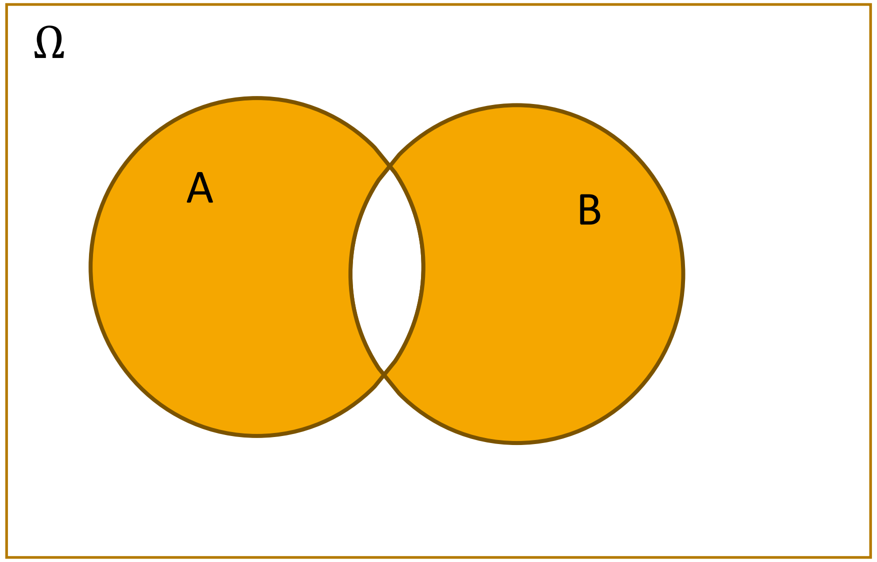
Ιδιότητες:

$$\mathrm{A} - \mathrm{B} = \mathrm{A}\mathrm{B}'$$

$$\text{Αν } \mathrm{A} \subseteq \mathrm{B} \text{ τότε } \mathrm{A} - \mathrm{B} = \emptyset$$

Συμμετρική διαφορά

- Η συμμετρική διαφορά δυο ενδεχομένων Α και Β, υλοποιείται όταν πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα Α, Β.



Ιδιότητες:

$$A \otimes B = AB' \cup A'B$$

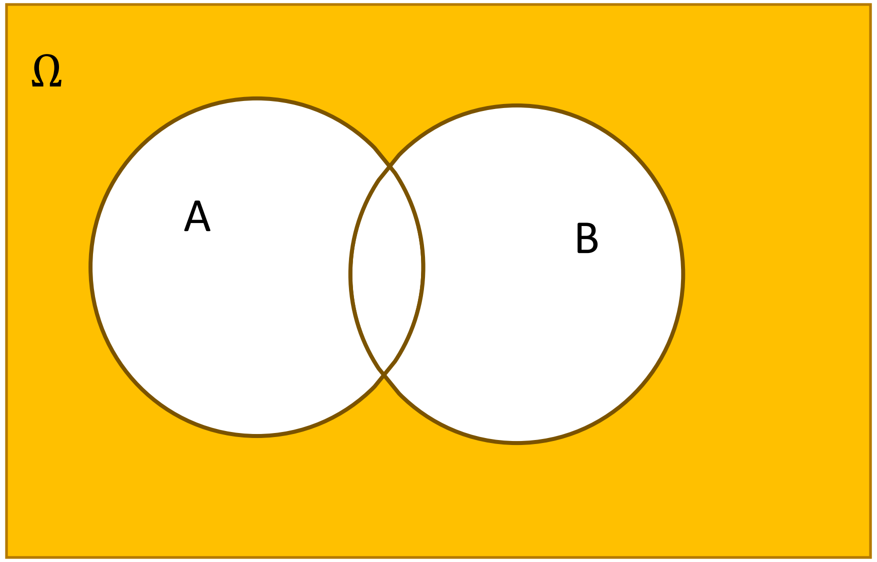
$$A \otimes B = B \otimes A$$

Ιδιότητες

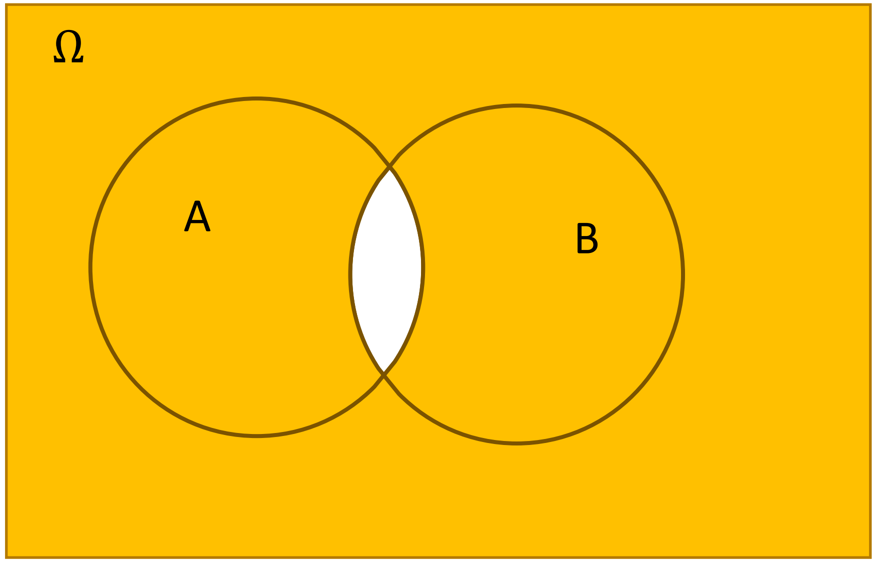
- Αντιμεταθετική: $A \cup B = B \cup A, \qquad AB = BA$
- Προσεταιριστική: $A \cup (B \cup \Gamma) = (A \cup B) \cup \Gamma, A(B\Gamma) = (AB)\Gamma$
- Επιμεριστική: $A \cup (B\Gamma) = (A \cup B)(A \cup \Gamma), A(B \cup \Gamma) = (AB) \cup (A\Gamma)$

Τύποι De Morgan

$$(A \cup B)' = A'B'$$



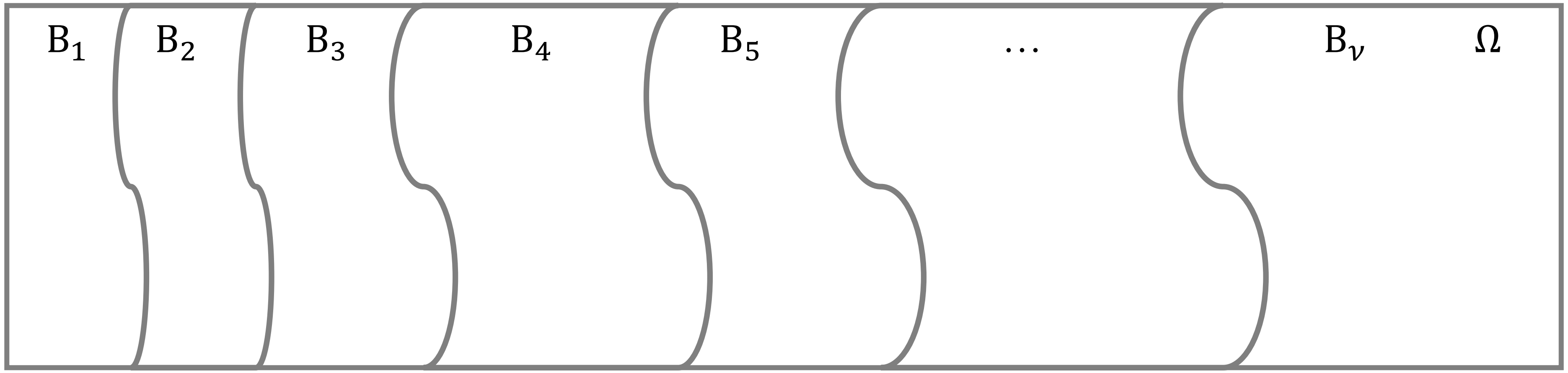
$$(AB)' = A' \cup B'$$



Γενίκευση σε περισσότερα ενδεχόμενα

Διαμέριση ΔΧ

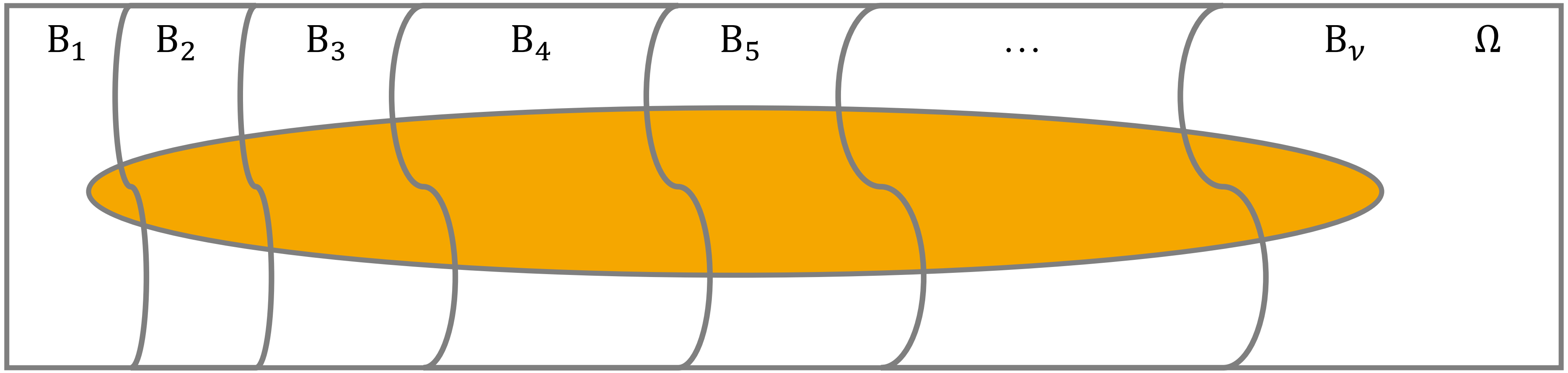
- Τα ν ενδεχόμενα $\mathrm{B}_1\mathrm{B}_2 \ldots \mathrm{B}_\nu$ συνιστούν/είναι διαμέριση (partition) του ΔΧ Ω ενός πειράματος τύχης, αν
  i) $\mathrm{B}_i\mathrm{B}_j = \emptyset$, για κάθε $i \neq j$
  ii) $\mathrm{B}_1 \cup \mathrm{B}_2 \cup \cdots \cup \mathrm{B}_\nu = \Omega$



- Πρακτική σημασία: i) σίγουρα κάποιο ενδεχόμενο της διαμέρισης υλοποιείται, και ii) ένα μόνο ενδεχόμενο πραγματοποιείται.

Διαμέριση ενδεχομένου

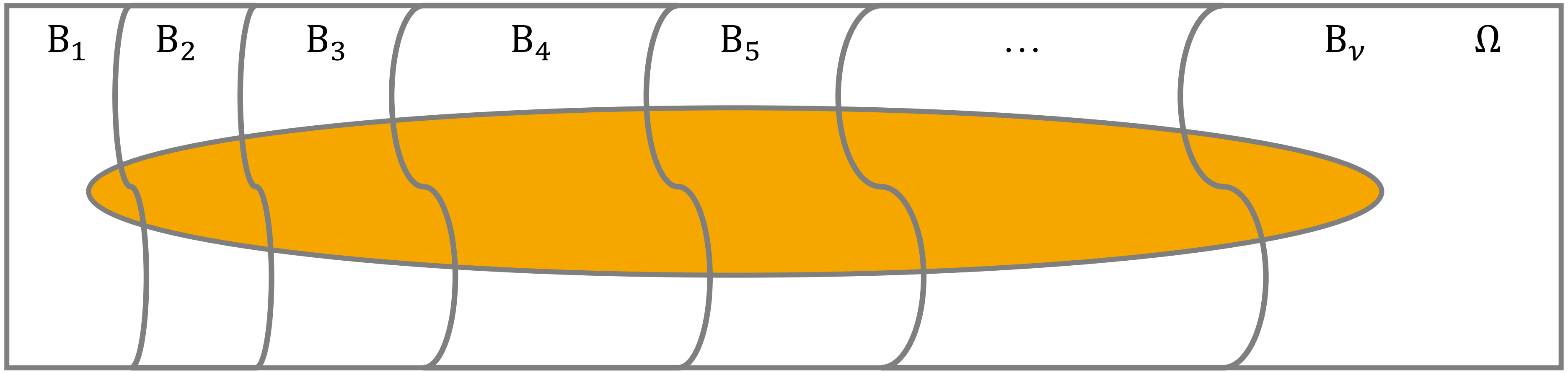
- Έστω $B_1 B_2 \ldots B_\nu$ διαμέριση και A οποιοδήποτε ενδεχόμενο του ΔΧ Ω, τότε τα ενδεχόμενα $AB_1, AB_2, \ldots AB_\nu$ είναι επίσης διαμέριση.



- Πρακτική σημασία: όταν υλοποιείται το A, τότε πραγματοποιείται σε συνδυασμό μόνο με ένα από τα $B_1, B_2, \ldots B_\nu$

Διαμέριση ενδεχομένου και το συμπλήρωμά του

- Έστω $B_1 B_2 \dots B_\nu$ διαμέριση και A οποιοδήποτε ενδεχόμενο του ΔΧ Ω, τότε τα ενδεχόμενα $AB_1, AB_2, \dots AB_\nu$ είναι επίσης διαμέριση.

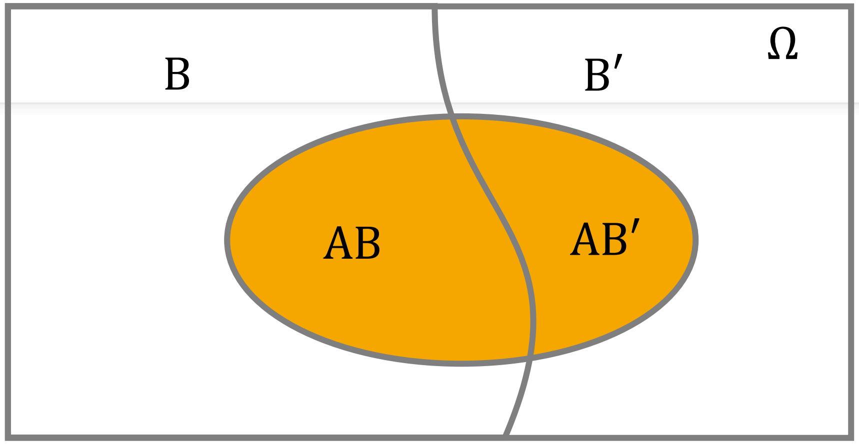


- Πρακτική σημασία: όταν υλοποιείται το A, τότε πραγματοποιείται σε συνδυασμό μόνο με ένα από τα $B_1, B_2, \dots B_\nu$

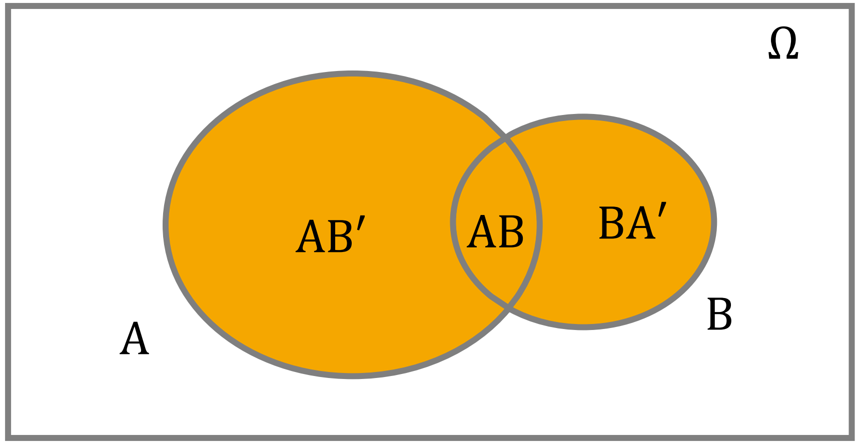
Χρήσιμες ιδιότητες

$$A = AB \cup AB'$$

$$B = BA \cup BA'$$



$$A \cup B = AB' \cup B = A \cup BA' = AB' \cup AB \cup BA'$$



Ορισμοί της πιθανότητας

Κλασικός ορισμός

Κλασικός ορισμός (Moivre 1711)

- Αν ο ΔΧ Ω ενός πειράματος τύχης είναι **πεπερασμένος** και μεταξύ των απλών ενδεχομένων υπάρχει **εγγενής συμμετρικότητα**, (δηλαδή δεν υπάρχει λόγος να δεχθούμε ότι κάποιο απλό ενδεχόμενο είναι περισσότερο ή λιγότερο πιθανό, και συνεπώς **όλα εξίσου πιθανά**), τότε η **πιθανότητα** εμφάνισης ενός ενδεχομένου $\mathrm{A} \subseteq \Omega$, την οποία συμβολίζουμε με $\mathrm{P}(\mathrm{A})$, δίνεται από τον τύπο $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \frac{\mathrm{N}(\mathrm{A})}{\mathrm{N}(\Omega)}$

Ιδιότητες

- $\mathrm{P(A)} \geq 0$, για κάθε ενδεχόμενο Α του ΔΧ Ω.
- $\mathrm{P}(\Omega) = 1$
- $\mathrm{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$
    - $\mathrm{P(A \cup B)} = \frac{N(\mathrm{A \cup B})}{N(\Omega)} = \frac{N(\mathrm{A})}{N(\Omega)} + \frac{N(\mathrm{B})}{N(\Omega)} = \mathrm{P(A) + P(B)}$

Παράδειγμα

- Ρουλέτα καζίνο: 37 ίσα τόξα με αριθμούς 0,1,…,36. Το 0 είναι πράσινο, 18 μαύρα και 18 κόκκινα. Μια μπίλια «σταματάει σε ένα» από τα 37 τόξα.
- Ενδεχόμενα:
  - A: η μπίλια σταματάει στο 5 ή 11
  - B: η μπίλια σταματάει σε περιττό αριθμό
  - Γ: η μπίλια σταματάει σε κόκκινο

Παράδειγμα (συν.)

- Υπολογισμός πιθανοτήτων:
  - $\mathrm{P(A)} = \frac{N(\mathrm{A})}{N(\Omega)} = \frac{2}{37} \cong 0.0541$
  - $\mathrm{P(B)} = \frac{N(\mathrm{B})}{N(\Omega)} = \frac{18}{37} \cong 0.4865$
  - $\mathrm{P(\Gamma)} = \frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \frac{18}{37} \cong 0.4865$

Στατιστικός ορισμός (βασισμένος στην συχνότητα)

Το κίνητρο

- Πολύ περιοριστικές οι προϋποθέσεις του κλασικού ορισμού.
- Για παράδειγμα:
  - ποια η πιθανότητα ένας πελάτης να μπει στο κατάστημα μια συγκεκριμένη ημέρα της εβδομάδας (πχ Σάββατο πολύ πιο πιθανό)
  - ποια η πιθανότητα του χρόνου ζωής ενός τρόφιμου
- Ο νέος ορισμός θεωρεί την πιθανότητα ως μέτρο «βαθμού βεβαιότητας» και βασίζεται στην συχνότητα εμφάνισης.

Στατιστικός ορισμός (von Mises 1919)

- Έστω A ένα ενδεχόμενο του ΔΧ Ω ενός πειράματος τύχης. Αν σε ν επαναλήψεις του πειράματος, το ενδεχόμενο A πραγματοποιηθεί ν_{A} φορές, ορίζουμε ως πιθανότητα εμφάνισης του ενδεχομένου A το όριο $P(A) = \lim_{n\to\infty} \frac{\nu_{\mathrm{A}}}{\nu}$
- Επίσης γνωστή και εμπειρική πιθανότητα ή οριακή σχετική πιθανότητα.
- Η πιθανότητα υπολογίζεται εκ των υστέρων, μετά από «αρκούντως πολλές εμφανίσεις» (σταθεροποιημένη σχετική συχνότητα $f_A = \frac{\nu_{\mathrm{A}}}{\nu}$)

Ιδιότητες

- $\mathrm{P}(\mathrm{A}) \geq 0$, για κάθε ενδεχόμενο Α του ΔΧ Ω.
  - $f_A \geq 0$, για κάθε ενδεχόμενο Α
- $\mathrm{P}(\Omega) = 1$
  - $f_\Omega = 1$
- $\mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \mathrm{P}(\mathrm{A}) + \mathrm{P}(\mathrm{B})$
  - $f_{\mathrm{A} \cup \mathrm{B}} = f_{\mathrm{A}} + f_{\mathrm{B}}$

Παράδειγμα

- Ελέγχθηκαν 3000 spam emails:
  - 600 περιείχαν την λέξη Rolex
  - 1500 την λέξη offer
  - 300 και τις δύο λέξεις Rolex και offer
- Ενδεχόμενα:
  - A: το μήνυμα περιέχει την λέξη Rolex
  - B: το μήνυμα περιέχει την λέξη offer

Παράδειγμα (σ)

- Υπολογίζουμε τις σχετικές συχνότητες:
  - $f_{\mathrm{A}} = \frac{600}{3000} = 0.2$
  - $f_{\mathrm{B}} = \frac{1500}{3000} = 0.5$
  - $f_{\mathrm{AB}} = \frac{300}{3000} = 0.1$ (τα ενδεχόμενα δεν είναι ανεξάρτητα)
- Θεωρούμε τον αριθμό το επαναλήψεων αρκετά μεγάλο ώστε να προσεγγίζει τις οριακές συχνότητες, οπότε:

$\mathrm{P(A)} = 0.2$, $P(B) = 0.5$ και $P(AB) = 0.1$

Αξιωματικός ορισμός

Κίνητρο

- Η υπόθεση ότι το πείραμα μπορεί να εκτελεσθεί άπειρες φορές
- Εμπειρικός χαρακτήρας της έννοιας της πιθανότητας
- Πχ. Σε πολύ σπάνια φαινόμενα η επανάληψη είναι πρακτικά αδύνατη
- Πχ. πόσο μεγάλο είναι το «αρκούντως πολλές», πόσο πολύ απέχει η σχετική συχνότητα από την πραγματική πιθανότητα
- Μια αυστηρή μαθηματική διατύπωση ανοίγει τον δρόμο για ευρύτερη αποδοχή

Αξιωματικός ορισμός

- Έστω Ω ΔΧ ενός πειράματος τύχης. Μια συνάρτηση $\mathrm{P}()$ η οποία σε κάθε ενδεχόμενο A του Ω αντιστοιχίζει έναν πραγματικό αριθμό $\mathrm{P}(\mathrm{A})$, ονομάζεται πιθανότητα στον ΔΧ Ω και ο αριθμός $\mathrm{P}(\mathrm{A})$ θα ονομάζεται πιθανότητα του ενδεχομένου A, αν ικανοποιεί τα αξιώματα:

1. $\mathrm{P}(\mathrm{A}) \geq 0$, για κάθε ενδεχόμενο A του ΔΧ Ω
2. $\mathrm{P}(\Omega) = 1$
3. $\mathrm{P}(\mathrm{A}_1 \cup \mathrm{A}_2 \cup \mathrm{A}_3 \cup \cdots) = \mathrm{P}(\mathrm{A}_1) + \mathrm{P}(\mathrm{A}_2) + \mathrm{P}(\mathrm{A}_3) + \cdots$ για οποιαδήποτε συλλογή ξένων ανά δύο ενδεχομένων $\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2, \mathrm{A}_3, \ldots$ του ΔΧ Ω

Σχόλια

- Στα επόμενα μαθήματα όταν αναφερόμαστε στην έννοια της πιθανότητας, θα εννοούμε πιθανότητα βασισμένη στην αξιωματική θεμελίωση.
- Ο κλασικός ορισμός είναι ειδική περίπτωση του αξιωματικού
- Ο στατιστικός ορισμός αποτελεί οριακό θεώρημα στο αξιωματικού

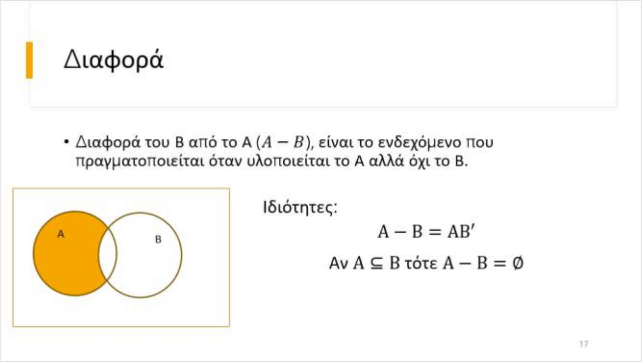
Ιδιότητες

- $P(\emptyset) = 0$
- Για οποιαδήποτε ξένα ανά δύο ενδεχόμενα $\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2, \mathrm{A}_3, \ldots, \mathrm{A}_\nu$ ισχύει $\mathrm{P}(\mathrm{A}_1 \cup \mathrm{A}_2 \cup \mathrm{A}_3 \cup \cdots \cup \mathrm{A}_\nu) = \mathrm{P}(\mathrm{A}_1) + \mathrm{P}(\mathrm{A}_2) + \mathrm{P}(\mathrm{A}_3) + \cdots + \mathrm{P}(\mathrm{A}_\nu)$ (πεπερασμένη προσθετικότητα)
- Αν $\mathrm{A} = \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots\}$ είναι αριθμησίμως άπειρα ενδεχόμενο του ΔΧ Ω, τότε $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \mathrm{P}(\{\alpha_1\}) + \mathrm{P}(\{\alpha_2\}) + \cdots$ (ισχύει και για πεπερασμένα ενδεχόμενα)

Ιδιότητες (συν.)

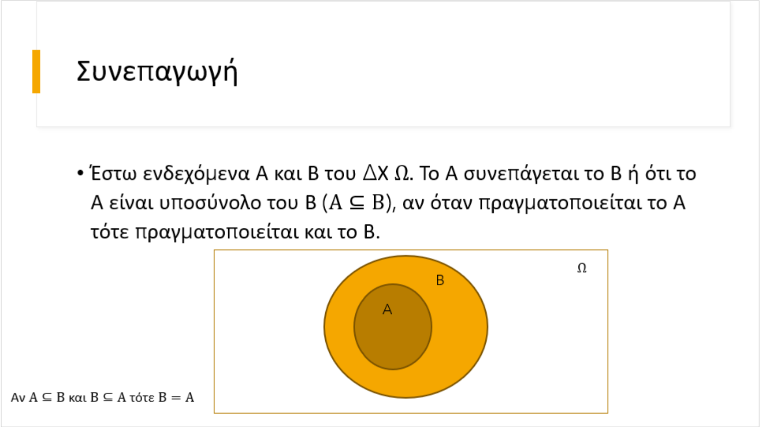
- Για οποιοσδήποτε ενδεχόμενο A, ισχύει $\mathrm{P}(\mathrm{A}') = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{A})$

- Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A, B, ισχύει $P(A - B) = P(AB') = P(A) - P(AB)$



Ιδιότητες (συν.)

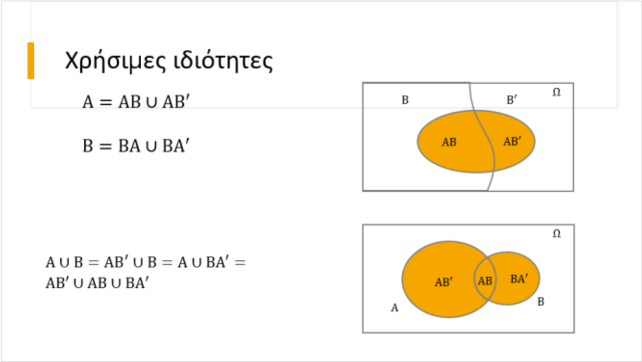
- Αν A, B δύο ενδεχόμενα με $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{B}$, τότε $P(A) \leq P(B)$



- Για οποιοδήποτε ενδεχόμενο A ισχύει $P(A) \leq 1$

Ιδιότητες (συν.)

- Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α, Β ισχύει $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$



- Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α, Β ισχύει $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$

Παράδειγμα

- Ενδιαφέρουν αιματολογικοί δείκτες A, B
- Πιθανότητα να βρίσκεται σε φυσιολογικό επίπεδο ο δείκτης A είναι 0.45
- Πιθανότητα να βρίσκεται σε φυσιολογικό επίπεδο ο δείκτης B είναι 0.30
- Πιθανότητα να βρίσκεται σε φυσιολογικό επίπεδο ο δείκτης A και B είναι 0.10
- Ποια είναι η πιθανότητα να είναι σε φυσιολογικό επίπεδο:
    1. Τουλάχιστον ένας από τους δείκτες
    2. Μόνο ο δείκτης A
    3. Μόνο ο δείκτες B
    4. Μόνο ένας από τους δείκτες A,B
    5. Κανένας από τους δείκτες A,B

Παράδειγμα (συν.)

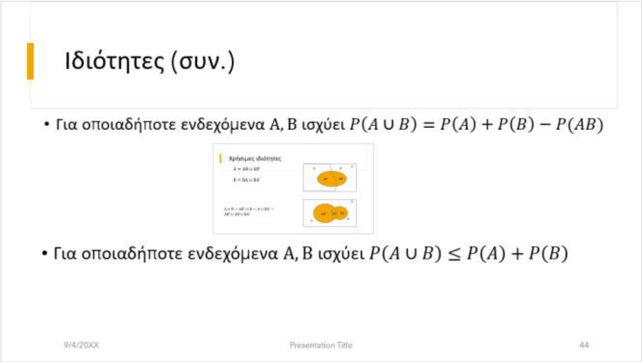
1) Ποια είναι η πιθανότητα να είναι σε φυσιολογικό επίπεδο τουλάχιστον ένας από τους δείκτες;

Ορίζουμε τα γεγονότα:

A: ο αιματολογικός δείκτης A είναι φυσιολογικός

B: ο αιματολογικός δείκτης B είναι φυσιολογικός

Ζητούμενο: η πιθανότητα $P(A \cup B)$

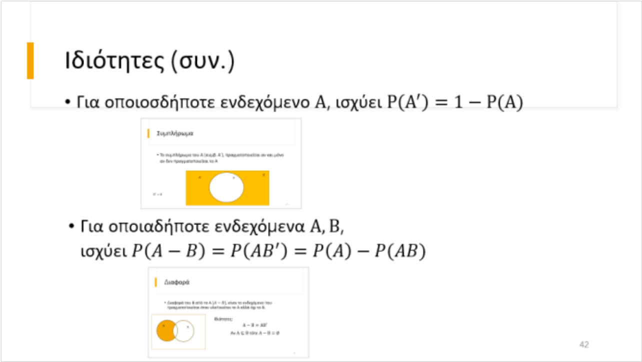


$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.45 + 0.30 - 0.1 = 0.65$$

Παράδειγμα (συν.)

2) Ποια είναι η πιθανότητα να είναι σε φυσιολογικό επίπεδο μόνο ο δείκτης A;

Ζητούμενο: η πιθανότητα $\mathrm{P}(\mathrm{AB}')$

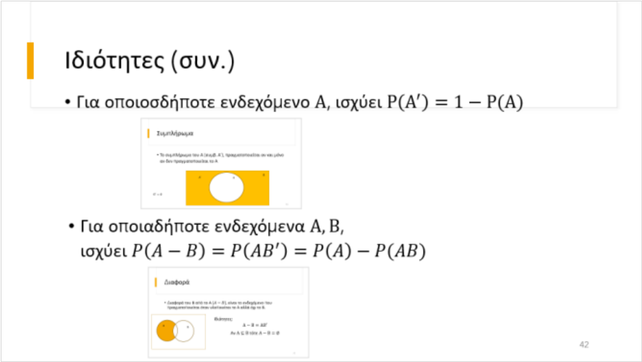


$P(A-B)=P(AB')=P(A)-P(AB)$ =0.45 - 0.10=0.35

Παράδειγμα (συν.)

3) Ποια είναι η πιθανότητα να είναι σε φυσιολογικό επίπεδο μόνο ο δείκτης B;

Ζητούμενο: η πιθανότητα $\mathrm{P(BA')}$

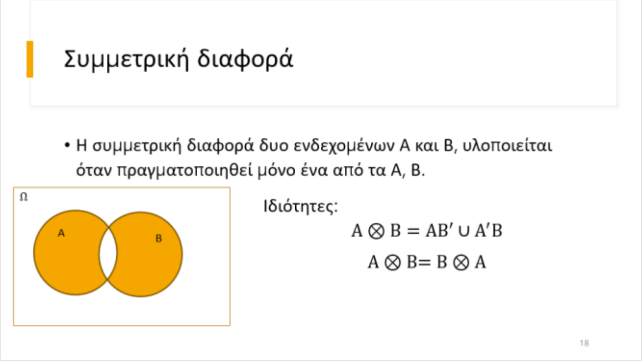


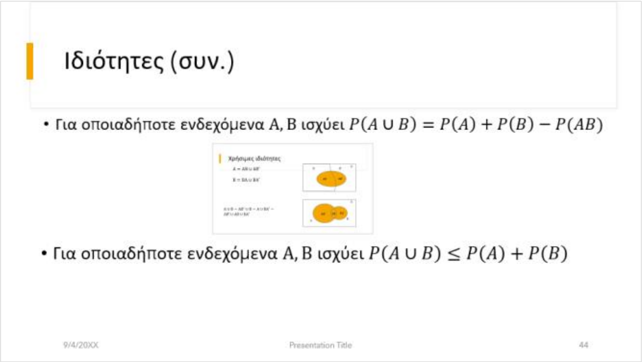
$P(BA') = P(\mathrm{B}) - P(AB)$ =0.30 - 0.10=0.20

Παράδειγμα (συν.)

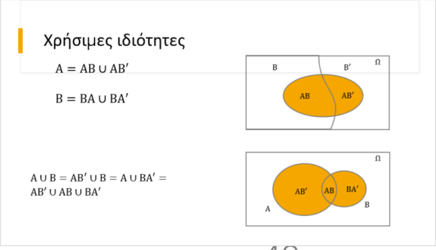
4) Ποια είναι η πιθανότητα να είναι σε φυσιολογικό επίπεδο μόνο ένας από τους δείκτες Α,Β;

Ζητούμενο: η πιθανότητα $\mathrm{P}(\mathrm{A} \otimes \mathrm{B})$



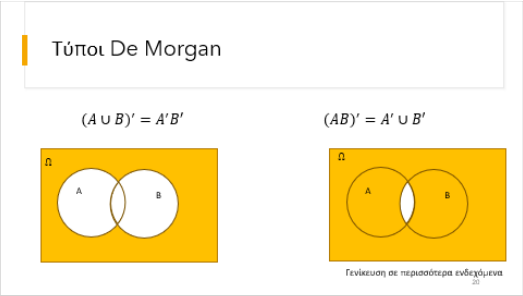


$$\mathrm{P}(\mathrm{A} \otimes \mathrm{B}) = \mathrm{P}(\mathrm{AB}' \cup \mathrm{A}'\mathrm{B}) = \mathrm{P}(\mathrm{AB}') + \mathrm{P}(\mathrm{BA}') - \mathrm{P}(\mathrm{AB}' \cap BA') =$$
$$0.35 + 0.20 \; - 0{=}0.55$$

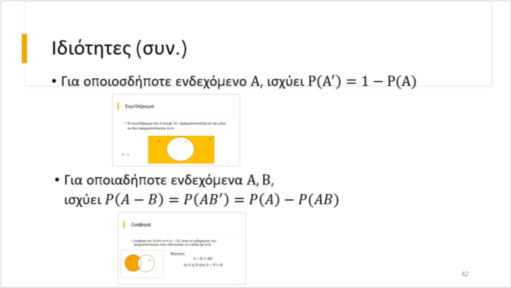


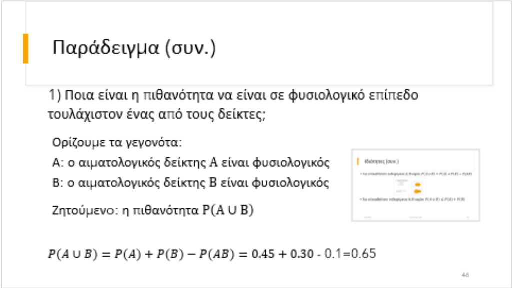
Παράδειγμα (συν.)

5) Ποια είναι η πιθανότητα να είναι σε φυσιολογικό επίπεδο Κανένας από τους δείκτες A,B;



Ζητούμενο: η πιθανότητα $P(A'B')$





$$P(A'B') = P((A \cup B)') =$$

$$1 - P(A \cup B) = 1 - 0.65 = 0.35$$

Backup

Πολλαπλασιαστική αρχή

- Αν η απαρίθμηση αποτελείται από διαδοχικά ανεξάρτητα βήματα, και το πλήθος των επιλογών ενός βήματος είναι πλήρως καθορισμένο όταν είναι γνωστά τα προηγούμενα βήματα, τότε μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τους τρόπους των επιμέρους βημάτων.
- $\alpha_1 = \nu_1, \alpha_2 = \nu_2 \ldots \alpha_\kappa = \nu_\kappa \rightarrow \nu_1 * \nu_2 * \cdots * \nu_\kappa$

Συνδυασμοί (γενικά)

- Έστω X σύνολο με ν στοιχεία και ακέραιος $\kappa \leq \nu$. Συνδυασμός των ν στοιχείων ανά κ ονομάζεται κάθε μη διατεταγμένο υποσύνολο του X με κ στοιχεία.
- Το πλήθος των διαφορετικών συνδυασμών είναι

$$\binom{\nu}{\kappa} = \frac{\frac{\nu!}{(\nu-\kappa)!}}{\kappa!} = \frac{\nu!}{\kappa!\,(\nu-\kappa)!}$$