



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Πληροφοριακά Συστήματα Διοίκησης (MBA)

Ενότητα 7: Εισαγωγή στη Θεωρία Αποφάσεων –
Δέντρα Αποφάσεων

Μπεληγιάννης Γρηγόριος
Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων
Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων Αγροτικών
Προϊόντων & Τροφίμων (Δ.Ε.Α.Π.Τ.)

Εισαγωγή στη Θεωρία Αποφάσεων – Δέντρα Αποφάσεων

Υποενότητα 1

Σκοποί 1^{ης} υποενότητας

- Να γνωρίσουν οι φοιτητές τις βασικές έννοιες και ορισμούς της Θεωρίας και των Δέντρων Αποφάσεων
- Να μάθουν οι φοιτητές ποια είναι τα βασικά κριτήρια αποφάσεων και πως εφαρμόζονται
- Να μπορούν οι φοιτητές να πραγματοποιούν αναλύσεις δέντρων απόφασης με βάση το κριτήριο της αναμενόμενης αξίας
- Να μάθουν οι φοιτητές να εφαρμόζουν τη διαδικασία επίλυσης Δέντρων Απόφασης και να υπολογίζουν πιθανότητες κατά Bayes



Περιεχόμενα 1^{ης} υποενότητας

- Εισαγωγή στη Θεωρία Αποφάσεων
- Δέντρα Αποφάσεων
- Κριτήρια Αποφάσεων
- Αναλύσεις Δέντρων με το Κριτήριο της Αναμενόμενης Αξίας
- Διαδικασία Επίλυσης Δέντρων Απόφασης
- Υπολογισμός Πιθανοτήτων (κατά Bayes)



Εισαγωγή στη Θεωρία Αποφάσεων (1/5)

- **Αντικειμενική αβεβαιότητα**
 - Μπορεί να χαρακτηριστεί από ένα δειγματικό χώρο με σαφή ενδεχόμενα
 - Για την αβεβαιότητα αυτή μπορούμε να αντιστοιχήσουμε πιθανότητες



Εισαγωγή στη Θεωρία Αποφάσεων (2/5)

- **Απόφαση**

- Η επιλογή κάποιας ή κάποιων από τις εναλλακτικές πράξεις που είναι στη διάθεσή μας για την αντιμετώπιση κάποιου συγκεκριμένου προβλήματος



Εισαγωγή στη Θεωρία Αποφάσεων (3/5)

- **Βασικά κριτήρια μελέτης αποφάσεων**
 - Απαρίθμηση των εναλλακτικών επιτρεπτών δραστηριοτήτων από τις οποίες θα επιλέξουμε αυτές που θα εκτελέσουμε
 - Απαρίθμηση των εναλλακτικών εκβάσεων που ενδέχεται να έχουν τα αβέβαια γεγονότα που επηρεάζουν την απόφασή μας



Εισαγωγή στη Θεωρία Αποφάσεων (4/5)

- **Βασικά κριτήρια μελέτης αποφάσεων**
 - Κατάρτιση ενός διαγράμματος απόφασης (δέντρο αποφάσεων)
 - Εκτίμηση του πόσο πιθανή είναι κάθε εναλλακτική έκβαση των αβέβαιων γεγονότων (Θεωρία Πιθανοτήτων – Θεωρία Παιγνίων)
 - Εκτίμηση και σύγκριση του πόσο ελκυστικές είναι στον αποφασίζοντα οι εναλλακτικές τελικές εκβάσεις του προβλήματος απόφασης



Εισαγωγή στη Θεωρία Αποφάσεων (5/5)

- **Στατιστική κατά Bayes**
 - Διαφέρει ως προς την κλασσική στατιστική καθώς λαμβάνει άμεσα υπόψη:
 - τις αντικειμενικές πιθανότητες
 - τις υποκειμενικές απόψεις σχετικά με την αβεβαιότητα του αποφασίζοντα υπό τη μορφή υποκειμενικών πιθανοτήτων
 - τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα



Δέντρα Αποφάσεων – Παράδειγμα (1/6)

- Έστω ότι υπάρχουν 1000 κιβώτια, από τα οποία 800 είναι τύπου θ_1 ενώ τα υπόλοιπα 200 είναι τύπου θ_2
- Τα κιβώτια τύπου θ_1 έχουν 10 σφαίρες, 4 κόκκινες και 6 μαύρες
- Τα κιβώτια θ_2 έχουν 9 κόκκινες και 1 μαύρη



Δέντρα Αποφάσεων – Παράδειγμα (2/6)

- Ένα από τα 1000 κιβώτια επιλέγεται τυχαία και μας ζητούν να μαντέψουμε αν είναι τύπου θ_1 ή θ_2
- Αν μαντέψουμε ότι είναι θ_1 λέμε ότι πήραμε την απόφαση α_1 , ενώ αν μαντέψουμε θ_2 λέμε ότι αποφασίσαμε α_2
- Αν αρνηθούμε να μαντέψουμε λέμε ότι αποφασίσαμε α_3



Δέντρα Αποφάσεων – Παράδειγμα (3/6)

- Αν το κιβώτιο ήταν θ_1 και μαντέψαμε σωστά εισπράττουμε 4000€, ενώ αν αποφασίσουμε a_2 χάνουμε 500€
- Αν το κιβώτιο ήταν θ_2 και μαντέψαμε a_2 κερδίζουμε 10000€, ενώ αν μαντέψαμε λάθος πληρώνουμε 2000€
- Αν επιλέξουμε a_3 τα κέρδη μας είναι 0€, ανεξάρτητα του θ



Δέντρα Αποφάσεων – Παράδειγμα (4/6)

Απόφαση Τύπος	α_1	α_2	α_3	Πιθανότητα
θ_1	4000€	-500€	0€	0,8
θ_2	-2000€	10000€	0€	0,2



Δέντρα Αποφάσεων – Παράδειγμα (5/6)

- Μπορούμε να πραγματοποιήσουμε (έναντι βέβαια κόστους) τα ακόλουθα πειράματα (δειγματοληψίες):
 - ε_0 : Καμία δειγματοληψία – κόστος 0€
 - ε_1 : Δείγμα 1 σφαίρα – κόστος 800€
 - ε_2 : Δείγμα από δύο σφαίρες – κόστος 1200€



Δέντρα Αποφάσεων – Παράδειγμα (6/6)

- ε_A : Ακολουθιακή δειγματοληψία:
 - 900€ για να εξετασθεί 1 σφαίρα
 - 450€ για να εξετασθεί άλλη μία σφαίρα από το κιβώτιο, χωρίς να επανατοποθετηθεί η πρώτη στο κιβώτιο. Τα 450€ πληρώνονται μόνο αν θελήσουμε να συνεχίσουμε τη δειγματοληψία, οπότε το συνολικό κόστος γίνεται 1350€. Αν σταματήσουμε τη δειγματοληψία στη 1 σφαίρα πληρώνουμε 900€



Κριτήρια Αποφάσεων (1/6)

- **Συντηρητική συμπεριφορά**
 - Θεωρούμε ότι θα συμβεί η χειρότερη δυνατή περίπτωση και επιλέγουμε την απόφαση έτσι ώστε να μεγιστοποιήσουμε το ελάχιστο αυτό κέρδος $\max_i \min_j K(\alpha_i, \theta_j)$



Κριτήρια Αποφάσεων (2/6)

- Επιλογή σύμφωνα με το κριτήριο **Minimax**
 - Για το α_1 είναι:
 - $\min_j K(\alpha_1, \theta_j) = \min\{4000, -2000\} = -2000$
 - Για το α_2 είναι:
 - $\min_j K(\alpha_2, \theta_j) = \min\{-500, 10000\} = -500$
 - Για το α_3 είναι:
 - $\min_j K(\alpha_3, \theta_j) = 0$
- Άρα το $\max_{\alpha} \min_{\theta} K(\alpha, \theta)$ επιτυγχάνεται με την επιλογή α_3



Κριτήρια Αποφάσεων (3/6)

- **Ριψοκίνδυνη συμπεριφορά**
 - Κριτήριο του διαφυγόντος κέρδους (**Min Max Regret**): προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το μέγιστο διαφυγόν κέρδος $\min_i \max_j \Delta(\alpha_i, \theta_j)$



Κριτήρια Αποφάσεων (4/6)

- Επιλογή σύμφωνα με το κριτήριο (Min Max Regret):
 - Για το α_1 έχουμε:
 - $\max \Delta(\alpha_1, \theta_j) = \max\{0, 12000\} = 12000$
 - Για το α_2 έχουμε:
 - $\max \Delta(\alpha_2, \theta_j) = \max\{4500, 0\} = 4500$
 - Για το α_3 έχουμε:
 - $\max \Delta(\alpha_3, \theta_j) = \max\{4000, 10000\} = 10000$
- Άρα το $\min_i \max_j \Delta(\alpha_i, \theta_j)$ επιτυγχάνεται με την επιλογή α_2



Κριτήρια Αποφάσεων (5/6)

- Κριτήριο Bayes ή κριτήριο της μεγιστοποίησης της αναμενόμενης αξίας



Κριτήρια Αποφάσεων (6/6)

- Αγνοώντας τη δυνατότητα δειγματοληψίας, η αναμενόμενη αξία των κερδών για κάθε επιλογή a_i είναι:
 - Για την a_1 : $0.8*4000+0.2*(-2000)=2800$
 - Για την a_2 : $0.8*(-500)+0.2*10000=1600$
 - Για την a_3 : $0.8*0+0.2*0=0$
- Η απόφαση που έχει τη μέγιστη αναμενόμενη τιμή κέρδους είναι η a_1



Δέντρα Αποφάσεων (1/2)

- Δέντρο
 - Γράφος χωρίς κύκλους
 - Για n κόμβους έχει $n-1$ ακμές
- Οι κόμβοι απόφασης συμβολίζονται με \square (τετράγωνο)
 - Από αυτούς ξεκινούν τόσες ακμές όσες είναι οι εναλλακτικές αποφάσεις



Δέντρα Αποφάσεων (2/2)

- Οι κόμβοι τύχης συμβολίζονται με \circ (κύκλο)
 - Από αυτούς ξεκινούν τόσες ακμές όσες και οι εναλλακτικές εκβάσεις του γεγονότος
 - Σημειώνουμε και την πιθανότητα έκβασης στον αντίστοιχο κλάδο
- Τελικοί κόμβοι
 - κέρδος ή ζημιά (τελικό αποτέλεσμα)



Αναλύσεις Δέντρων με το Κριτήριο της Αναμενόμενης Αξίας (1/2)

- $\max_i E[K(\alpha_i, \theta)]$
- Στους κόμβους τύχης σημειώνουμε την αναμενόμενη τιμή των αντίστοιχων τελικών γεγονότων



Αναλύσεις Δέντρων με το Κριτήριο της Αναμενόμενης Αξίας (2/2)

- Στους κόμβους απόφασης σημειώνουμε τη μεγαλύτερη αναμενόμενη αξία μεταξύ των αξιών των ενδεχομένων από τα οποία επιλέγουμε
- Συνήθως διαγράφουμε τους κλάδους που δεν επιλέγονται, δηλαδή αυτούς που δεν αντιστοιχούν στη βέλτιστη απόφαση



Διαδικασία Επίλυσης Δέντρων Απόφασης (1/2)

1. Η αξία κάθε τελικού κόμβου είναι το αντίστοιχο βέβαιο κέρδος (ζημιά)
2. Για κάθε κόμβο τύχης:
 - Υπολογίζουμε τις πιθανότητες των κλάδων ως τις δεσμευμένες πιθανότητες υπό τη συνθήκη ότι έχουν συμβεί τα προηγούμενα γεγονότα που μας οδήγησαν στο συγκεκριμένο κόμβο
 - Υπολογίζουμε την αναμενόμενη αξία του ως την αξία των κόμβων που αντιστοιχούν στους κλάδους σταθμισμένους με την αντίστοιχη πιθανότητα



Διαδικασία Επίλυσης Δέντρων Απόφασης (2/2)

3. Για κάθε κόμβο απόφασης επιλέγουμε τον κλάδο που καταλήγει στον κόμβο με την μεγαλύτερη αναμενόμενη αξία
4. Δίνουμε την αξία αυτή στον αρχικό κόμβο απόφασης



Υπολογισμός Πιθανοτήτων (κατά Bayes)

- $P(K) = P(K, \theta_1) + P(K, \theta_2) = P(K/\theta_1)P(\theta_1) + P(K/\theta_2)P(\theta_2)$
- $P(M) = P(M, \theta_1) + P(M, \theta_2) = P(M/\theta_1)P(\theta_1) + P(M/\theta_2)P(\theta_2)$
- $P(\theta_1/K) = P(\theta_1, K)/P(K) = P(K/\theta_1)P(\theta_1)/P(K)$
- $P(\theta_2/K) = P(\theta_2, K)/P(K) = P(K/\theta_2)P(\theta_2)/P(K)$
- $P(\theta_1/M) = P(\theta_1, M)/P(M) = P(M/\theta_1)P(\theta_1)/P(M)$
- $P(\theta_2/M) = P(\theta_2, M)/P(M) = P(M/\theta_2)P(\theta_2)/P(M)$



Τέλος Υποενότητας 1

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γρηγόριος Μπεληγιάννης. «Πληροφοριακά Συστήματα Διοίκησης (MBA). Εισαγωγή στη Θεωρία Αποφάσεων – Δέντρα Αποφάσεων». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/modules/document/document.php?course=DEAPT148>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

