



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών

Ενότητα 8: Εφαρμογές παραγώγων – Μελέτη και
βελτιστοποίηση συναρτήσεων μιας μεταβλητής
(Φροντιστήριο)

Μπεληγιάννης Γρηγόριος

Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων Αγροτικών
Προϊόντων & Τροφίμων (Δ.Ε.Α.Π.Τ.)

Σκοποί ενότητας

- Να κατανοήσουν οι φοιτητές την έννοια του ποσοστιαίου ρυθμού μεταβολής και τις οικονομικές εφαρμογές του
- Να μπορούν οι φοιτητές να βρίσκουν τα τοπικά βέλτιστά και τα σημεία καμπής με οριζόντια εφαπτομένη μιας συνάρτησης
- Να μπορούν οι φοιτητές να βρίσκουν τα σφαιρικά βέλτιστα σημεία μιας συνάρτησης
- Να μπορούν οι φοιτητές να βρίσκουν σε ποια διαστήματα μια συνάρτηση είναι κυρτή ή κοίλη, καθώς και τα σημεία καμπής που έχει



Περιεχόμενα ενότητας

- 1^η Άσκηση (ποσοστιαίος ρυθμός μεταβολής)
- 2^η Άσκηση (ποσοστιαίος ρυθμός μεταβολής)
- 3^η Άσκηση (ακρότατα και σημεία καμπής)
- 4^η Άσκηση (απόλυτα μέγιστα)
- 5^η Άσκηση (κυρτότητα, κοιλότητα σημεία καμπής)
- 6^η Άσκηση (μελέτη συνάρτησης)
- 7^η Άσκηση (μελέτη συνάρτησης)



1^η Άσκηση

- Αν το ακαθάριστο προϊόν μιας χώρας ήταν

$$F(t) = \frac{1}{4}t^2 + 2t + 10$$

δισεκατομμύρια ευρώ το χρόνο, ζητείται να προσδιοριστεί ο ποσοστιαίος ρυθμός μεταβολής του ακαθάριστου εθνικού προϊόντος το 2010



2^η Άσκηση

- Αν οι πωλήσεις μιας επιχείρησης δίνονται από τη συνάρτηση

$$R(t) = 1000000e^{0,8\sqrt{t}}$$

να προσδιοριστεί το ποσοστό αύξησης όταν **t=9**



3^η Άσκηση

- Να προσδιοριστούν τα τοπικά ακρότατα και τα σημεία καμπής με οριζόντια εφαπτομένη των συναρτήσεων:

1. $f(x) = (x^2 - 8x + 16)e^x, 0 \leq x \leq 3$

2. $f(x) = x^2 - 3x^{4/3}$

3. $f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 24x^2$



4^η Άσκηση

- Να προσδιοριστούν τα απόλυτα μέγιστα των παρακάτω συναρτήσεων:

1. $f(x) = x^2 - 2x, 2 \leq x \leq 4$

2. $f(x) = \frac{1}{6}(x^3 - 6x^2 + 9x + 6), 0 \leq x \leq 4$

3. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}, 0 \leq x < +\infty$



5^η Άσκηση

- Να προσδιοριστούν τα διαστήματα κυρτότητας, κοιλότητας και τυχόν σημεία καμπής των παρακάτω συναρτήσεων:

1. $f(x) = x \cdot e^{-x}$

2. $f(x) = x^4 - 4x^3 + 12$

3. $f(x) = \frac{1}{x^2+4}$



6^η Άσκηση

- Να μελετηθεί η συνάρτηση

$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

– Να βρεθούν:

- τα διαστήματα στα οποία είναι αύξουσα και φθίνουσα
- τα τοπικά της ακρότατα (αν έχει)
- τα διαστήματα στα οποία είναι κυρτή και κοίλη
- τα σημεία καμπής της με οριζόντια εφαπτομένη (αν έχει)
- οι κατακόρυφες και οριζόντιες ασύμπτωτες (αν έχει)



7^η Άσκηση

- Να μελετηθεί η συνάρτηση

$$f(x) = e^{\frac{1}{x^2}}$$

– Να βρεθούν:

- τα διαστήματα στα οποία είναι αύξουσα και φθίνουσα
- τα τοπικά της ακρότατα (αν έχει)
- τα διαστήματα στα οποία είναι κυρτή και κοίλη
- τα σημεία καμπής της με οριζόντια εφαπτομένη (αν έχει)
- οι κατακόρυφες και οριζόντιες ασύμπτωτες (αν έχει)



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γρηγόριος Μπεληγιάννης. «Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών. Εφαρμογές παραγώγων – Μελέτη και βελτιστοποίηση συναρτήσεων μιας μεταβλητής (Φροντιστήριο)».

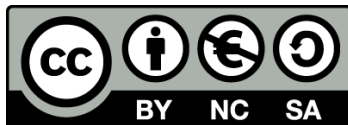
Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/modules/document/document.php?course=DEAPT128>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

