



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών

Ενότητα 6: Όριο και συνέχεια συναρτήσεων
(Φροντιστήριο)

Μπεληγιάννης Γρηγόριος
Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων
Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων Αγροτικών
Προϊόντων & Τροφίμων (Δ.Ε.Α.Π.Τ.)

Σκοποί 1^{ης} ενότητας

- Να γνωρίσουν οι φοιτητές τις ασυνεχείς συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης
- Να μάθουν οι φοιτητές να υπολογίζουν το όριο μιας συνάρτησης
- Να μπορούν οι φοιτητές να βρίσκουν τις ασύμπτωτες μιας συνάρτησης



Περιεχόμενα 1^{ης} ενότητας

- Ασυνεχείς συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης
- 1^η Άσκηση
- 2^η Άσκηση
- 3^η Άσκηση
- 4^η Άσκηση
- 5^η Άσκηση
- 6^η Άσκηση



Ασυνεχείς συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης (1/3)

- 1^ο Παράδειγμα

– Έστω η συνάρτηση ζήτησης για ένα αγαθό πολυτελείας (π.χ. πολύτιμοι λίθοι):

$$q = \begin{cases} 1000 - 2p, & 0 \leq p < 500 \\ 3000 - \frac{1}{2}p, & p \geq 500 \end{cases}$$

– Να φτιάξετε τη γραφική της παράσταση και να εξετάσετε αν είναι συνεχής



Ασυνεχείς συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης (2/3)

- 2^ο Παράδειγμα

- Μια επιχείρηση γραφικών αναλωσίμων πουλά μόνο κουτιά χαρτί των 300 φύλλων με τιμή 2,25 € το καθένα.

- Αν y είναι τα έσοδα και x ο αριθμός των κουτιών, τότε η συνάρτηση εσόδων ισούται με:

$$y = 2,25x, \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

- Να φτιάξετε τη γραφική της παράσταση και να εξετάσετε αν είναι συνεχής



Ασυνεχείς συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης (3/3)

- 3^ο Παράδειγμα

– Μια επιχείρηση ακολουθεί την εξής τιμολογιακή πολιτική για ένα από τα προϊόντα της:

$$f(x) = \begin{cases} 2,5x & 0 \leq x \leq 20 \\ 2x & 20 < x \leq 50 \\ 1,75x & 50 < x \leq 100 \\ 1,5x & x > 100 \end{cases}$$

όπου y είναι τα συνολικά έσοδα και x η ποσότητα της παραγγελίας.

– Να φτιάξετε τη γραφική της παράσταση και να εξετάσετε αν είναι συνεχής



1^η Άσκηση

- Να βρεθούν, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 - 3x + 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 - 3x + 2}$$



2^η Άσκηση

- Να βρεθεί, αν υπάρχει, το παρακάτω όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1} - x + 1}{2x^2 - x - 1}$$



3^η Άσκηση

- Να βρεθούν, αν υπάρχουν, οι οριζόντιες και κατακόρυφες ασύμπτωτες της παρακάτω συνάρτησης:

$$y = \frac{2x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}$$



4^η Άσκηση

- Να βρεθούν, αν υπάρχουν, οι κατακόρυφες ασύμπτωτες της παρακάτω συνάρτησης:

$$y = \frac{x + 1}{x^2 - 1}$$



5^η Άσκηση

- Να βρεθούν, αν υπάρχουν, οι οριζόντιες ασύμπτωτες της παρακάτω συνάρτησης:

$$y = \frac{e^x + 2}{e^x + 1}$$



6^η Άσκηση

- Να προσδιοριστεί το $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε να υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, όπου:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x - \sqrt{x^2 + 3}}{x - 1} + a^2x - 1, & \text{αν } x < 1 \\ 2x^2 - \frac{a}{2}, & \text{αν } x \geq 1 \end{cases}$$



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:



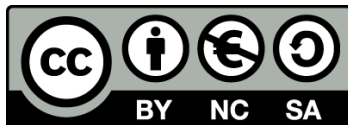
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γρηγόριος Μπεληγιάννης. «Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών. Όριο και συνέχεια συναρτήσεων (Φροντιστήριο)». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/modules/document/document.php?course=DEAPT128>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

