



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών

Ενότητα 5: Ακολουθίες, όρια, σειρές (Φροντιστήριο)

Μπεληγιάννης Γρηγόριος
Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων
Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων Αγροτικών
Προϊόντων & Τροφίμων (Δ.Ε.Α.Π.Τ.)

Σκοποί 1^{ης} υποενότητας



Περιεχόμενα 1^{ης} ενότητας

- 1^η Άσκηση (γεωμετρική πρόοδος)
- 2^η Άσκηση (ράντα)
- 3^η Άσκηση (ανατοκισμός)
- 4^η Άσκηση (ανατοκισμός)
- 5^η Άσκηση (επένδυση)
- 6^η Άσκηση (ροπή προς κατανάλωση)
- 7^η Άσκηση (ακολουθίες)
- 8^η Άσκηση (σύγκλιση σειρών)
- 9^η Άσκηση (σύγκλιση σειρών)
- 10^η Άσκηση (σύγκλιση σειρών)



1^η Άσκηση

- Αν $\alpha=1$ και $r=2$, να προσδιοριστεί το άθροισμα S_n των n πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου



2^η Άσκηση

- Έστω ότι μία ράντα αποτελείται από καταθέσεις του ποσού των K/n € που γίνονται σε n ίσα χρονικά διαστήματα του έτους και ότι οι τόκοι ανατοκίζονται n φορές το χρόνο
- Να προσδιοριστεί ο τύπος που δίνει την τελική αξία A της ράντας των nt περιόδων



3^η Άσκηση

- Να εφαρμοστεί ο τύπος του προηγούμενου παραδείγματος στο εξής πρόβλημα:
- Κατατίθενται 500 € στο τέλος κάθε τριμήνου για μια περίοδο 4 ετών με επιτόκιο 12% με τριμηνιαίο ανατοκισμό
- Να βρεθεί το συνολικό ποσό που θα συσσωρευτεί στο τέλος των 4 ετών καθώς και οι τόκοι



4^η Άσκηση

- Να υπολογίσετε το ποσό A που θα πρέπει να καταθέσουμε σήμερα, προκειμένου να εισπράξουμε το σταθερό ποσό των 3000 € ετησίως για τα επόμενα 4 χρόνια, όταν το ετήσιο επιτόκιο ανατοκισμού είναι $r=8\%$



5^η Άσκηση

- Μια επένδυση έχει αρχικό κόστος 8.500.000 € και στη συνέχεια έχει κέρδη ως εξής:
 - Το 1^ο έτος 200.000 €
 - Το 2^ο έτος 4.000.000 €
 - Το 3^ο έτος 1.000.000 €
 - Το 4^ο έτος 3.000.000 €
 - Το 5^ο έτος 3.000.000 €
- Αν το ετήσιο επιτόκιο είναι 8%, είναι η επένδυση κερδοφόρα;



6^η Άσκηση

- Αν η οριακή ροπή προς κατανάλωση μιας οικονομίας είναι 0,65, ποιο είναι το επιπλέον εισόδημα που θα δημιουργηθεί με μια επιπλέον δαπάνη των 800 εκατ. €;
- Τι θα συμβεί αν η οριακή ροπή προς κατανάλωση είναι 1 και τι αν είναι μεγαλύτερη του 1;



7^η Άσκηση

- Τα έσοδα μιας επιχείρησης ήταν το 2002 1.000.000 € ενώ το 2010 ήταν 1.500.000 €. Αν η επιχείρηση είχε την ίδια ετήσια αύξηση των εσόδων μεταξύ των ετών 2002 και 2010
 - Ποια είναι η ετήσια αύξηση των εσόδων;
 - Ποια είναι τα συνολικά έσοδα μεταξύ των ετών 2002 και 2010;
- Υπόδειξη: Να λυθεί με χρήση ακολουθιών



8^η Άσκηση

- Να ελεγχθεί η σύγκλιση ή απόκλιση των παρακάτω σειρών:

$$1. f(n) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$$

$$2. f(n) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 2^n}{n^3 + 3^n}$$

$$3. f(n) = \sum_{n=0}^{\infty} n^4 2^{-n}$$



9^η Άσκηση

- Να ελεγχθεί η σύγκλιση ή απόκλιση των παρακάτω σειρών:

$$1. f(n) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{n^{2n}}$$

$$2. f(n) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 2^{n-1}}{(-5)^n}$$

$$3. f(k) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k k!}{(k+2)!}$$



10^η Άσκηση

- Να ελεγχθεί η σύγκλιση ή απόκλιση των παρακάτω σειρών:

$$1. f(n) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{2n}}{n^n}$$

$$2. f(n) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2-1}}{n^3+2n^2+5}$$

$$3. f(n) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{5^n}$$

$$4. f(n) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{2} - 1 \right)^n$$



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:



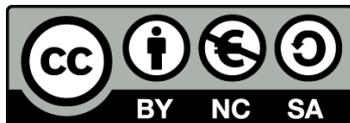
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γρηγόριος Μπεληγιάννης. «Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών. Ακολουθίες, όρια, σειρές (Φροντιστήριο)». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/modules/document/document.php?course=DEAPT128>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

