



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών

Ενότητα 3: Μη γραμμικές συναρτήσεις
(Φροντιστήριο)

Μπεληγιάννης Γρηγόριος

Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων Αγροτικών
Προϊόντων & Τροφίμων (Δ.Ε.Α.Π.Τ.)

Σκοποί ενότητας

- Να γνωρίσουν οι φοιτητές τη δομή και τη χρήση των μη γραμμικών συναρτήσεων
- Να μάθουν οι φοιτητές τις οικονομικές τετραγωνικές συναρτήσεις και που αυτές χρησιμοποιούνται
- Να μπορούν οι φοιτητές να αναγνωρίζουν και να διαχειρίζονται κυβικές συναρτήσεις, ρητές συναρτήσεις, συναρτήσεις δύναμης και γενικά πολυώνυμα



Περιεχόμενα ενότητας

- 1^η Άσκηση (πολυωνυμικές συναρτήσεις)
- 2^η Άσκηση (τετραγωνικές συναρτήσεις)
- 3^η Άσκηση (τετραγωνικές συναρτήσεις)
- 4^η Άσκηση (συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης)
- 5^η Άσκηση (συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης)
- 6^η Άσκηση (συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης)
- 7^η Άσκηση (διαίρεση πολυωνύμων)
- 8^η Άσκηση (διαίρεση πολυωνύμων)



1^η Άσκηση

- Ποιες από τις παρακάτω εξισώσεις ορίζουν πολυωνυμικές συναρτήσεις;

1. $(x-a)(x-b) = c$

2. $\sqrt{5x - 1}$

3. $\frac{15}{x^2 - x + 1}$



2^η Άσκηση

- Να προσδιοριστούν τα είδη των ριζών των εξισώσεων και οι θέσεις των ελαχίστων ή μεγίστων των αντίστοιχων συναρτήσεων:

1. $x^2 - 8x + 9 = 0$

2. $-3x^2 - 8x + 9 = 0$

3. $6x^2 - 5x + 6 = 0$



3^η Άσκηση

- Να βρεθούν οι τετραγωνικές εξισώσεις με ρίζες:
 1. **-1 και 3**
 2. **2 και -1**
 3. **$-3i$ και $5i$**



4^η Άσκηση (1/2)

- Να βρεθούν οι τιμές και οι ποσότητες ισορροπίας μιας ανταγωνιστικής αγοράς με τα παρακάτω ζεύγη συναρτήσεων προσφοράς και ζήτησης:

- $Q_S = 6P^2 + 5P - 5$

και

- $Q_D = 20 - 5P - P^2$



4^η Άσκηση (2/2)

- Να βρεθούν οι τιμές και οι ποσότητες ισορροπίας μιας ανταγωνιστικής αγοράς με τα παρακάτω ζεύγη συναρτήσεων προσφοράς και ζήτησης:
- $Q_s = 2P$

και

$$Q_D = \frac{400}{P - 2}$$



5^η Άσκηση

- Έστω ότι μια επιχείρηση έχει συνάρτηση κόστους $TC(Q) = 150 + 0,32Q$ και συνάρτηση ζήτησης $Q = 62000 - 100000P$.
- Να υπολογίσετε τη συνάρτηση κερδών ως συνάρτηση της τιμής και να προσδιοριστεί η τιμή πώλησης P^* που μεγιστοποιεί τα κέρδη, καθώς και τα μέγιστα κέρδη.



6^η Άσκηση

- Έστω ότι μια επιχείρηση έχει συνάρτηση ζήτησης $Q = 150 - 3P$ και συνάρτηση κόστους $TC(Q) = 20 + 2Q + \frac{1}{2} Q^2$. Ζητούνται:
 1. Η ποσότητα Q^* που πρέπει να πωληθεί έτσι ώστε να μεγιστοποιούνται τα κέρδη, καθώς και τα μέγιστα κέρδη.
 2. Να υπολογιστούν τα «νεκρά» σημεία, δηλαδή τα σημεία στα οποία τα συνολικά έσοδα ισούνται με το συνολικό κόστος.



7^η Άσκηση (1/4)

- Εκτελέστε τη διαίρεση των παρακάτω πολυωνύμων:

- $4x^3 + 5x - 8$

και

- $2x - 1$



7^η Άσκηση (2/4)

- Εκτελέστε τη διαίρεση των παρακάτω πολυωνύμων:

- $x^5 - x^4 + 3x^2 + 2$

και

- $x^2 - x + 2$



7^η Άσκηση (3/4)

- Εκτελέστε τη διαίρεση των παρακάτω πολυωνύμων:

- $8x^4 - 6x^2 - 9$

και

- $2x^2 - 3$



7^η Άσκηση (4/4)

- Εκτελέστε τη διαίρεση των παρακάτω πολυωνύμων:

- $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9$

και

- $x^2 - 9$



8^η Άσκηση

- Για την πλακόστρωση του δαπέδου ενός δωματίου που έχει σχήμα ορθογωνίου, χρησιμοποιήσαμε 45 πλακάκια τύπου Α (τετράγωνα με πλευρά x), 56 πλακάκια τύπου Β (παραλληλόγραμμα με πλευρές x και y) και 16 πλακάκια τύπου Γ (τετράγωνα με πλευρά y). Αν το πλάτος του δωματίου είναι **$5x+4y$** ποιο είναι το μήκος του;



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γρηγόριος Μπεληγιάννης. «Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών. Μη γραμμικές συναρτήσεις (Φροντιστήριο)». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/modules/document/document.php?course=DEAPT128>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

