



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών

Ενότητα 2: Γραμμικές συναρτήσεις (Φροντιστήριο)

Μπεληγιάννης Γρηγόριος

Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων Αγροτικών

Προϊόντων & Τροφίμων (Δ.Ε.Α.Π.Τ.)

Σκοποί ενότητας

- Να μάθουν οι φοιτητές τα βασικά χαρακτηριστικά των γραμμικών συναρτήσεων
- Να μπορούν να προσδιορίζουν μια ευθεία από ένα σημείο της και την κλίση της και από δύο σημεία της
- Να μπορούν να επιλύσουν ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους
- Να γνωρίσουν τι είναι οι γραμμικές ανισότητες
- Να μάθουν τις βασικές γραμμικές οικονομικές συναρτήσεις και που χρησιμοποιούνται



Περιεχόμενα ενότητας

- 1^η Άσκηση (πράξεις μεταξύ συναρτήσεων)
- 2^η Άσκηση (προσδιορισμός γραμμικών συναρτήσεων)
- 3^η Άσκηση (προσδιορισμός κλίσης ευθείας)
- 4^η Άσκηση (κλίση ευθύγραμμων τμημάτων)
- 5^η Άσκηση (2x2 σύστημα γραμμικών εξισώσεων)
- 6^η Άσκηση (2x2 σύστημα γραμμικών εξισώσεων)
- 7^η Άσκηση (σύστημα γραμμικών ανισώσεων)
- 8^η Άσκηση (σύστημα γραμμικών ανισώσεων)



1^η Άσκηση

- Ποιες από τις πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού, της διαίρεσης και της ύψωσης σε δύναμη δύο γραμμικών συναρτήσεων μας δίνει επίσης γραμμική συνάρτηση;



2^η Άσκηση

- Να προσδιοριστούν οι γραμμικές συναρτήσεις που ορίζονται από τα σημεία:
 1. $(1,-3)$ και $(3,2)$
 2. $(1,3)$ και $(2,5)$



3^η Άσκηση

- Να προσδιοριστεί η παράσταση της κλίσης της ευθείας που περνά από τα σημεία (x, x^2) και $(x+\delta, (x+\delta)^2)$, όπου $\delta \neq 0$



4^η Άσκηση (1/2)

- Τα συγκριτικά δεδομένα πωλήσεων τεσσάρων μικρομεσαίων επιχειρήσεων στα έτη 2002 έως 2007 παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Πωλήσεις	2002	2007
Πωλήσεις επιχείρησης E1	600.000	700.000
Πωλήσεις επιχείρησης E2	600.000	1.300.000
Πωλήσεις επιχείρησης E3	600.000	600.000
Πωλήσεις επιχείρησης E4	600.000	400.000



4^η Άσκηση (2/2)

- Αν θεωρήσουμε ότι το έτος 2000 αντιστοιχεί στο $x=0$, το έτος 2001 στο $x=1$, το 2002 στο $x=2$ και ούτω καθεξής, ζητείται να προσδιοριστούν οι κλίσεις των ευθυγράμμων τμημάτων των τεσσάρων επιχειρήσεων και να ερμηνευτούν οικονομικά



5^η Άσκηση

- Να κατασκευάσετε ένα 2×2 σύστημα γραμμικών εξισώσεων με μοναδική λύση την $x=5, y=-1$



6^η Άσκηση

- Να κατασκευάσετε ένα 2×2 σύστημα γραμμικών εξισώσεων με απειρία λύσεων και ένα αδύνατο 2×2 σύστημα



7^η Άσκηση (1/2)

- Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα παραγωγής για την παραγωγή των προϊόντων A και B:

Είδος πόρου	Παραγωγή μονάδας του A	Παραγωγή μονάδας του B	Ανώτατα όρια διαθέσιμων ποσοτήτων
Πρώτες ύλες	1	3	12
Εργασία	1	1	6
Κεφάλαιο	2	1	20



7^η Άσκηση (2/2)

- Να κατασκευάσετε γεωμετρικά το σύνολο των παραγωγικών δυνατοτήτων της επιχείρησης
- Να προσδιοριστούν αλγεβρικά τα υποσύνολα στα οποία ολόκληρος ο χώρος των δύο διαστάσεων διαμερίζεται από τις τρεις αυτές εξισώσεις



8^η Άσκηση

- Να κατασκευάσετε:
 1. Ένα σύστημα 2×2 ανισοτήτων με σύνολο λύσεων μια περιοχή
 2. Ένα σύνολο 2×2 ανισοτήτων με σύνολο λύσεων ένα σημείο
 3. Ένα σύνολο 2×2 ανισοτήτων με κενό σύνολο λύσεων
 4. Ένα σύστημα 2×2 ανισοτήτων με σύνολο λύσεων μία ευθεία



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γρηγόριος Μπεληγιάννης. «Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών. Γραμμικές συναρτήσεις (Φροντιστήριο)». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/modules/document/document.php?course=DEAPT128>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

