

2° Τεστ Αυτοαξιολόγησης

Άσκηση 1.

Να κάνετε χρήση του κανόνα του γινομένου για την διαφορίση των παρακάτω συναρτήσεων:

(a) $y = \sin x \cos x$ (b) $y = (t^3 + 1)e^{2t}$ (c) $y = e^x \sqrt{x}$ (d) $y = e^t \sin t \cos t$

Άσκηση 2.

Να κάνετε χρήση του κανόνα του πηλίκου για την διαφορίση των παρακάτω συναρτήσεων:

(a) $y = \frac{\cos x}{\sin x}$ (b) $y = \frac{e^{2t}}{t^3 + 1}$ (c) $y = \frac{x^2 + x + 1}{1 + e^x}$ (d) $y = \frac{1 + e^t}{1 + e^{2t}}$

Άσκηση 3.

Να κάνετε χρήση του κανόνα της αλυσίδας για την διαφορίση των παρακάτω συναρτήσεων:

(a) $y = (t^3 + 1)^{100}$ (b) $y = \sin^3(3t + 2)$ (c) $y = \ln(x^2 + 1)$ (d) $y = (2t + 1)^{1/2}$

Άσκηση 4.

Να βρείτε τα ακόλουθα:

(a) $\frac{d}{dx}(y^2 + y^3)$ (b) $\frac{d}{dx}(e^{-3y})$ (c) $\frac{d}{dx}(\sqrt{y})$ (d) $\frac{d}{dx}(\ln y)$

Άσκηση 5.

Να βρείτε το $\frac{dy}{dx}$ των παρακάτω πεπλεγμένων συναρτήσεων:

(a) $2y^2 - 3x^3 = x + y$ (b) $\sqrt{y} + \sqrt{x} = x^2 + y^3$ (c) $\sqrt{2x + 3y} = 1 + e^x$ (d) $2xy^4 = x^3 + 3xy^2$

Άσκηση 6.

Να βρείτε το $\frac{dy}{dx}$ των παρακάτω παραμετρικών συναρτήσεων:

(a) $x = t^2$ $y = 1 + t^3$

(b) $x = \sin t$ $y = e^t$

(c) $x = (1+t)^3$ $y = 1+t^3$

(d) $x = \cos t$ $y = 3t$

Άσκηση 7.

Βρείτε τις παραγώγους με χρήση λογαριθμικής διαφόρισης:

(a) $z = t^3(1+t)^9$ (b) $y = x^7 \sin^4 x$ (c) $z = t^4(1-t)^6(2+t)^4$ (d) $x = (1+t)^3(2+t)^4(3+t)^5$

Άσκηση 8.

(a) Αν $\frac{dy}{dt} = 3t^2 + t$ να βρεθούν τα $\frac{d^2y}{dt^2}$ και $\frac{d^3y}{dt^3}$

(b) Να βρεθούν οι τιμές του t στις οποίες $y'' = 0$, όπου $y = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 12t - 1$

(c) Να βρεθεί $\frac{d^2y}{dx^2}$ δοθέντος ότι $xy + x^2 = y^2$

Άσκηση 9.

Προσδιορίστε την θέση των ακροτάτων (x^*, f^*) των παρακάτω συναρτήσεων και χαρακτηρίστε τα ως μέγιστα ή ελάχιστα σε κάθε περίπτωση:

(a) $y = x^3 - 12x$ (b) $y = x^4 - 2x^2$ (c) $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x + 1$ (d) $y = te^{-t}$