

ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

1. Ένα δίκαιο νόμισμα ρίχνεται τέσσερις φορές. Έστω X ο αριθμός των κεφαλών που εμφανίζονται. Βρείτε: (α) την συνάρτηση πιθανότητας f_X του X , (β) την μέση τιμή $E(X)$, (γ) την τυπική απόκλιση του X .

Απάντηση: (α) $f_X\{0, 1, 2, 3, 4\} = 1/16 \{1, 4, 6, 4, 1\}$ (β) 2 (γ) 1

2. Θεωρήστε τα εννέα σημεία (x, y) στο επίπεδο με ακέραιες συντεταγμένες από το σύνολο $\{x, y = 1, 2, 3\}$. Έστω Z το άθροισμα $x + y$. Εάν όλα τα σημεία είναι ισοπίθανα στην επιλογή τους, βρείτε την συνάρτηση πιθανότητας f_Z της Z και βρείτε την αναμενόμενη τιμή $E[Z]$.

Απάντηση: (α) $f_Z\{2, 3, 4, 5, 6\} = 1/9 \{1, 2, 3, 2, 1\}$ (β) 4

ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ.

1. Ένα δίκαιο νόμισμα ρίχνεται 6 φορές και έστω ότι οι κεφαλές θεωρούνται επιτυχία. Να βρεθεί η πιθανότητα

(α) να εμφανιστούν ακριβώς δύο κεφαλές.

(β) να εμφανιστούν τουλάχιστον τέσσερις κεφαλές.

(γ) να εμφανιστούν μία ή περισσότερες κεφαλές

Απάντηση: (α) 0.23, (β) 0.34, (γ) 0.98

2. Σε μια άσκηση σκοποβολής, η πιθανότητα για έναν νέο αθλητή να χτυπήσει έναν στόχο είναι $1/3$. Εάν αθλητής ρίξει διαδοχικά επτά φορές και θεωρώντας ότι κάθε ρίψη δεν επηρεάζει την προηγούμενη: Βρείτε την πιθανότητα να χτυπήσει τον στόχο: (i) ακριβώς 3 φορές, (ii) τουλάχιστον μία φορά.

Απάντηση: (α) 0.26, (β) 0.94

3. Σε μια διωνυμική κατανομή με πιθανότητα επιτυχίας p και πιθανότητα αποτυχίας $q = 1 - p$, αποδείξτε ότι η μέση τιμή των επιτυχιών για n επαναλήψεις είναι ίση με np ενώ η διακύμανση ισούται με $\sigma^2 = npq$