

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ 3
ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ Ι

THERMODYNAMICS

ΠΑΤΡΑ 27/11/2025, 11.15 – 13.00

ΑΣΚΗΣΗ 1

1 mole ιδανικού αερίου για το οποίο $c_p = 33.44 \frac{J}{mol \cdot K}$ και $c_v = 25.12 \frac{J}{mol \cdot K}$ εκτονώνεται **αδιαβατικά** από μια αρχική κατάσταση 340K και 500kPa σε μια τελική με **διπλάσιο όγκο**. Υπολογίστε την τελική θερμοκρασία του αερίου, το παραγόμενο έργο και τη μεταβολή της εντροπίας για:

A) **Αντιστρεπτή** εκτόνωση

B) Ελεύθερη εκτόνωση στο κενό

ΑΣΚΗΣΗ 1

A) Αντιστρεπτή εκτόνωση

$$\text{Αντιστρεπτή διεργασία} \longrightarrow P_{\text{εξ}} = P$$

$$\text{Αδιαβατική εκτόνωση} \longrightarrow Q = 0$$

Αδιαβατική Διεργασία

0

$$\text{Από τον 1}^\circ \text{ νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: } dU = \cancel{\delta Q} + \delta W \Rightarrow nc_v dT = -\frac{nRT}{V} dV$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{R}{c_v} \frac{dV}{V} \Rightarrow \int \frac{dT}{T} = -\frac{R}{c_v} \int \frac{dV}{V} \Rightarrow \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-\frac{R}{c_v}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-\frac{R}{c_v}} \Rightarrow$$

$$T_2 = T_1 * 2^{-\frac{R}{c_v}} \Rightarrow T_2 = 340\text{K} * 2^{-0.33} \Rightarrow T_2 = 270.3\text{K} \cong 270\text{K}$$

$$\Delta U = nc_v \Delta T = 1\text{mol} * 25.12 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * (-69.7\text{K}) \Rightarrow \Delta U = -1751\text{J} \quad W = \Delta U = -1751\text{J}$$

Για αντιστρεπτή & αδιαβατική διεργασία :

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = 0$$

ΑΣΚΗΣΗ 1

1 mole ιδανικού αερίου για το οποίο $c_p = 33.44 \frac{J}{mol \cdot K}$ και $c_v = 25.12 \frac{J}{mol \cdot K}$ εκτονώνεται αδιαβατικά από μια αρχική κατάσταση 340K και 500kPa σε μια τελική με διπλάσιο όγκο. Υπολογίστε την τελική θερμοκρασία του αερίου, το παραγόμενο έργο και τη μεταβολή της εντροπίας για:

A) Αντιστρεπτή εκτόνωση

B) Ελεύθερη εκτόνωση στο κενό

ΑΣΚΗΣΗ 1

B) Ελεύθερη εκτόνωση στο κενό

$$\text{Ελεύθερη εκτόνωση στο κενό} \longrightarrow P_{\varepsilon\xi} = 0 \longrightarrow W = \int P_{\varepsilon\xi} dV = 0$$

$$\text{Αδιαβατική εκτόνωση} \longrightarrow Q = 0$$

$$\text{Από τον 1}^\circ \text{ νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: } dU = \delta Q + \delta W = 0$$

$$dU = nc_v dT \Rightarrow 0 = 1 \text{ mol} * 25.12 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * dT \Rightarrow dT = 0 \Rightarrow T_{\text{τελ}} = 340\text{K}$$

$$\text{Για ιδανικό αέριο: } \Delta S = n c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + n R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = n c_v \ln \left(\frac{340\text{K}}{340\text{K}} \right) + n R \ln \left(\frac{2V_1}{V_1} \right) \Rightarrow \Delta S = 5.76 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

1 mole ιδανικού αερίου για το οποίο $c_p = 20.88 \frac{J}{mol \cdot K}$ και $c_v = 12.56 \frac{J}{mol \cdot K}$ εκτονώνεται **αδιαβατικά και αντιστρεπτά** από πίεση 300kPa σε πίεση 100kPa. Αν $T_{αρχ} = 590K$ προσδιορίστε τις $T_{τελ}$, ΔU , ΔH , W .

ΑΣΚΗΣΗ 2

Αδιαβατική Διεργασία: $Q = 0$

Αντιστρεπτή &
Αδιαβατική Διεργασία:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta S = 0 \\ P_{εξ} = P \end{array} \right.$$

Από τον 1^ο νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $dU = \delta Q + \delta W \Rightarrow \Delta U = \int \delta W$

Για ιδανικό αέριο με $\Delta S = 0 \Rightarrow nc_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - nR \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = 0 \Rightarrow nc_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = nR \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \Rightarrow \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{R}{c_p} \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R}{c_p}}$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{100kPa}{300kPa} \right)^{\frac{R}{c_p}} = 590K * \left(\frac{1}{3} \right)^{0.398} \Rightarrow T_2 = 381K$$

$$\Delta U = nc_v \Delta T = 1mol * 12.56 \frac{J}{mol * K} * (-209K) \Rightarrow \Delta U = -2625J$$

$$W = \Delta U = -2625J$$

$$\Delta H = nc_p \Delta T = 1mol * 20.88 \frac{J}{mol * K} * (-209K) \Rightarrow \Delta H = -4364J$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

1 mole ιδανικού αερίου είναι μέρος ενός απομονωμένου συστήματος και υφίσταται ισόθερμη και αντιστρεπτή εκτόνωση στους 100 K από 10 atm σε 1 atm. Να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες w , q , ΔU , ΔH , ΔS , ΔA και ΔG για το ιδανικό αέριο και w , q , ΔU και ΔS για το απομονωμένο σύστημα.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Απομονωμένο σύστημα:

$$\left\{ \begin{array}{l} q = 0 \\ w = 0 \end{array} \right.$$

Από τον 1^ο νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = q + w \Rightarrow \Delta U = 0$

Αντιστρεπτή & Αδιαβατική Διεργασία: $\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \Delta S = \frac{Q}{T} = 0 \Rightarrow \Delta S = 0$

ΑΣΚΗΣΗ 3

$$\begin{array}{lcl} \text{Ιδανικό αέριο:} & \left\{ \begin{array}{l} \Delta T = 0 \\ T = 100\text{K} \end{array} \right. & \text{Άρα,} \end{array} \quad \begin{array}{l} \Delta U = 0 \\ \Delta H = 0 \end{array}$$

Από τον 1^ο νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = q + w \Rightarrow w = -q$ (1)

$$w = - \int p_{\text{εξ}} dV = - \int p dV \Rightarrow w = - \int \frac{nRT}{V} dV \Rightarrow w = -nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = -nRT \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) = -1914 \text{ J}$$

$$\text{Από την (1): } q = -w = 1914 \text{ J}$$

$$\text{Ιδανικό αέριο : } \Delta S = nc_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - nR \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \xrightarrow{(T=\text{σταθ})} \Delta S = -nR \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = 19.14 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta A = \Delta U - \Delta(TS) = \Delta U - T\Delta S - S\Delta T \Rightarrow \Delta A = -T\Delta S = -1914 \text{ J}$$

$$\Delta G = \Delta H - \Delta(TS) = \Delta H - T\Delta S - S\Delta T \Rightarrow \Delta G = -T\Delta S = -1914 \text{ J}$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Οι σταθερές της εξίσωσης Van der Waals για 1 mol Kr είναι: $a=2.3 * 10^6 \frac{atm*cm^6}{mol^2}$, $b=40 \frac{cm^3}{mol}$.
Δίνεται επίσης η θερμοχωρητικότητα $c_v = 3 \frac{cal}{mol*K}$. Να υπολογιστούν οι ακόλουθες
θερμοδυναμικές ποσότητες για την ισόθερμη και αντιστρεπτή εκτόνωση 1mol αερίου Kr από
1L σε 2L στους 300K: W, Q, ΔU, ΔS.

$$1 atm * L = 101.325 J$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Καταστατική εξίσωση για αέριο Van der Waals για 1 mol: $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \Rightarrow P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \quad (1)$

$$W = - \int P_{\varepsilon\xi} dV = - \int P dV = - \int \left(\frac{nRT}{V - nb} - \frac{an^2}{V^2} \right) dV \Rightarrow$$

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V - nb} dV + \int_{V_1}^{V_2} \frac{an^2}{V^2} dV = -nRT \ln \left(\frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} \right) - an^2 \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) \Rightarrow$$

$$W = -1\text{mol} * 0.082 \frac{\text{atm} * \text{L}}{\text{mol} * \text{K}} * 1000 \frac{\text{cm}^3}{\text{L}} * 300\text{K} * \ln \left(\frac{2000\text{cm}^3 - 1\text{mol} * 40 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}}{1000\text{cm}^3 - 1\text{mol} * 40 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}} \right)$$

$$-(1\text{mol})^2 * 2.3 * 10^6 \frac{\text{atm} * \text{cm}^6}{\text{mol}^2} * \left(\frac{1}{2000} - \frac{1}{1000} \right) \frac{1}{\text{cm}^3} \Rightarrow$$

$$W = -17558.7 \text{atm} * \text{cm}^3 + 1150 \text{atm} * \text{cm}^3 \Rightarrow W = -16408.7 * 10^{-3} \text{atm} * \text{L} = -1662.6 \text{J}$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

$$U = U(T, V) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV \Rightarrow \\ \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = -P + T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \end{array} \right. \Rightarrow dU = \left[-P + T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \right] dV (1)$$

Παραγωγίζοντας την

$$P = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{an^2}{V^2} (2)$$

προκύπτει:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{nR}{V-nb} (3)$$

Από τις (1), (2), (3) προκύπτει:

$$dU = \left[-\frac{nRT}{V-nb} + \frac{an^2}{V^2} + \frac{nRT}{V-nb} \right] dV \Rightarrow \int dU = \int_{V_1}^{V_2} \frac{an^2}{V^2} dV \Rightarrow$$

$$\Delta U = -an^2 \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) \Rightarrow \Delta U = 1150 * 10^{-3} \text{ atm} * \text{L} \Rightarrow \Delta U = 116.5 \text{ J}$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Από τον πρώτο νόμο της Θερμοδυναμικής προκύπτει:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W \Rightarrow Q = 116.5 \text{ J} - (-1662.6 \text{ J}) \Rightarrow$$

$$Q = 1779.1 \text{ J}$$

Ισόθερμη και
Αντιστρεπτή διεργασία:

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T} = \frac{1779.1 \text{ J}}{300 \text{ K}} \Rightarrow \Delta S = 5.93 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$