

ΑΣΚΗΣΗ 1

65g αερίου Xe βρίσκονται υπό πίεση 3atm σε θερμοκρασία δωματίου. Το αέριο στη συνέχεια εκτονώνεται αδιαβατικά με δύο τρόπους: α) Αντιστρεπτά σε 1atm, β) έναντι της ατμοσφαιρικής πίεσης. Ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία του αερίου στις δύο παραπάνω περιπτώσεις?

Δίνονται $M.B.(Xe)=131.3$ και $c_p = 20.78 \frac{J}{mol \cdot K}$.

Θεωρείστε το αέριο ιδανικό.

Αδιαβατική Διεργασία

A)

Από τον 1^ο νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = \overset{0}{\cancel{Q}} + W$ (1)

Ιδανικό αέριο: $PV = nRT$

Έργο από το περιβάλλον στο σύστημα: $W = - \int P_{\varepsilon\xi} dV = - \int P dV \Rightarrow W = - \int \frac{nRT}{V} dV$ (2)

Μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας: $\Delta U = nc_v \Delta T$ (3)

Σε διαφορική μορφή: $(1), (2), (3) \Rightarrow nc_v dT = - \frac{nRT}{V} dV \Rightarrow \frac{dT}{T} = - \frac{R}{c_v} \frac{dV}{V} \Rightarrow \int \frac{dT}{T} = - \frac{R}{c_v} \int \frac{dV}{V} \Rightarrow$

$$\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = - \frac{R}{c_v} \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{-\frac{R}{c_v}} (4)$$

Καταστατική εξίσωση:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 V_1 = nRT_1 \\ P_2 V_2 = nRT_2 \end{array} \right\} \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1 V_2}{T_2 V_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1 T_2}{P_2 T_1} (5)$$

ΑΣΚΗΣΗ 1

65g αερίου Xe βρίσκονται υπό πίεση 3atm σε θερμοκρασία δωματίου. Το αέριο στη συνέχεια εκτονώνεται αδιαβατικά με δύο τρόπους: α) Αντιστρεπτά σε 1atm, β) έναντι της ατμοσφαιρικής πίεσης. Ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία του αερίου στις δύο παραπάνω περιπτώσεις?

Δίνονται $M.B.(Xe)=131.3$ και $c_p = 20.78 \frac{J}{mol \cdot K}$.

Θεωρείστε το αέριο ιδανικό.

$$\left. \begin{array}{l} (4), (5): \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_1 T_2}{P_2 T_1} \right)^{-\frac{R}{c_v}} \\ c_p - c_v = R \Rightarrow c_v = 12.47 \frac{J}{mol \cdot K} \end{array} \right\} \frac{T_2}{298} = \left(\frac{3}{1} \frac{T_2}{298} \right)^{-0.66} \Rightarrow T_2 = 192.5K$$

Αδιαβατική Διεργασία

B)

Από τον 1^ο νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = \overset{0}{\cancel{Q}} + W$ (1)

$$W = - \int P_{\varepsilon\xi} dV = -P_{\varepsilon\xi} \int dV = -P_{\varepsilon\xi} (V_2 - V_1) = -P_{\varepsilon\xi} \left(\frac{nRT_2}{P_2} - \frac{nRT_1}{P_1} \right) (2)$$

$$\Delta U = nc_v \Delta T \quad (3)$$

$$(2), (3): nc_v \Delta T = -P_{\varepsilon\xi} \left(\frac{nRT_2}{P_2} - \frac{nRT_1}{P_1} \right) \Rightarrow \Delta T = -\frac{P_{\varepsilon\xi}}{nc_v} \left(\frac{nRT_2}{P_2} - \frac{nRT_1}{P_1} \right) = -\frac{P_{\varepsilon\xi} R}{c_v} \left(\frac{T_2}{P_2} - \frac{T_1}{P_1} \right) \Rightarrow$$

$$T_2 - T_1 = -\frac{1atm \cdot 8.314 \frac{J}{mol \cdot K}}{12.47 \frac{J}{mol \cdot K}} \left(\frac{T_2}{1atm} - \frac{298K}{3atm} \right) \Rightarrow T_2 = 218.5K$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Για 1 mol ιδανικού αερίου με σταθερό $c_v = 3 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 12.54 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες (W , q , ΔU , ΔH , ΔS , ΔT) για τις ακόλουθες αντιστρεπτές διεργασίες:

A) Ισόθερμη εκτόνωση από 1L σε 10L στους 300K

B) Αδιαβατική εκτόνωση από 1L σε 8L στους 300K

Γ) Ισοβαρή εκτόνωση 1L σε 2L με $T_{\alpha\rho\chi}=300\text{K}$

Δ) Ισόχωρη θέρμανση από 300K σε 600K

A)

Ισόθερμη διεργασία: $T_1 = T_2 = 300\text{K}$

Ιδανικό αέριο: $\Delta U = n c_v \Delta T \Rightarrow \Delta U = 0$

Από τον 1^ο νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = Q + W \Rightarrow W = -Q (1)$

Ιδανικό αέριο: $PV = nRT$ $T = \text{σταθ}$

Έργο από το περιβάλλον στο σύστημα: $W = - \int P_{\varepsilon\xi} dV = - \int P dV \Rightarrow W \stackrel{\downarrow}{=} - \int \frac{nRT}{V} dV \stackrel{\downarrow}{=} -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \Rightarrow$

$$W = -nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = -1 \text{mol} * 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * 300\text{K} \ln \left(\frac{10}{1} \right) \Rightarrow W = -5743 \text{ J } (2)$$

$$(1), (2): Q = -W = 5743 \text{ J } (3)$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Για 1 mol ιδανικού αερίου με σταθερό $c_v = 3 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 12.54 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες (W, q, ΔU, ΔH, ΔS, ΔT) για τις ακόλουθες αντιστρεπτές διεργασίες:

A) Ισόθερμη εκτόνωση από 1L σε 10L στους 300K

B) Αδιαβατική εκτόνωση από 1L σε 8L στους 300K

Γ) Ισοβαρή εκτόνωση 1L σε 2L με $T_{\alpha\rho\chi}=300\text{K}$

Δ) Ισόχωρη θέρμανση από 300K σε 600K

A)

$$\Delta H = n c_p \cancel{\Delta T} = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta H = 0}$$

Για ιδανικό αέριο: $\Delta S = -n c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + n R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = 1 \text{ mol} * 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * \ln \left(\frac{10}{1} \right) \Rightarrow \boxed{\Delta S = 19.14 \frac{\text{J}}{\text{K}}}$

Αλλιώς, λόγω αντιστρεπτής διεργασίας:

$$\boxed{\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T} = 19.14 \frac{\text{J}}{\text{K}}}$$

B)

Αδιαβατική εκτόνωση: $\boxed{Q = 0}$

Αντιστρεπτή διεργασία:

$$\boxed{\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T} = 0}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Για 1 mol ιδανικού αερίου με σταθερό $c_v = 3 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 12.54 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες (W , q , ΔU , ΔH , ΔS , ΔT) για τις ακόλουθες αντιστρεπτές διεργασίες:

A) Ισόθερμη εκτόνωση από 1L σε 10L στους 300K

B) Αδιαβατική εκτόνωση από 1L σε 8L στους 300K

Γ) Ισοβαρή εκτόνωση 1L σε 2L με $T_{\alpha\rho\chi}=300\text{K}$

Δ) Ισόχωρη θέρμανση από 300K σε 600K

B) Από τον 1^ο νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = W \Rightarrow nc_v \Delta T = -P_{\varepsilon\xi} \Delta V \Rightarrow nc_v dT = -P_{\varepsilon\xi} dV \Rightarrow$

$$nc_v dT = -\frac{nRT}{V} dV \Rightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{R}{c_v} \frac{dV}{V} \Rightarrow \int \frac{dT}{T} = -\frac{R}{c_v} \int \frac{dV}{V} \Rightarrow \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-\frac{R}{c_v}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-0.66} \Rightarrow$$

$$T_2 = 300\text{K} * (8)^{-0.66} \Rightarrow T_2 = 76\text{K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 76\text{K} - 300\text{K} \Rightarrow \Delta T = -224\text{K} \quad \Delta U = nc_v \Delta T = 1\text{mol} * 12.54 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * (-224\text{K}) \Rightarrow \Delta U = -2809\text{J}$$

$$\Delta U = W \Rightarrow W = -2809\text{J}$$

$$\Delta H = nc_p \Delta T \Rightarrow \Delta H = n(c_v + R) \Delta T \Rightarrow \Delta H = -4671\text{J}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Για 1 mol ιδανικού αερίου με σταθερό $c_v = 3 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 12.54 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες (W , q , ΔU , ΔH , ΔS , ΔT) για τις ακόλουθες αντιστρεπτές διεργασίες:

A) Ισόθερμη εκτόνωση από 1L σε 10L στους 300K

B) Αδιαβατική εκτόνωση από 1L σε 8L στους 300K

Γ) Ισοβαρή εκτόνωση 1L σε 2L με $T_{\alpha\rho\chi}=300\text{K}$

Δ) Ισόχωρη θέρμανση από 300K σε 600K

Γ) Ισοβαρής διεργασία: $\Delta P = 0 \Rightarrow P_2 = P_1 \Rightarrow \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{nRT_1}{V_1} \Rightarrow \frac{T_2}{2L} = \frac{300\text{K}}{1L} \Rightarrow T_2 = 600\text{K}$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 600\text{K} - 300\text{K} = 300\text{K} \quad \Delta U = nc_v \Delta T = 1\text{mol} * 12.54 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * (300\text{K}) \Rightarrow \Delta U = 3762\text{J}$$

$$\Delta H = nc_p \Delta T \Rightarrow \Delta H = n(c_v + R) \Delta T \Rightarrow \Delta H = 1\text{mol} * 20.854 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * (300\text{K}) \Rightarrow \Delta H = 6256\text{J}$$

Υπό p : σταθ $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \frac{c_P}{T} = \frac{nc_P}{T} \Rightarrow \Delta S = nc_P \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 1\text{mol} * 20.854 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * \ln\left(\frac{600}{300}\right) \Rightarrow \Delta S = 14.45 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

$$\text{Αφού } P = \text{σταθ} \Rightarrow Q = \Delta H = 6256\text{J}$$

$$\text{Από τον 1}^\circ \text{ νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: } \Delta U = Q + W \Rightarrow W = \Delta U - Q = 3768\text{J} - 6256\text{J} \Rightarrow W = -2488\text{J}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Για 1 mol ιδανικού αερίου με σταθερό $c_v = 3 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 12.54 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες (W, q, ΔU, ΔH, ΔS, ΔT) για τις ακόλουθες αντιστρεπτές διεργασίες:

A) Ισόθερμη εκτόνωση από 1L σε 10L στους 300K

B) Αδιαβατική εκτόνωση από 1L σε 8L στους 300K

Γ) Ισοβαρή εκτόνωση 1L σε 2L με $T_{\alpha\rho\chi}=300\text{K}$

Δ) Ισόχωρη θέρμανση από 300K σε 600K

Δ)

Ισόχωρη μεταβολή: $\Delta V = 0, V = \text{σταθ}$

$$W = - \int P_{\varepsilon\xi} dV \Rightarrow W = 0$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 600\text{K} - 300\text{K} \Rightarrow \Delta T = 300\text{K}$$

$$\Delta U = n c_v \Delta T = 1\text{mol} * 12.54 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * (300\text{K}) \Rightarrow \Delta U = 3768\text{J}$$

$$\Delta H = n c_p \Delta T \Rightarrow \Delta H = n (c_v + R) \Delta T \Rightarrow \Delta H = 1\text{mol} * 20.854 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * (300\text{K}) \Rightarrow \Delta H = 6256\text{J}$$

Υπό V: σταθ $\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{c_V}{T} = \frac{n c_V}{T} \Rightarrow \Delta S = n c_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = 1\text{mol} * 12.54 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} * \ln \left(\frac{600}{300} \right) \Rightarrow \Delta S = 8.69 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Από τον 1^ο νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = Q \Rightarrow Q = 3768\text{J}$