

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ 2

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ Ι



ПАТРА 14/11/2024

ΑΣΚΗΣΗ 1

Ένα κομμάτι χαλκού μάζας 0.5kg και θερμοκρασίας 20°C θερμαίνεται με ηλεκτρική αντίσταση $1\text{k}\Omega$ (αμελητέας μάζας). Ρεύμα έντασης 1A διέρχεται από την αντίσταση για 15s . Ποια είναι η μεταβολή της εντροπίας του μετάλλου? Στην περιοχή θερμοκρασιών του ενδιαφέροντός μας η θερμοχωρητικότητα του χαλκού είναι ανεξάρτητη της θερμοκρασίας: $c_p = 24.4 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}}$

Υπόδειξη: Παρατηρείστε ότι η πίεση παραμένει σταθερή.

Επίσης θυμηθείτε ότι η θερμότητα ισούται με $q = I^2Rt$, όπου I η ένταση του ρεύματος και R η ηλεκτρική αντίσταση

Δεδομένα:

$$m = 0.5\text{kg}$$

$$T = 20^\circ\text{C}$$

$$R = 1\text{k}\Omega$$

$$I = 1\text{A}$$

$$t = 15\text{s}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta H = q = nc_p \Delta T \\ n = \frac{m_{Cu}}{Mr_{Cu}} \end{array} \right\}$$

$$\text{Αφού } P = \sigma \alpha \theta: \quad q = \Delta H \quad (1)$$

$$q = I^2 R t = (1\text{A})^2 * 1000\Omega * 15\text{s} \Rightarrow q = 15000\text{J} = 15\text{kJ}$$

$$\Delta H = \frac{m_{Cu}}{Mr_{Cu}} c_p \Delta T = \left(\frac{500\text{g}}{63.5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \right) \left(24.4 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} \right) (T_{\tau\varepsilon\lambda} - 293\text{K}) = 15000\text{J} \Rightarrow$$

$$15000\text{J} = 192.1 \frac{\text{J}}{\text{K}} (T_{\tau\varepsilon\lambda} - 293\text{K}) \Rightarrow T_{\tau\varepsilon\lambda} = 371\text{K}$$

$$\Delta S = nc_p \ln \left(\frac{T_{\tau\varepsilon\lambda}}{T_{\alpha\rho\chi}} \right) = \left(\frac{500\text{g}}{63.5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \right) \left(24.4 \frac{\text{J}}{\text{mol} * \text{K}} \right) \ln \left(\frac{371}{293} \right) \Rightarrow \Delta S = 45.3 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

65g αερίου Xe βρίσκονται υπό πίεση 3atm σε θερμοκρασία δωματίου. Το αέριο στη συνέχεια εκτονώνεται αδιαβατικά με δύο τρόπους: α) Αντιστρεπτά σε 1atm, β) έναντι της ατμοσφαιρικής πίεσης. Ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία του αερίου στις δύο παραπάνω περιπτώσεις?

Δίνονται M.B.(Xe)=131.3 και $c_p = 20.78 \frac{J}{mol*K}$.

Θεωρείστε το αέριο ιδανικό.

Αδιαβατική Διεργασία

A)

Από τον 1^o νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = Q + W$ (1)

0

Ιδανικό αέριο: $PV = nRT$

Έργο από το περιβάλλον στο σύστημα: $W = - \int P_{\varepsilon\xi} dV = - \int P dV \Rightarrow W = - \int \frac{nRT}{V} dV$ (2)

Μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας: $\Delta U = nc_v \Delta T$ (3)

Σε διαφορική μορφή: (1), (2), (3) $\Rightarrow nc_v dT = - \frac{nRT}{V} dV \Rightarrow \frac{dT}{T} = - \frac{R}{c_v} \frac{dV}{V} \Rightarrow \int \frac{dT}{T} = - \frac{R}{c_v} \int \frac{dV}{V} \Rightarrow$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = - \frac{R}{c_v} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-\frac{R}{c_v}} \quad (4)$$

Καταστατική εξίσωση:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 V_1 = nRT_1 \\ P_2 V_2 = nRT_2 \end{array} \right\} \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1 T_2}{P_2 T_1} \quad (5)$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

65g αερίου Xe βρίσκονται υπό πίεση 3atm σε θερμοκρασία δωματίου. Το αέριο στη συνέχεια εκτονώνεται αδιαβατικά με δύο τρόπους: α) Αντιστρεπτά σε 1atm, β) έναντι της ατμοσφαιρικής πίεσης. Ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία του αερίου στις δύο παραπάνω περιπτώσεις?

Δίνονται M.B.(Xe)=131.3 και $c_p = 20.78 \frac{J}{mol*K}$.

Θεωρείστε το αέριο ιδανικό.

$$(4), (5): \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_1 T_2}{P_2 T_1} \right)^{-\frac{R}{c_v}}$$

$$c_p - c_v = R \Rightarrow c_v = 12.47 \frac{J}{mol * K}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad \frac{T_2}{298} = \left(\frac{3}{1} \frac{T_2}{298} \right)^{-0.66} \Rightarrow T_2 = 192.5K$$

Αδιαβατική Διεργασία

B) Από τον 1^o νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = \cancel{Q}^0 + W \quad (1)$

$$W = - \int P_{\varepsilon\xi} dV = -P_{\varepsilon\xi} \int dV = -P_{\varepsilon\xi} (V_2 - V_1) = -P_{\varepsilon\xi} \left(\frac{nRT_2}{P_2} - \frac{nRT_1}{P_1} \right) \quad (2)$$

$$\boxed{\Delta U = n c_v \Delta T \quad (3)}$$

$$(2), (3): n c_v \Delta T = -P_{\varepsilon\xi} \left(\frac{nRT_2}{P_2} - \frac{nRT_1}{P_1} \right) \Rightarrow \Delta T = -\frac{P_{\varepsilon\xi}}{n c_v} \left(\frac{nRT_2}{P_2} - \frac{nRT_1}{P_1} \right) = -\frac{P_{\varepsilon\xi} R}{c_v} \left(\frac{T_2}{P_2} - \frac{T_1}{P_1} \right) \Rightarrow$$

$$T_2 - T_1 = -\frac{1atm * 8.314 \frac{J}{mol*K}}{12.47 \frac{J}{mol*K}} \left(\frac{T_2}{1atm} - \frac{298K}{3atm} \right) \Rightarrow \boxed{T_2 = 218.5K}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Για 1 mol ιδανικού αερίου με σταθερό $c_v = 3 \frac{cal}{mol*K} = 12.54 \frac{J}{mol*K}$ να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες (W , q , ΔU , ΔH , ΔS , ΔT) για τις ακόλουθες αντιστρεπτές διεργασίες:

- A) Ισόθερμη εκτόνωση από 1L σε 10L στους 300K
- B) Αδιαβατική εκτόνωση από 1L σε 8L στους 300K
- Γ) Ισοβαρή εκτόνωση 1L σε 2L με $T_{\alpha\rho\chi}=300K$
- Δ) Ισόχωρη θέρμανση από 300K σε 600K

A)

Ισόθερμη διεργασία: $T_1 = T_2 = 300K$

$$\text{Ιδανικό αέριο: } \Delta U = n c_v \Delta T \Rightarrow \boxed{\Delta U = 0}$$

$$\text{Από τον 1° νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: } \Delta U = Q + W \Rightarrow \boxed{W = -Q \quad (1)}$$

$$\text{Ιδανικό αέριο: } PV = nRT \quad T = \sigma \tau \alpha \theta$$

$$\text{'Εργο από το περιβάλλον στο σύστημα: } W = - \int P_{\varepsilon\xi} dV = - \int P dV \Rightarrow W = - \int \frac{nRT}{V} dV = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \Rightarrow$$

$$W = -nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = -1 \text{ mol} * 8.314 \frac{J}{mol * K} * 300K \ln \left(\frac{10}{1} \right) \Rightarrow \boxed{W = -5743 J \quad (2)}$$

$$(1), (2): \boxed{Q = -W = 5743 J \quad (3)}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Για 1 mol ιδανικού αερίου με σταθερό $c_v = 3 \frac{cal}{mol*K} = 12.54 \frac{J}{mol*K}$ να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες (W , q , ΔU , ΔH , ΔS , ΔT) για τις ακόλουθες αντιστρεπτές διεργασίες:

- A) Ισόθερμη εκτόνωση από 1L σε 10L στους 300K
- B) Αδιαβατική εκτόνωση από 1L σε 8L στους 300K
- Γ) Ισοβαρή εκτόνωση 1L σε 2L με $T_{\alpha\rho\chi}=300K$
- Δ) Ισόχωρη θέρμανση από 300K σε 600K

A)

$$\Delta H = n c_P \Delta T \xrightarrow{\text{red arrow}} \boxed{\Delta H = 0}$$

Για ιδανικό αέριο: $\Delta S = -n c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = 1 \text{ mol} * 8.314 \frac{J}{mol * K} * \ln \left(\frac{10}{1} \right) \Rightarrow \boxed{\Delta S = 19.14 \frac{J}{K}}$

Αλλιώς, λόγω αντιστρεπτής διεργασίας:
$$\boxed{\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T} = 19.14 \frac{J}{K}}$$

B)

Αδιαβατική εκτόνωση:
$$\boxed{Q = 0}$$

Αντιστρεπτή διεργασία:
$$\boxed{\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T} = 0}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Για 1 mol ιδανικού αερίου με σταθερό $c_v = 3 \frac{cal}{mol*K} = 12.54 \frac{J}{mol*K}$ να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες (W , q , ΔU , ΔH , ΔS , ΔT) για τις ακόλουθες αντιστρεπτές διεργασίες:

- A) Ισόθερμη εκτόνωση από 1L σε 10L στους 300K
- B) Αδιαβατική εκτόνωση από 1L σε 8L στους 300K
- Γ) Ισοβαρή εκτόνωση 1L σε 2L με $T_{\alpha\rho\chi}=300K$
- Δ) Ισόχωρη θέρμανση από 300K σε 600K

B) Από τον 1^o νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = Q + W \Rightarrow \boxed{\Delta U = W} \Rightarrow nc_v\Delta T = -P_{\varepsilon\xi}\Delta V \Rightarrow nc_vdT = -P_{\varepsilon\xi}dV \Rightarrow$

$$nc_vdT = -\frac{nRT}{V}dV \Rightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{R}{c_v} \frac{dV}{V} \Rightarrow \int \frac{dT}{T} = -\frac{R}{c_v} \int \frac{dV}{V} \Rightarrow \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-\frac{R}{c_v}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-0.66} \Rightarrow$$

$$T_2 = 300K * (8)^{-0.66} \Rightarrow \boxed{T_2 = 76K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 76K - 300K \Rightarrow \boxed{\Delta T = -224K} \quad \Delta U = nc_v\Delta T = 1mol * 12.54 \frac{J}{mol * K} * (-224K) \Rightarrow \boxed{\Delta U = -2809 J}$$

$$\Delta U = W \Rightarrow \boxed{W = -2809 J}$$

$$\Delta H = nc_P\Delta T \Rightarrow \Delta H = n(c_v + R)\Delta T \Rightarrow \boxed{\Delta H = -4671 J}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Για 1 mol ιδανικού αερίου με σταθερό $c_v = 3 \frac{cal}{mol*K} = 12.54 \frac{J}{mol*K}$ να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες (W , q , ΔU , ΔH , ΔS , ΔT) για τις ακόλουθες αντιστρεπτές διεργασίες:

- A) Ισόθερμη εκτόνωση από 1L σε 10L στους 300K
- B) Αδιαβατική εκτόνωση από 1L σε 8L στους 300K
- Γ) Ισοβαρή εκτόνωση 1L σε 2L με $T_{\alpha\rho\chi}=300K$
- Δ) Ισόχωρη θέρμανση από 300K σε 600K

$$\Gamma) \quad \text{Ισοβαρής διεργασία: } \boxed{\Delta P = 0} \Rightarrow P_2 = P_1 \Rightarrow \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{nRT_1}{V_1} \Rightarrow \frac{T_2}{2L} = \frac{300K}{1L} \Rightarrow \boxed{T_2 = 600K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 600K - 300K = 300K \quad \Delta U = n c_v \Delta T = 1mol * 12.54 \frac{J}{mol * K} * (300K) \Rightarrow \boxed{\Delta U = 3762 J}$$

$$\Delta H = n c_P \Delta T \Rightarrow \Delta H = n(c_v + R) \Delta T \Rightarrow \Delta H = 1mol * 20.854 \frac{J}{mol * K} * (300K) \Rightarrow \boxed{\Delta H = 6256 J}$$

$$\text{Υπό p: σταθ} \quad \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = \frac{c_P}{T} = \frac{nc_P}{T} \Rightarrow \Delta S = nc_P \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = 1mol * 20.854 \frac{J}{mol * K} * \ln \left(\frac{600}{300} \right) \Rightarrow \boxed{\Delta S = 14.45 \frac{J}{K}}$$

$$\text{Αφού } P = \text{σταθ} \Rightarrow \boxed{Q = \Delta H = 6256J}$$

$$\text{Από τον 1ο νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: } \Delta U = Q + W \Rightarrow W = \Delta U - Q = 3768J - 6256J \Rightarrow \boxed{W = -2488J}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Για 1 mol ιδανικού αερίου με σταθερό $c_v = 3 \frac{cal}{mol*K} = 12.54 \frac{J}{mol*K}$ να υπολογιστούν οι θερμοδυναμικές ποσότητες (W , q , ΔU , ΔH , ΔS , ΔT) για τις ακόλουθες αντιστρεπτές διεργασίες:

- A) Ισόθερμη εκτόνωση από 1L σε 10L στους 300K
- B) Αδιαβατική εκτόνωση από 1L σε 8L στους 300K
- Γ) Ισοβαρή εκτόνωση 1L σε 2L με $T_{\alpha\rho\chi}=300K$
- Δ) Ισόχωρη θέρμανση από 300K σε 600K

Ισόχωρη μεταβολή: $\Delta V = 0, V = \sigma\tau\alpha\theta$

Δ)

$$W = - \int P_{\varepsilon\xi} dV \Rightarrow W = 0$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 600K - 300K \Rightarrow \Delta T = 300K$$

$$\Delta U = n c_v \Delta T = 1mol * 12.54 \frac{J}{mol * K} * (300K) \Rightarrow \Delta U = 3768J$$

$$\Delta H = n c_p \Delta T \Rightarrow \Delta H = n(c_v + R)\Delta T \Rightarrow \Delta H = 1mol * 20.854 \frac{J}{mol * K} * (300K) \Rightarrow \Delta H = 6256J$$

Υπό V: σταθ

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{c_V}{T} = \frac{n c_V}{T} \Rightarrow \Delta S = n c_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = 1mol * 12.54 \frac{J}{mol * K} * \ln \left(\frac{600}{300} \right) \Rightarrow \Delta S = 8.69 \frac{J}{K}$$

Από τον 1^o νόμο της Θερμοδυναμικής ισχύει: $\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = Q \Rightarrow Q = 3768J$