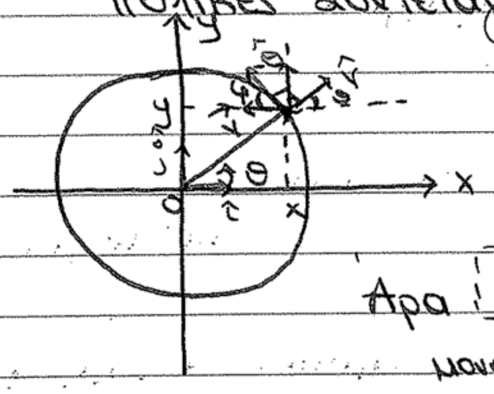
Πολικές συντεταγμένες



καρτεσιανές συντ.

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$ (σαν διάνυσμα)

όπου $x = r\cdot\cos\theta$

$y = r\cdot\sin\theta$.

Άρα $\underbrace{\hat{r}}_{\text{μοναδιαίο}} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}$

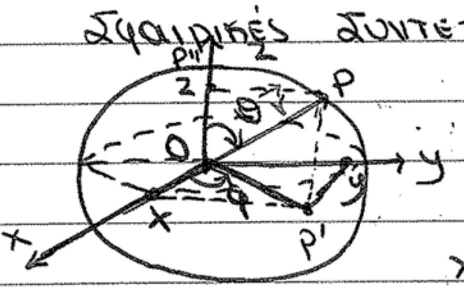
Για τις γωνίες ισχύει $\theta + \varphi + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta + \varphi = 90^\circ \Rightarrow$

$\varphi = 90 - \theta$.

$\hat{\theta} = \cos\varphi(-\hat{i}) + \sin\varphi\,\hat{j} = -\cos(90-\theta)\,\hat{i} + \sin(90-\theta)\,\hat{j} \Rightarrow$

$\hat{\theta} = -\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j}$

Σφαιρικές συντεταγμένες



$\underbrace{P''P}_{\text{προβολή}} = OP' = r\sin\theta$

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$x = r\cdot\sin\theta\cdot\cos\varphi$

$y = r\cdot\sin\theta\sin\varphi$

$z = r\cdot\cos\theta$

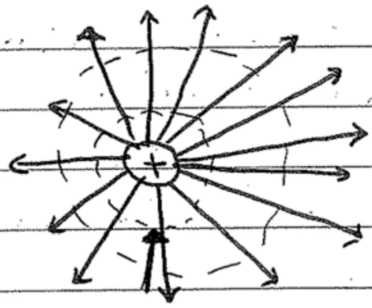
06/03/18

Κεφάλαιο 3: Ο Νόμος του Gauss

- Οι δυναμικές γραμμές
  είναι <u>νοητές</u> καμπύλες
  με βέλος

ΓΕΝΙΚΑ:
(1) Ξεκινούν από τα (+) φορτία και καταλήγουν στα (−) φορτία
(2) Δεν τέμνονται
(3) Η πυκνότητα είναι ανάλογη του E ($E\uparrow$ τότε πυκν.$\uparrow$)
(4) Η εφαπτόμενη σε αυτές είναι παράλληλη με το διάνυσμα του ηλ. πεδίου ($\vec{E}$)

Παράδειγμα δυναμικών γραμμών σημειακού φορτίου +Q.



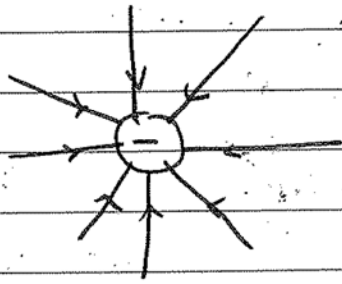
3-D ακτινική κατανομή

Εδώ είναι πιο πυκνές άρα το ηλ. πεδίο είναι πιο έντονο.

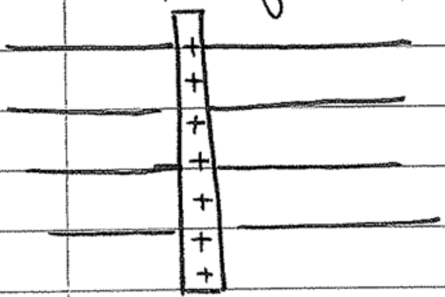
αριθμός δυν. γραμμών ↑ όσο
/επιφάνεια
πλησιάζουμε στο φορτίο.

Η κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου αλλάζει ανάλογα με το σημείο που είμαστε.

Για φορτίο -Q:



Παράδειγμα δυν. γραμμών γραμμικού φορτίου

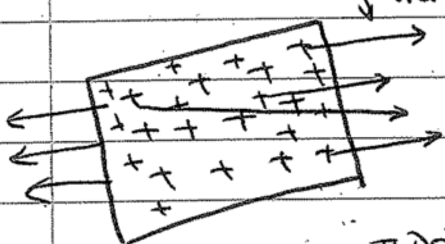


Δες για 3-D στο e-class το σχήμα.

Σκέφτομαι ρόδες ποδηλάτου.

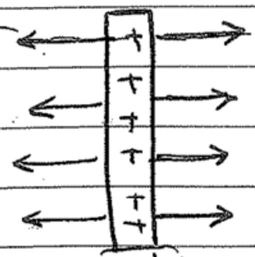
Παράδει

κάθετες στο φύλλο. κοντά σε εκείνο (98%)



Παράδειγμα Δ.Γ. σε φορτισμένο φύλλο.

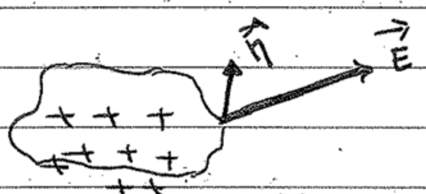
Πλάγια όψη:



SOS! από το σχήμα φαίνεται ότι είναι ομοιογενές επειδή το φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο έτσι ώστε οι δυναμικές γραμμές θα είναι ~~[illegible]~~ ισαπέχουσες και έτσι έχουμε ομοιογενές πεδίο → πυκνότητα δυν. γραμμών = ΣΤΑΘΕΡΗ, ΚΟΙΝΗ ΓΙΑ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΣΗΜΕΙΟ.

Ηλεκτρική ροή → Δες στο Βιβλίο.

Νόμος Gauss



φορτία → (ΠΗΓΗ)

λόγω αυτών δημιουργούνται διάφορα ηλεκτρικά πεδία

Ο Gauss λέει κλειστή επιφάνεια (π.χ. κούφια σφαίρα, μπουκάλι, κουτί, αίθουσα, τοσαύτα)

όπου: $\hat{n}$: μοναδιαίο διάνυσμα ⊥ στην (της) επιφάνεια προς τα έξω. (θεωρώ επίπεδη)

Νόμος Gauss: (μαθηματικός τύπος)

$$\oint \underbrace{\vec{E}\cdot\hat{n}}_{\text{εσωτερικό γινόμενο}}\, dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

όπου dA: στοιχ. επιφ.
Q: περικλ. φορτίο (εντός της S)

↑ κλειστή επιφάνεια άρα ορισμένο (S)

→ εσωτερικό γινόμενο των 2 διανυσμάτων

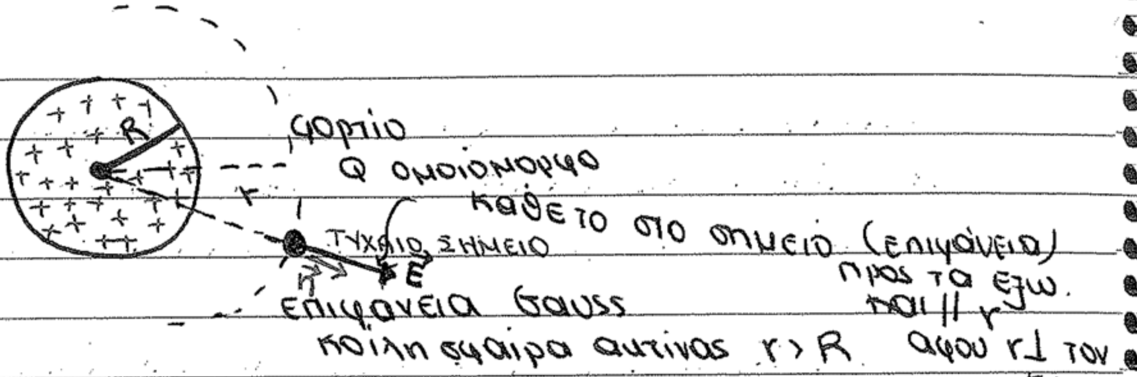
ή πιο <u>απλά</u> (χωρίς εσωτ. γινόμενο)

στοιχ. επιφάνεια

$$\oint E_n \cdot dA = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \text{ή} \quad \oint E\cos\theta \cdot dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

E_n: η συνιστώσα επάνω στο n

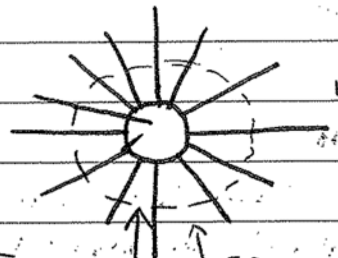
Παράδειγμα: Ομοιόμορφα φορτισμένη σφαίρα ακτίνα R, φορτισμένη με Q.
Να βρείτε το $\vec{E}$ παντού στο χώρο.



Σε τυχαίο σημείο (•) στην επιφάνεια Gauss σχεδιάζω $\vec{E}$ και $\vec{n}$.

Παρατηρώ ότι στην σφαίρα $\vec{E} \parallel \vec{n}$ άρα $\theta = 0 \rightarrow$
$\cos\theta = 1$ τότε απλούστευση του Gauss.

$$\oint_{\substack{\text{σφαίρα} \\ \text{ακτίνα } r}} E \cdot dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$



Έτσι θα είναι οι δυν. γραμμές στην σφαίρα.
"ΑΧΙΝΟΣ"

Σε αυτή την διευθυνση
Εάν κινούμενα σφαιρικά η πυκνότητα των δυν. γραμμών παραμένει σταθερή.
ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΟΜΟΚΕΝΤΡΗ

Άρα αφού ολοκληρώνει ως προς σφαίρα (σφαιρική διεύθυνση) τότε E = ΣΤΑΘΕΡΟ άρα βγαίνει έξω από το ολοκλήρωμα.

Λόγω συμμετρίας σφαιρικής το μέτρο θα παραμένει σταθερό το E εφόσον η απόσταση είναι σταθερή από το κέντρο της σφαίρας

$$E \cdot A = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

του Gauss της σφαίρας

$$\text{άρα } E = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{\boxed{4\pi r^2}}$$

τύπος εμβαδόν σφαίρας

"K = ΣΤΑΘΕΡΑ

$$\text{άρα } E = \frac{KQ}{r^2}$$ → που ταυτίζεται με σημειακό $\underline{r > R}$