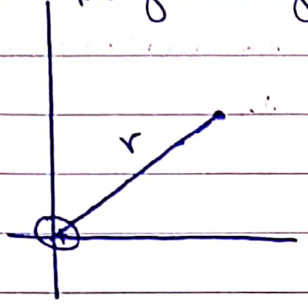
Φυσική ΙΙ - 28/03/18

Είδαμε για πηγή σημειακό φορτίο στην αρχή των αξόνων.



$V(r) = \frac{KQ}{r}$

Επίσης για 1-D:

$$E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

$$V(x) = -\int E(x)\cdot dx$$

Για 3-D:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad \text{και} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Άρα ολικά: $V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l}$ → από το προηγούμενο μάθημα όπως το είδαμε.

↳ το συνολικό δυναμικό για όλες τις διαστάσεις.

Για το δυναμικό $V(r) = \frac{KQ}{r}$ βρείτε το $\vec{E}$ μέσω παραγώγισης.

$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ (για το 3D)

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \frac{x}{r}$$

Παρατηρώ ότι για τις υπόλοιπες παραγώγισεις είναι συμμετρικό άρα:

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} \quad \text{και} \quad \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z}{r}.$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -KQ\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\right) = KQ\cdot\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial r}{\partial x} = KQ\frac{x}{r^3}.$$

όμοια $E_y = KQ\frac{y}{r^3}$ και $E_z = KQ\frac{z}{r^3}$

Μέτρο: $E = \sqrt{E_x^2+E_y^2+E_z^2} = \frac{KQ}{r^3}\sqrt{x^2+y^2+z^2} \Rightarrow$

$$E = \frac{KQ}{r^3}\cdot r = \frac{KQ}{r^2}.$$

κοινό παράγοντα, καθε απαλλαγμένη.

$$\vec{E} = (E_x, E_y, E_z) = \frac{KQ}{r^3}(x,y,z) \Rightarrow \vec{E} = \frac{KQ}{r^3}\vec{r} = \frac{KQ}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) =$$

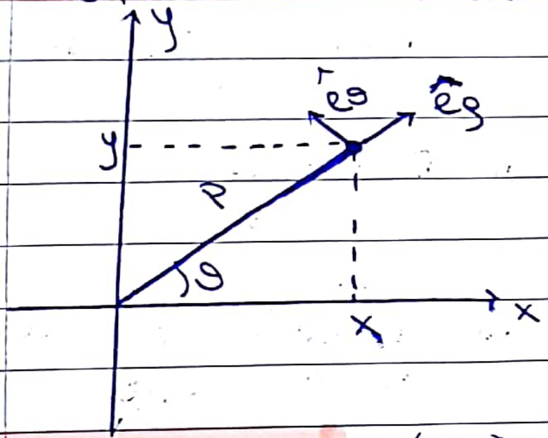
Scanned by CamScanner

↓ μοναδιαίο.

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\cdot\hat{r}$$

Συνεπώς και ως προς το μέτρο κι για κατεύθυνση επαληθεύεται ο Νόμος του Coulomb.

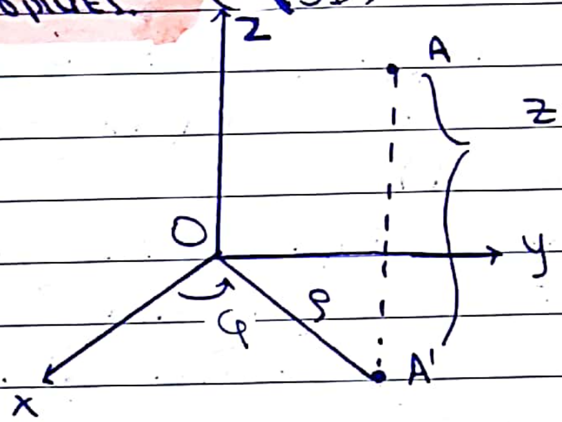
Πολικές Συντεταγμένες (2D)



Το $\vec{e}_\rho$ είναι προς αύξηση ρ και το $\vec{e}_\theta$ προς αύξηση του θ.

ρ, θ: πολικές

Κυλινδρικές (3D)

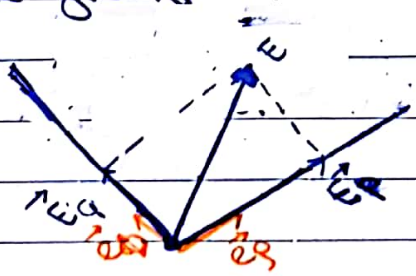


A': προβολή του A στο επίπεδο xy

ρ, θ, z: κυλινδρικές

$x = \rho\cos\varphi$ $y = \rho\sin\varphi$ $z = z$	όπου $\tan\varphi = \frac{x}{y}$ κι $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ κι $z = z$.

Παράδειγμα για χρήση των συντεταγμένων στο ηλ. πεδίο



κατά μήκος του $\hat{e}_\rho$

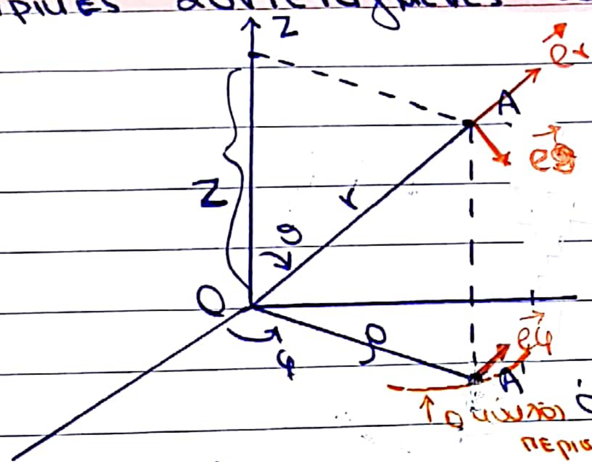
Εάν ισχύει $V(\rho,\theta,z)$ τότε: $E_\rho = -\frac{\partial V}{\partial \rho}$ $\quad E_\phi = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial V}{\partial \phi}$

και $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$

ΠΡΟΣΟΧΗ!

Βλέπουμε ότι το πεδίο μετριέται σε Volt/m όμως εάν άφηνα $\partial\phi$ τότε θα είχα Volt/rad γι'αυτό πολλ/ζω το $\partial\theta$ με ρ και μετατρέπω τα ακτίνια σε μέτρο!

Σφαιρικές συντεταγμένες (3D)



Σφαιρικές συντεταγμένες.

r: μήκος διαν. θέσης

θ: γωνία $\vec r$ με άξονα z

φ: πολική γωνία της προβολής A' στο επίπεδο xy.

όπου $0 \le \theta < \pi$ κι $0 \le \varphi < 2\pi$

όπου $z = r\cdot\cos\theta$

$\rho = r\cdot\sin\theta$

$x = \rho\cos\varphi = r\cdot\sin\theta\cdot\cos\varphi$

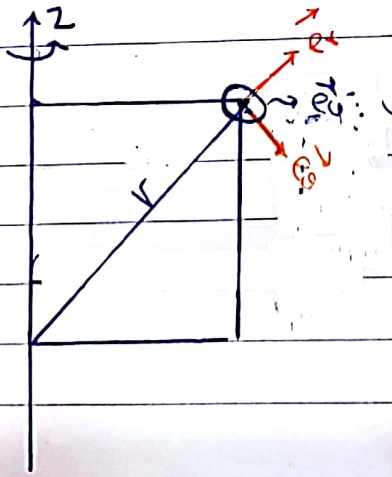
$y = \rho\sin\varphi = r\cdot\sin\theta\cdot\sin\varphi$

Το $\vec e_r$: κατά μήκος ΟΑ προς αύξηση του r

Το $\vec e_\varphi$: κατά μήκος της εφαπτόμενης του κύκλου. (αύξηση του φ).

Το $\vec e_\theta$: προς αύξηση του θ.

Πλάγια όψη (3D) για τις σφαιρικές



$\vec e_\varphi$: κάθετο προς τα μέσα. (για το 3D - όπως στην 3η λυκείου).

Εαν $V(r,\theta,\varphi)$: τότε $E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}$, $E_\theta = -\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V}{\partial \theta}$ και
$E_\varphi = -\frac{1}{r\cdot \sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}$