Ηλεκτρική Δυναμική ενέργεια. – 14/03/18

Για $\boxed{\text{μη}}$ ομογενές πεδίο έχουμε: (1-dimension)

$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$ Άρα για σημειακό φορτίο:

Η δύναμη που ασκείται στο σημειακό φορτίο

$q\cdot E(x) = -\frac{dU(x)}{dx} \Rightarrow$

όχι μέτρο ή απόλυτο θέλουμε πρόσημο!!

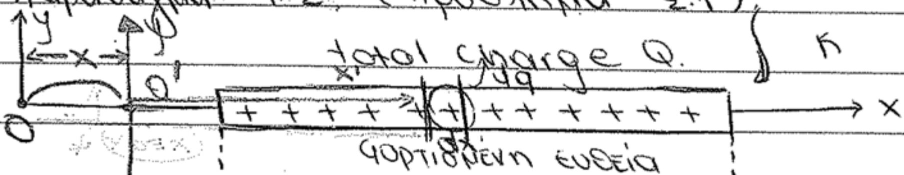
αόριστο ολοκλήρωμα

$$\boxed{U(x) = -q\int E(x)\cdot dx}$$

όπου εάν E = σταθερό τότε βρίσκουμε τον αρχικό τύπο (για ομογενές)

Βρίσκουμε την σταθερά ολοκλήρωσης από το επίπεδο αναφοράς.

Παράδειγμα 4.2 (πρόβλημα 2.1)



μετατοπ. x = a των συντεταγμένων — με ομοιόμορφη κατανομή — x = b

Στην αρχή των αξόνων: $E_0 = \frac{KQ}{ab}$

Σε τυχαίο σημείο x παίρνουμε ένα μικρό dx. Έχουμε ομογενή κατανομή: λόγος φορτίων = λόγος μήκος

$\frac{dx}{b-a} = \frac{dq}{Q}$ Από Νόμος Coulomb: $dE = \frac{K\,dq}{x^2}$ θεωρώ dq σημειακό!!

Άρα $E_0 = \int_{line} dE = \frac{KQ}{b-a}\int_{x=a}^{b}\frac{dx}{x^2} = \frac{KQ}{b-a}\left[-\frac{1}{x}\right]_a^b =$

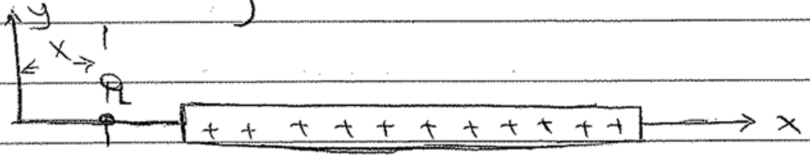
$\frac{KQ}{b-a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) \Leftrightarrow$ Γενικά: $E_0 = \frac{KQ}{ab}$.

Έχουμε νέα αρχή συντεταγμένων άρα:

$x_a' = a - x$, $x_b' = b - x$ έτσι στο O': $E_0' = \frac{KQ}{(a-x)(b-x)}$

Για να βρω την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια:

$$U(x) = -q\int \vec{E}(x)\cdot dx$$



$$U(x) = -KqQ\int \frac{dx}{(a-x)(b-x)} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ΔΙΑΣΠΑΣΗ} \\ \text{ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ}}}{\dots} = \frac{KQ\cdot q}{b-a}\left[\ln(a-x)+\ln(b-x)\right] + C$$

Παράδειγμα 4.3

Να υπολογιστεί η $U_{πλ}$ ενός $+q$ όταν αυτό τοποθετηθεί στο πεδίο ενός σημειακού θετικού φορτίου $+Q \gg q$. Υποθέτω και τα 2 φορτία βρίσκονται πάνω στον x (1D).

Υποθέτω ότι το Q είναι η πηγή τότε σε απόσταση x δημιουργεί ηλ. πεδίο

$E = \frac{KQ}{x^2} \rightarrow$ Βλέπουμε ότι εξαρτάται από το x^2 άρα $\boxed{\|\text{ΜΗ}\|}$ ομοιογενές

~~Άρα~~ $U(x) = -q\int E(x)dx = -qQK\int \frac{dx}{x^2} \Rightarrow$

$$U(x) = \frac{KqQ}{x} + c$$

Για τυχαίο άξονα: $U(r) = \frac{KQq}{r} + c$

Για σημειακά φορτία όταν έχουμε $x \rightarrow \infty$ τότε $U(\infty) \rightarrow 0$ άρα $\underline{c=0}$

Q	q	$U=\frac{KQq}{r}$	φυσική διεργ	ΔU
+	+	+	$r \rightarrow \infty$	$+ \rightarrow 0$ reduce
±	∓	−	$r \rightarrow 0$	$- \rightarrow -\infty$ reduce → από αρνητική περισσότερη αρνητική
−	−	+	$r \rightarrow \infty$	$+ \rightarrow 0$ reduce