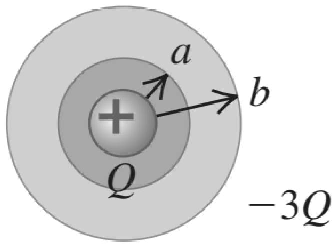
Εξέταση στη Φυσική ΙΙ

Τμήμα Χημικών Μηχανικών
Πολυτεχνική Σχολή
Πανεπιστήμιο Πατρών

Διδάσκων:	Μπαλής Νικόλαος
Διάρκεια Εξέτασης:	3 ώρες
Ημερομηνία Εξέτασης:	Τετάρτη 26 Ιουνίου 2019
Ονοματεπώνυμο:	
Εξάμηνο:	
ΑΜ:	

ΘΕΜΑΤΑ "Α"

1. Ένας αγώγιμος σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα α και εξωτερική ακτίνα b είναι φορτισμένος με συνολικό φορτίο -3Q. Επιπλέον, στο κέντρο του φλοιού, έχει τοποθετημένο ένα θετικό σημειακό φορτίο Q. Ο φλοιός θεωρείται ότι είναι μονωμένος από το περιβάλλον του.



α) Βρείτε εκφράσεις για το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου συναρτήσει της απόστασης r από το κέντρο, για τις περιοχές r<α, α<r<b, και r>b.
β) Ποια είναι η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου στην εσωτερική επιφάνεια του αγώγιμου φλοιού?
γ) Ποια είναι η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου στην εξωτερική επιφάνεια του αγώγιμου φλοιού?
δ) Σχεδιάστε τις ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές και τη θέση όλων των φορτίων
ε) Αποδώστε γραφικά την εξάρτηση του μέτρου του **E** συναρτήσει του r.

(3 μονάδες)

Λύση:

(α) *Εφαρμόζουμε ν.Gauss και στις 3 περιοχές.*

r<α: $\int \boldsymbol{E} d\boldsymbol{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

a<r<b: ***E****=0 καθώς βρισκόμαστε εντός αγωγού*

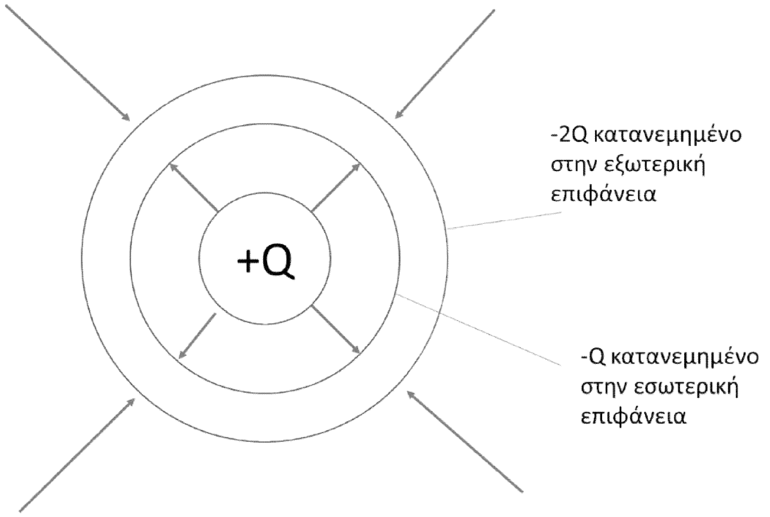
r>b: Σε αυτή την περίπτωση το ολικό περικλειόμενο φορτίο είναι +Q-3Q=-2Q *και τελικά το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου θα είναι*

$$\int \boldsymbol{E} d\boldsymbol{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{2Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{r^2}$$

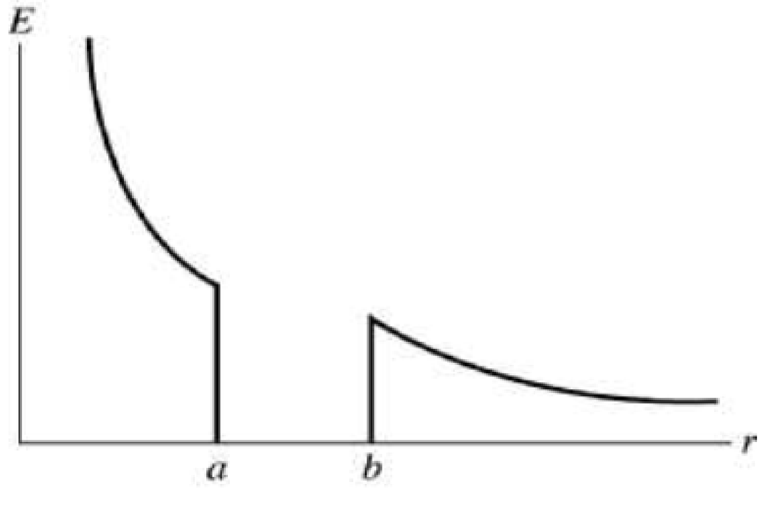
(β) Στο εσωτερικό ενός αγωγού E=0, άρα αν πάρω επιφάνεια Gauss θα πρέπει να θεωρήσω $Q_{enc}=0$. *Άρα από τη στιγμή που μια επιφάνεια Gauss στην περιοχή* $a<r<b$ *περικλείει το θετικό φορτίο +Q, το τοποθετημένο στο κέντρο της διάταξης, θα πρέπει να περικλείει αντίστοιχο αρνητικό φορτίο τοποθετημένο στο κέλυφος και μάλιστα στην εσωτερική επιφάνεια αυτού. Η δε επιφανειακή πυκνότητα φορτίου θα πρέπει να είναι* $\sigma=-Q/4\pi a^2$

(γ) Από τη στιγμή που το συνολικό φορτίο του κελύφους είναι -3Q και υπάρχει -Q τοποθετημένο στην εσωτερική επιφάνεια, πρέπει να υπάρχει -2Q στην εξωτερική επιφάνεια με αντίστοιχη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου $\sigma=-2Q/4\pi b^2$

(δ) Οι ηλεκτρικές πεδιακές γραμμές φαίνονται στο σχήμα:



(δ)



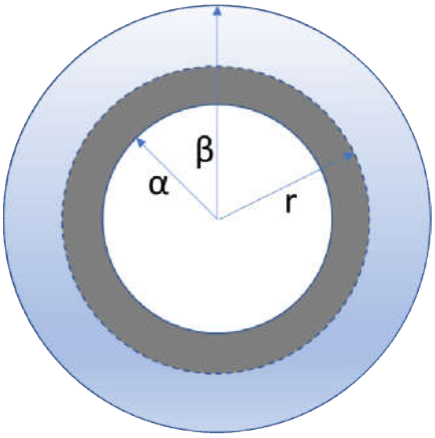
2. Θεωρείστε αγώγιμο κοίλο κύλινδρο με εσωτερική και εξωτερική ακτίνα α και b αντίστοιχα. Ο κύλινδρος φέρει ρεύμα έντασης I ομοιόμορφα κατανεμημένο στη διατομή του. Βρείτε τις εκφράσεις του μέτρου του μαγνητικού πεδίου στις περιοχές (α)r < $α$, (β)$α$ < r < b, (c)r > b.

(2 μονάδες)

Λύση:

(α) $r<α \rightarrow I_{enc}=0 \rightarrow B=0.$

(b) $α<r<b$: *το περικλειόμενο ρεύμα είναι ανάλογο με το περικλειόμενο εμβαδό, στην περίπτωση μας με το σκούρο(γκρι) τμήμα του κυλίνδρου, το εμβαδόν του οποίου είναι* $\pi r^2 - \pi a^2$. *Κατ' αναλογίαν θα πρέπει να έχω:*



$$\frac{I_{enc}}{I} = \frac{\pi\,(r^2-a^2)}{\pi(b^2-a^2)} \rightarrow I_{enc} = I\,\frac{(r^2-a^2)}{(b^2-a^2)}$$

$$\rightarrow \oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_o\, I_{enc}$$

ή

$$B \cdot 2\pi r = \mu_o\, I\,\frac{(r^2-a^2)}{(b^2-a^2)}$$

Άρα :

$$B = \frac{\mu_o\, I}{2\pi r}\frac{(r^2-a^2)}{(b^2-a^2)}$$

(γ) $r>b$ *, το περικλειόμενο ρεύμα είναι το όλον I , επομένως* $B=\frac{\mu_o\, I}{2\pi r}$.

3. Το μακρύ ευθύγραμμο σύρμα του σχήματος φέρει ρεύμα σταθερής έντασης I. Μια μεταλλική ράβδος με μήκος L κινείται με σταθερή ταχύτητα **u** όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σημείο α βρίσκεται σε απόσταση d από το σύρμα.

α) Αποδείξτε ότι το μέτρο της ΗΕΔ που επάγεται στη ράβδο ισούται με: $\mathcal{E} = \frac{\mu_0 I\, u}{2\pi}\ln(1+\frac{L}{D})$.

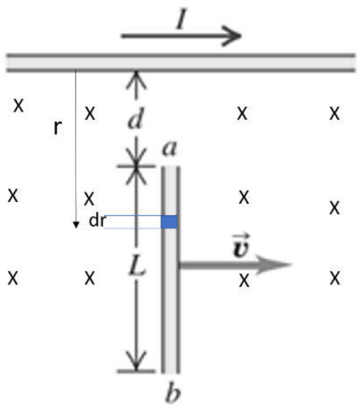
β) Ποιο σημείο, το α ή το b, βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό;

(3 μονάδες)

Λύση:

*Στις παραδόσεις του μαθήματος έχουμε περιγράψει πως το μέτρο της ΗΕΔ που επάγεται σε μια τέτοια ράβδο η οποία κινείται σε χώρο με μαγνητικό πεδίο **B** το οποίο έχει φορά όπως περιγράφεται στο σχήμα (κάθετη στη ράβδο και προς τα μέσα), δίνεται από τη σχέση E=BuL, όπου u η ταχύτητα της ράβδου και L το μήκος της.*

Το μαγνητικό πεδίο που υπεισέρχεται στον υπολογισμό δεν είναι σταθερό αλλά μειώνεται όσο απομακρυνόμαστε από το σύρμα με βάση τη γνωστή σχέση $B=\frac{\mu_o I}{2\pi r}$, *όπου r η απόσταση κάθε σημείου για το οποίο κάθε φορά υπολογίζουμε το μαγνητικό πεδίο, από τη ράβδο.*



Για να λύσω το πρόβλημα τεμαχίζω τη ράβδο σε απειροστά dr και θεωρώ ότι η συνεισφορά του κάθε τμήματος dr στην επαγομένη ΗΕΔ είναι της μορφής:

$$d\mathcal{E}=u\cdot B\cdot dr=u\,(\frac{\mu_o I}{2\pi r})\,dr$$

Άρα η συνολική ΗΕΔ δίνεται με ολοκλήρωση:

$\mathcal{E}= V_{ba}=$

$$\int_{\alpha}^{b} dE = \int_{d}^{d+L} u\left(\frac{\mu_o I}{2\pi r}\right) dr = u\left(\frac{\mu_o I}{2\pi}\right)\int_{d}^{d+L}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_o I\, u}{2\pi}\,[ln(r)]\begin{matrix} d+L \\ d \end{matrix} =$$

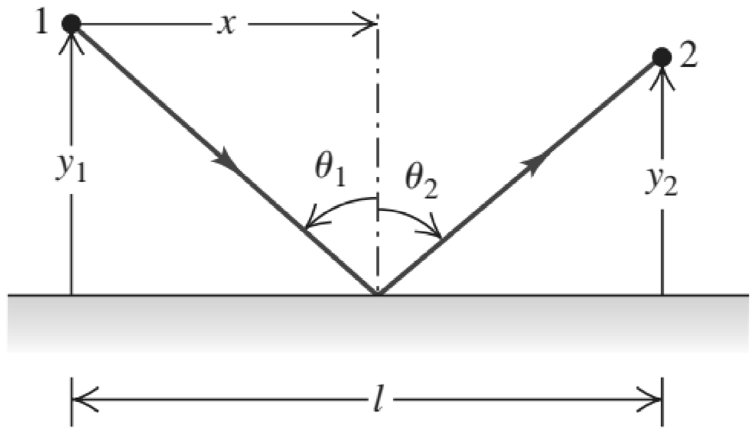
$$\frac{\mu_0 I\, u}{2\pi}\, ln(1+\frac{L}{D}).$$

(β) Το α ως σημείο συσσώρευσης των θετικών φορτίων θεωρείται ότι βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό. Εναλλακτικά μπορούμε να εικάσουμε τι θα γινόταν αν η ράβδος ήταν τμήμα ενός κλειστού κυκλώματος. Τότε η ροή θα ήταν αρνητική και θα αυξανόταν κατ΄απόλυτη τιμή καθιστώντας θετική τη φορά της επαγομένης ΗΕΔ. Θετική φορά, σημαίνει εν προκειμένω αντι-ωρολογιακή φορά, από το b προς το α και αντιστοιχεί σε κίνηση θετικών φορτίων από χαμηλό σε υψηλό δυναμικό (η ΗΕΔ οφείλεται σε μη ηλεκτροστατικές δυνάμεις).

4. Μια ακτίνα φωτός που ταξιδεύει με ταχύτητα c, αφήνει το σημείο 1 του σχήματος και ανακλάται μέσω μιας διεπιφάνειας στο σημείο 2. Το σημείο ανάκλασης απέχει οριζόντια απόσταση x από το σημείο 1.

α) Βρείτε την σχέση που μας δίνει τον χρόνο t που χρειάζεται η ακτίνα για να ταξιδέψει από το σημείο 1 στο σημείο 2 συναρτήσει των x, y_1, y_2, l, c.

β) Παραγωγίζοντας ως προς x τη σχέση που βρήκατε στο (α) ερώτημα, εξάγετε το νόμο της ανάκλασης θεωρώντας δεδομένο ότι η ακτίνα θα «επιλέξει» εκείνη τη διαδρομή για την οποία ο χρόνος μετάβασης είναι ο ελάχιστος.



Λύση:

(α) Η συνολική απόσταση που ταξιδεύει η ακτίνα είναι ίση με:

d= $(x^2 + y_1^2)^{\frac{1}{2}} + ((l-x)^2 + y_2^2)^{\frac{1}{2}}$, άρα

t =$\frac{d}{c} = \frac{(x^2+y_1^2)^{\frac{1}{2}}+((l-x)^2+y_2^2)^{\frac{1}{2}}}{c}$

(β) Μηδενίζοντάς την παραγωγό ως προς x , λαμβάνω:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c}\frac{d}{dx}\left[(x^2 + y_1^2)^{\frac{1}{2}} + ((l-x)^2 + y_2^2)^{\frac{1}{2}}\right] =$$

$$= \frac{1}{c}\left[x(x^2 + y_1^2)^{-\frac{1}{2}} - (l-x)((l-x)^2 + y_2^2)^{-\frac{1}{2}}\right] = 0.$$

Απο την τελευταία σχέση προκύπτει :

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + y_1^2}} = \frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2 + y_2^2}}, \text{ή}$$

$$\sin\theta_1 = \sin\theta_{2,} \text{ ή}$$

$$\theta_1 = \theta_2.$$