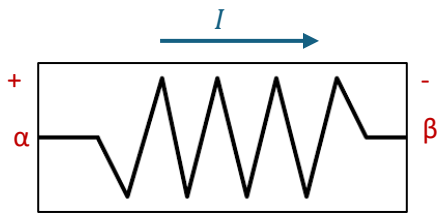
11. ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

Εδώ θα μελετήσουμε τα βασικά ηλεκτρικά κυκλώματα τα οποία αποτελούνται από μια πηγή τάσης και τα 3 στοιχεία αντίσταση, πυκνωτής και πηνίο

α) αντίσταση

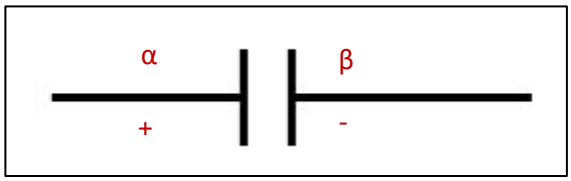


$$V_R = V_a - V_\beta$$

$$I = \frac{V_R}{R}$$

Στις αντιστάσεις βλέπουμε ποια είναι η τιμή του R σε Ομ

(β) Πυκνωτής



$$V_C = V_a - V_\beta$$

στους πυκνωτές η τιμή που μας ενδιαφέρει είναι η χωρητικότητα

$$C = \frac{Q}{V_C}$$

Λύνουμε ως προς τάση, παραγωγίζουμε και παίρνουμε

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dQ}{dt} = \pm\frac{1}{C}I$$

Για την φόρτιση (+) ενώ για εκφόρτιση (-)

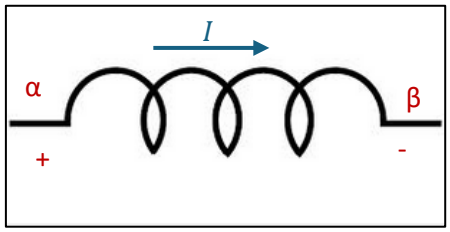
(γ) Πηνίο

Στο πηνίο εμφανίζεται το φαινόμενο της αυτεπαγωγής, δηλαδή εάν το ρεύμα που το διαρρέει είναι μεταβαλλόμενο, τότε παράγει μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, και άρα η κάθε σπείρα βλέπει μια μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή και στα άκρα της επάγεται μια τάση. Επειδή αυτές οι τάσεις είναι σε σειρά αθροίζονται και μου δίνουν μια συνολική τάση. Το αποτέλεσμα είναι να έχω στα άκρα του πηνίου μια τάση ανάλογη της μεταβολής του ρεύματος, γνωστός ως ο νόμος της αυτεπαγωγής που έχει την εξής μορφή

$$V_L = L\frac{dI}{dt}$$

όπου το L είναι γνωστό ως συντελεστής αυτεπαγωγής γες σε μονάδες Henry ή H

$$H = \frac{Vs}{A}$$



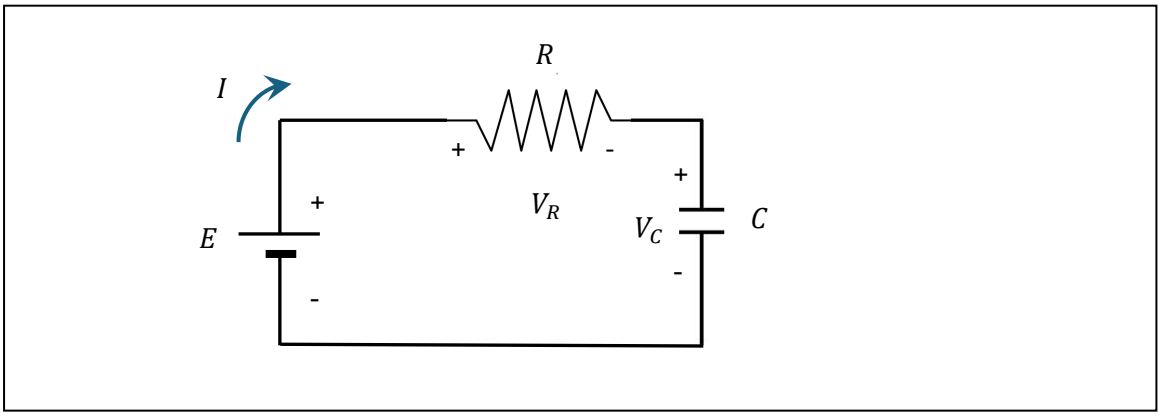
$$V_L = V_a - V_\beta$$

Δυο ειδών κυκλώματα, συνεχούς ή εναλλασσόμενου ρεύματος DC ή AC,. Αυτό καθορίζεται από την πηγή, δηλαδή η συνεχής πηγή δίνει συνεχή ρεύματα ενώ εναλλασσόμενη πηγή δίνει εναλλασσόμενα ρεύματα

Α. ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Τα 2 κυκλώματα ενδιαφέροντος είναι τα RC RL

Α1 Κύκλωμα RC συνεχές



Νόμος Kirchhoff των τάσεων

$$E - V_R - V_C = 0$$

Θεωρώντας φόρτιση, αντικαθιστούμε τους παραπάνω τύπους και έχουμε

$$E - IR - V_C = 0$$

Επειδή η τάση του πυκνωτή εμφανίζεται με την παράγωγο της πρέπει να παραγωγίσω αυτή τη σχέση

$$0 - R\frac{dI}{dt} - \frac{dV_C}{dt} = 0$$

$$-R\frac{dI}{dt} - \frac{1}{C}I = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC}I$$

Αυτή η διαφορική εξίσωση μου λέει ότι αν παραγωγίσω το ρεύμα παίρνω κάτι ανάλογο με τον εαυτό του. Αυτή την ιδιότητα, να παραγωγίζω μια συνάρτηση και να παίρνω την ίδια συνάρτηση, την έχει η εκθετική συνάρτηση στα μαθηματικά

$$I = Ae^{bt}$$

με

$$\frac{dI}{dt} = bAe^{bt}$$

Αντικαθιστώ στην παραπάνω διαφορική εξίσωση και έχω

$$bAe^{bt} = -\frac{1}{RC}\,Ae^{bt}$$

ή

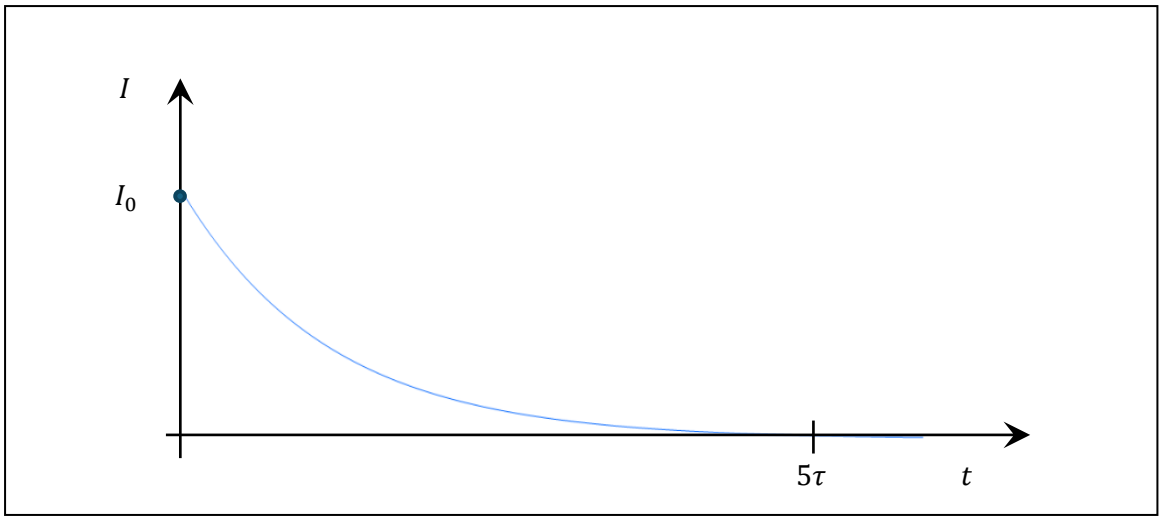
$$b = -\frac{1}{RC}$$

Θέτω $\tau = RC$, Η σταθερά αυτή ονομάζεται σταθερά του χρόνου και έχει μονάδες στα δευτερόλεπτα

$$I(t) = Ae^{-t/\tau}$$

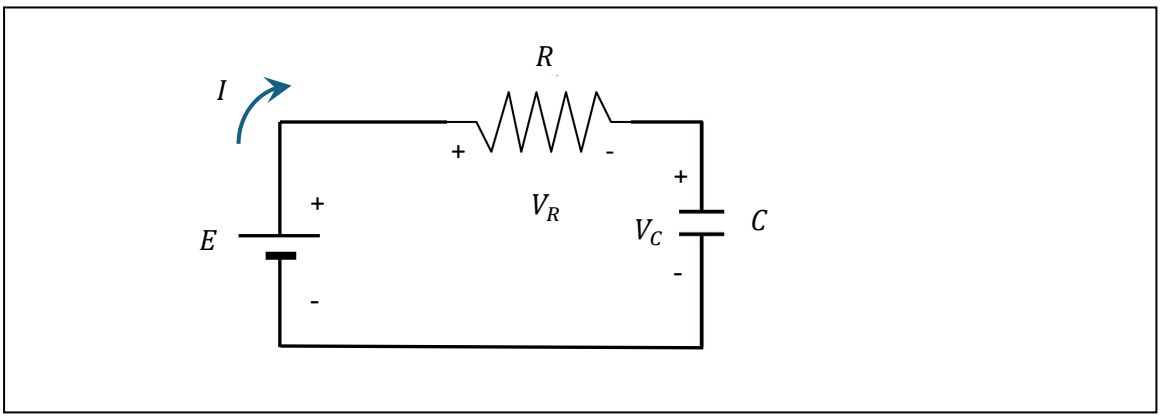
Φυσική σημασία της σταθεράς A;

Εάν θεωρήσω ότι $t \geq 0$, δηλαδή κλείνω τον διακόπτη του κυκλώματος στο $t = 0$, τότε $A = I(0)$: μέγιστο ρεύμα που συνήθως το συμβολίζουμε ως I_0



Η φυσική σημασία της σταθεράς τ είναι ότι σε 5τ το ρεύμα πέφτει κάτω από 0,01% δηλαδή πρακτικά μηδέν

Αρχικές συνθήκες



$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Η σταθερά I_0 καθορίζεται από τις αρχικές συνθήκες. Μια λογική αρχική συνθήκη είναι ο πυκνωτής να είναι αφόρτιστος αρχικά

$$Q(0) = 0 => V_C(0) = \frac{Q(0)}{C} = 0$$

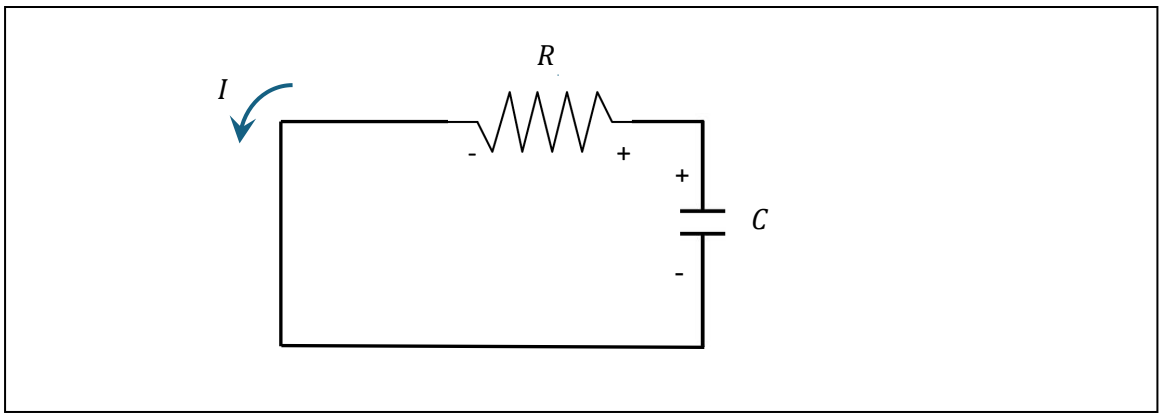
Νόμος του Kirchhoff στο $t = 0$

$$E - RI(0) - V_C(0) = 0$$

$$E - RI_0 - 0 = 0$$

$$I_0 = \frac{E}{R}$$

Όλα αυτά ισχύουν στη φάση της φόρτισης. Όταν έχω εκφόρτιση πετάω την πηγή και αναλαμβάνει ο πυκνωτής το ρόλο της πηγής, δηλαδή έχω το εξής απλό κύκλωμα



Νόμος τάσεων

$$V_C - V_R = 0$$

$$\frac{dV_C}{dt} - \frac{d}{dt}IR = 0$$

$$\frac{dV_C}{dt} - R\frac{d}{dt}I = 0$$

Στην εκφόρτιση

$$\frac{dV_C}{dt} = -\frac{1}{C}I$$

και η Δ.Ε. γίνεται

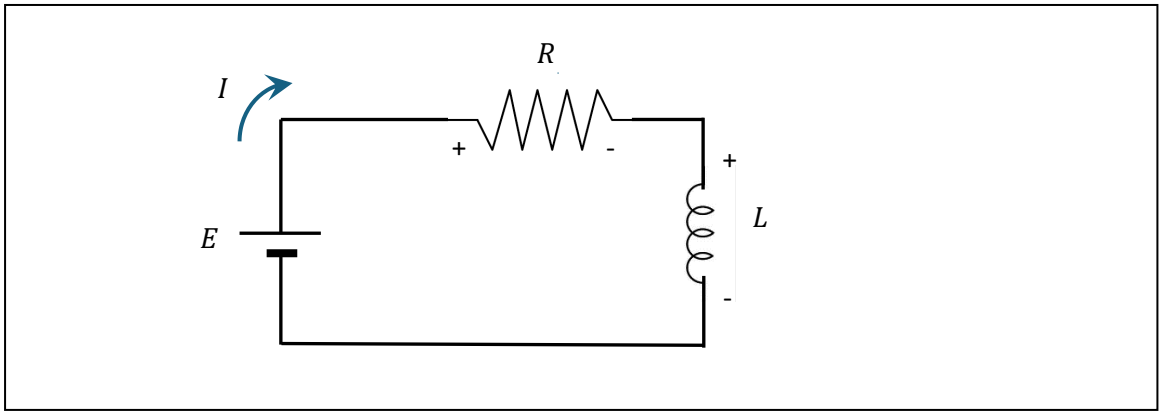
$$-\frac{1}{C}I - R\frac{d}{dt}I = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC}I$$

Ίδια Δ.Ε. αλλά διαφορετική αρχική τιμή

$$Q(0) = Q_0 \neq 0$$

Α2 κύκλωμα RL



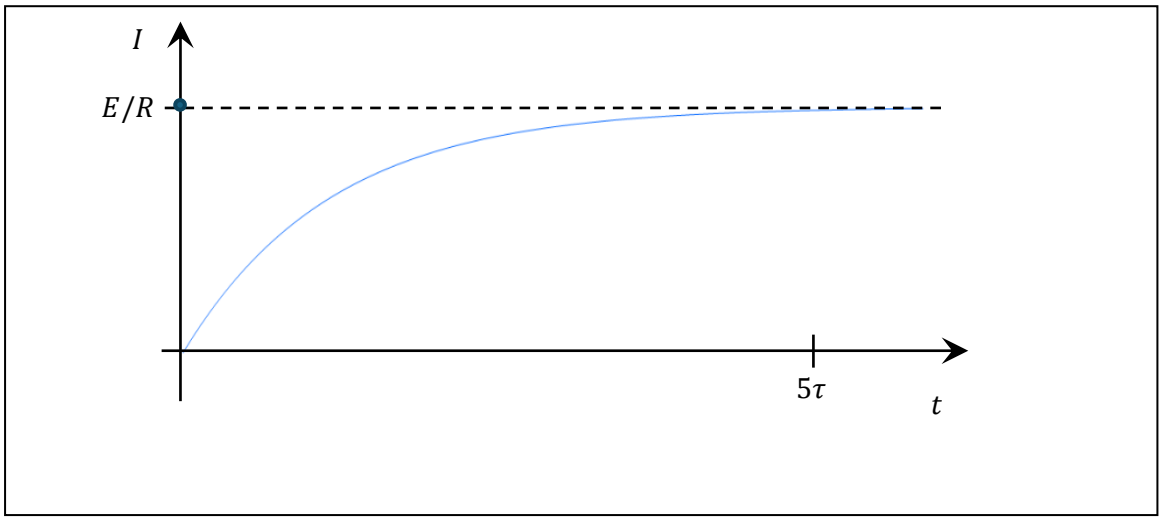
Και πάλι έχω εκθετική συμπεριφορά

Νέα σταθερά χρόνου

$$\tau = \frac{L}{R}$$

θεωρούμε το πηνίο αφόρτιστο αρχικά $V_L(0) = 0$

$$I = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Για $t = 0$ -> $I(0) = 0$

Για $t \to \infty$ -> $I(0) \to I_0$