ΦΡΟΝΤΗΣΤΗΡΙΟ

Παράδειγμα 1: Το Ηλεκτρικό πεδίο μεταλλικού κυλίνδρου απείρου μήκους κατά τον άξονα z και ακτίνας R στο εξωτερικό του δίνεται από την ίδια εξίσωση όπως η άπειρη γραμμή φορτίου, δηλαδή

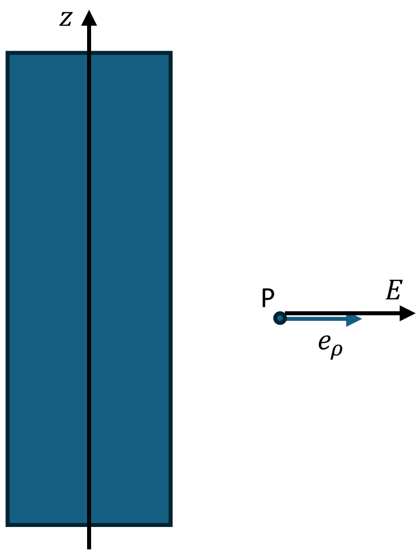
$$\vec{E} = \frac{2k\lambda}{\rho}\vec{e}_\rho$$

Εάν ο άξονας z είναι γειωμένος, να βρεθεί το δυναμικό παντού στο χώρο

Λύση:

Επειδή είναι μεταλλικός αγωγός, στο εσωτερικό

$$\vec{E} = 0$$



Σε τυχαίο σημείο P του χώρου, το E είναι κάθετο στον άξονα του κυλίνδρου

$$V = -\int E(\rho)d\rho + c$$

Γεωμετρικώς υπάρχουν δυο περιοχές επομένως θα υπολογίσω το παραπάνω στις 2 περιπτώσεις $0 \le \rho < R$ και $\rho \ge R$

Στο εσωτερικό $E = 0$

$$V = -\int E(\rho)d\rho + c = c$$

Μας δίνεται $V(0) = 0 \Rightarrow c = 0$

Στο εξωτερικό

$$E = \frac{2k\lambda}{\rho}$$

$$V = -\int E(\rho)d\rho + c' = -2k\lambda \int \frac{d\rho}{\rho} + c'$$

$$V = -2k\lambda\, ln\rho + c'$$

Το δυναμικό είναι ΠΑΝΤΑ συνεχής συνάρτηση =>

$$V(R^+) = V(R^-)$$

$$V(R^+) = 0$$

$$-2k\lambda\, lnR + c' = 0$$

$$c' = 2k\lambda\, lnR$$

Αντικαθιστώντας αυτή τη σταθερά στην παραπάνω έκφραση έχουμε

$$V = -2k\lambda\, ln\rho + 2k\lambda\, lnR = 2k\lambda\, ln\left(\frac{R}{\rho}\right)$$

(Επαληθεύστε ότι $V(R) = 0$) Επομένως

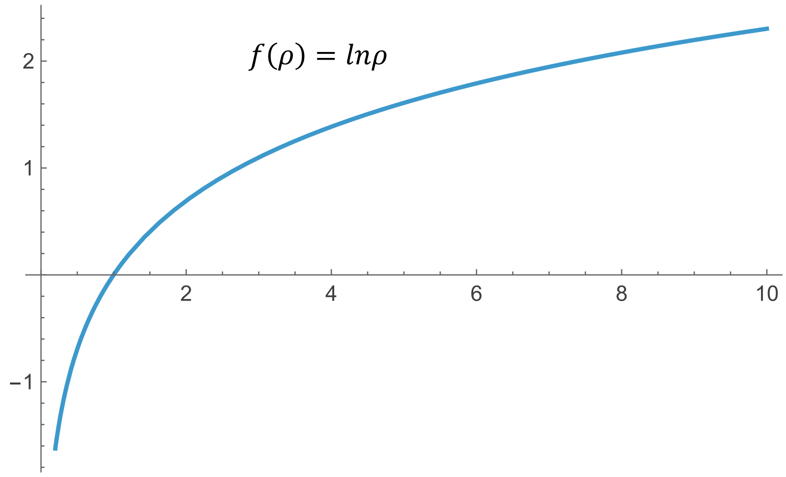
$$V(\rho) = \begin{cases} 0, & \rho < R \\ 2k\lambda\, ln\left(\frac{R}{\rho}\right), & \rho \geq R \end{cases}$$

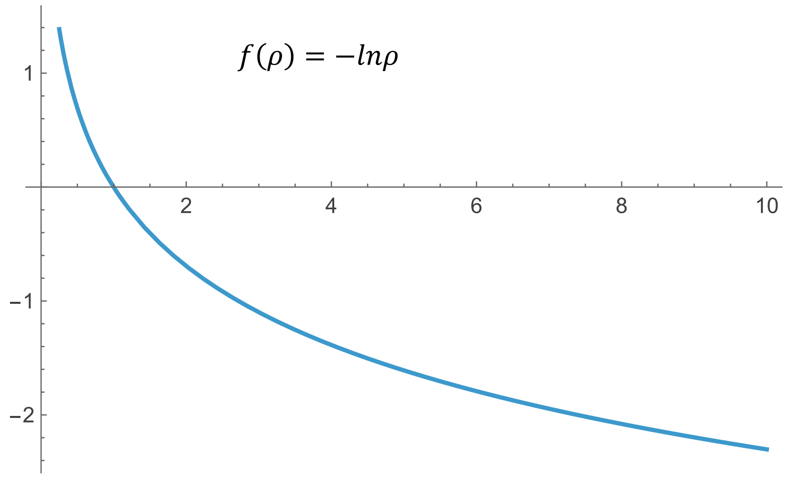
<u>Παράδειγμα</u>: Στο προηγούμενο παράδειγμα, να γίνει η γραφική παράσταση του $V(\rho)$

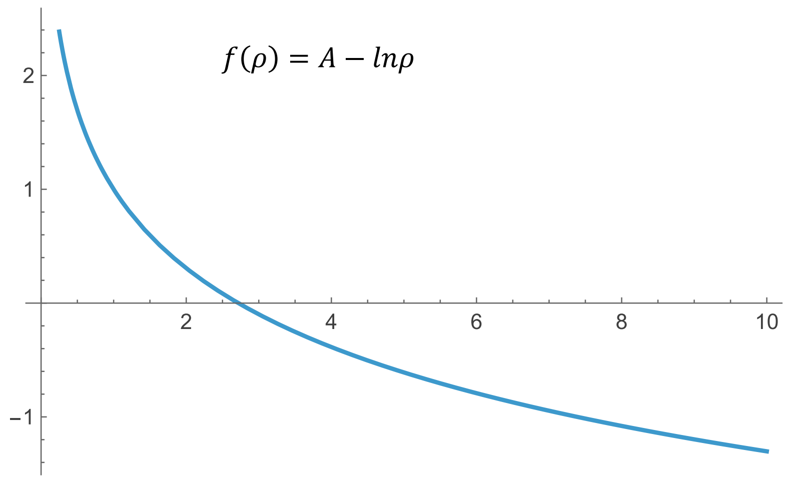
<u>Λύση</u>:

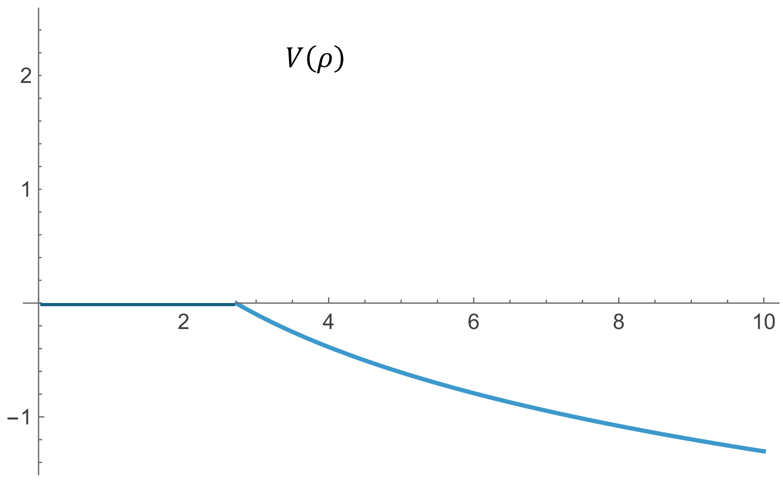
Γράφουμε την συνάρτηση ως

$$V(\rho) = \begin{cases} 0, & \rho < R \\ 2k\lambda\, (lnR - \,ln\rho), & \rho \geq R \end{cases}$$

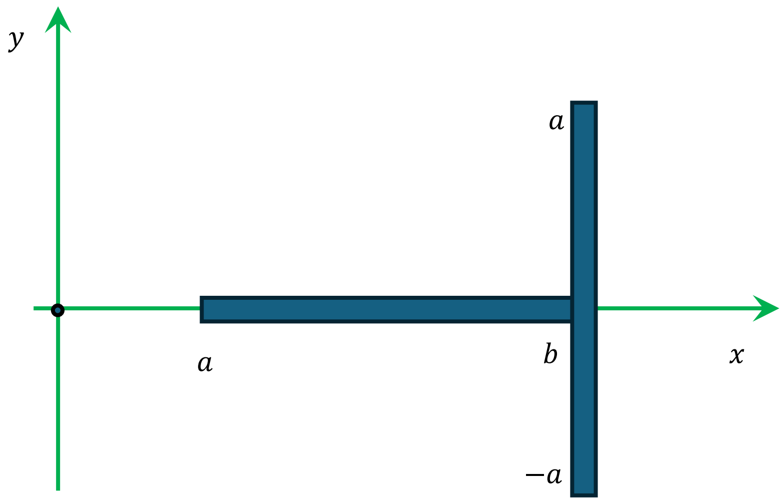

$f(\rho) = ln\rho$
2
1
−1
2
4
6
8
10


$f(\rho) = -ln\rho$
1
−1
−2
2
4
6
8
10


$f(\rho) = A - ln\rho$
2
1
−1
2
4
6
8
10



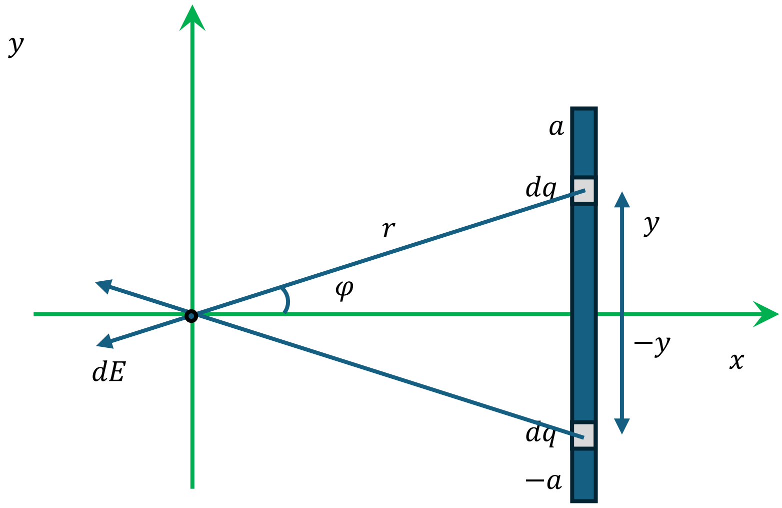
Παράδειγμα: να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στην αρχή των αξόνων των παρακάτω 2 λεπτών ράβδων με ίδια πυκνότητα φορτίου λ



Ηλεκτρικό πεδίο επαλληλία των 2 ευθυγράμμων ράβδων και για την οριζόντια ξέρουμε τον τύπο

$$E_1 = k\lambda\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

Την κάθετη ράβδο πρέπει να ολοκληρωσουμε



Επιβιώνει μόνο το

$$dE_x = dEcos\varphi = k\frac{dq}{r^2}cos\varphi$$

Συνολικά

$$E_2 = \int_{y=-a}^{a} dE_x = k\int_{y=-a}^{a}\frac{dq}{r^2}cos\varphi$$

$$E_2 = k\int_{y=-a}^{a}\frac{\lambda dy}{r^2}\frac{b}{r} = k\lambda b\int_{y=-a}^{a}\frac{dy}{(b^2+y^2)^{3/2}}$$