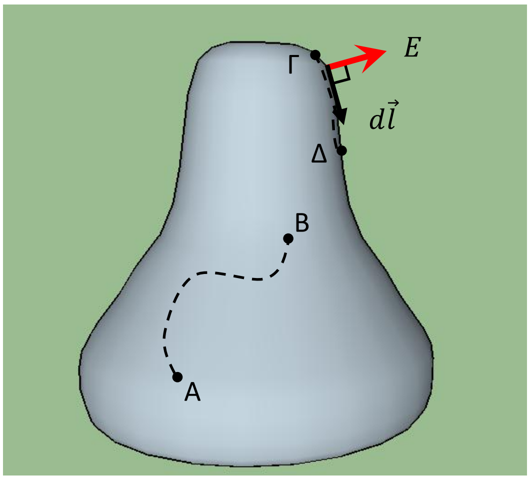
Κατανομή του Δυναμικού σε Αγώγιμο Σώμα

στο εσωτερικό του αγωγού πάντα έχουμε ότι

- το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό είναι $E = 0$
- στην επιφάνειά του $E = \sigma/\varepsilon_0$
- στην επιφάνειά του E κάθετο στην επιφάνεια

Έστω ένας αγωγός τυχαίου σχήματος



Στη μια διάσταση

$$V = -\int E dx + c$$

στις τρεις διαστάσεις

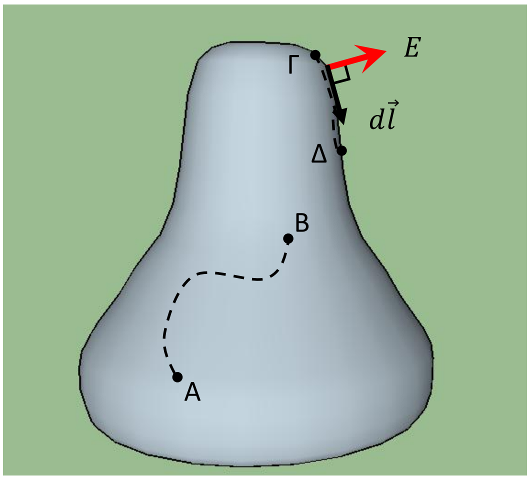
$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} + c$$

όπου $d\vec{l}$ είναι μια στοιχειώδης μετατόπιση. Συνήθως μας ενδιαφέρουν οι διαφορές δυναμικού μεταξύ 2 σημείων A και B

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$d\vec{l}$ είναι μια στοιχειώδης μετατόπιση επάνω στην διαδρομή A ->B

Εάν η καμπύλη AB είναι στο εσωτερικό ενός αγωγού



$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$V_B = V_A$$

Το εσωτερικό του αγωγού είναι παντού ισοδυναμικό

Πάνω στην επιφάνεια, εάν επιλέξω την καμπύλη ΓΔ επάνω στην επιφάνεια => $d\vec{l}$ κάθετο στο $\vec{E}$=>

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

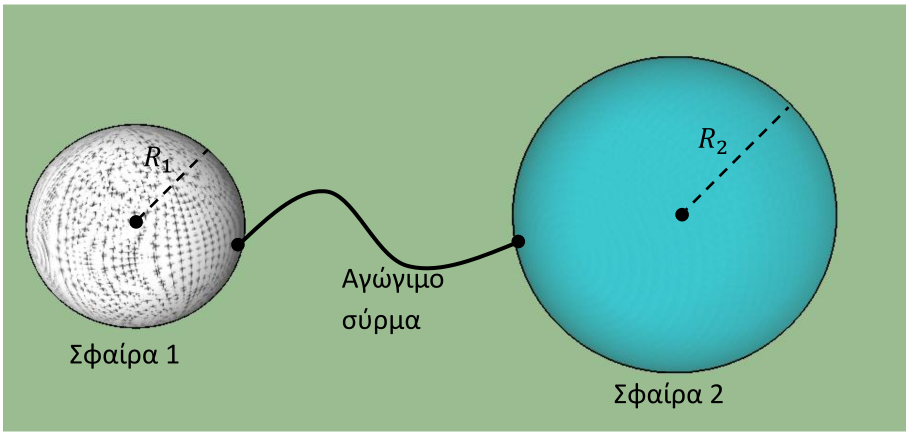
και

$$V_\Delta - V_\Gamma = -\int_\Gamma^\Delta \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

και πάλι $V_\Delta = V_\Gamma$

<u>Παράδειγμα 5.14</u>.

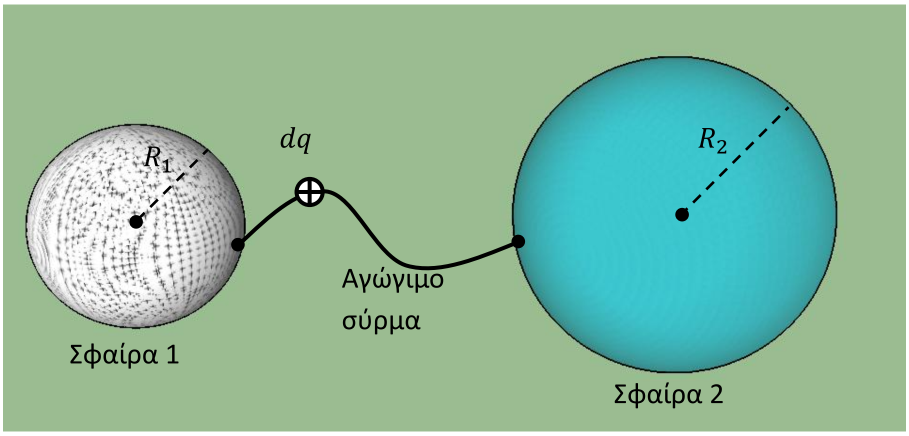
Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δυο αγώγιμες σφαίρες 1 και 2 με διαφορετικές ακτίνες R_1 και R_2 αντίστοιχα. Αρχικά οι δυο σφαίρες είναι απομονωμένες μεταξύ τους και υπάρχει φορτίο Q μόνο στην σφαίρα 1. Στη συνέχεια, οι δυο σφαίρες ενώνονται μεταξύ τους με τη βοήθεια ενός αγώγιμου σύρματος απειροελάχιστου πάχους. Να βρεθεί η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου στην κάθε σφαίρα στην τελική κατάσταση ισορροπίας (από ενεργειακής σκοπιάς).



Λύση: Από την διατήρηση του φορτίου

$$Q_1 + Q_2 = Q$$

έστω ένα μικρό φορτίο dq το οποίο βρίσκεται πάνω στο σύρμα και μεταφέρεται από τη μία σφαίρα στην άλλη



Αρχικά το φορτίο βλέπει χαμηλότερη δυναμική στη σφαίρα 2 από ότι στην ένα και έτσι θέλει να μεταφερθεί. Στην ισορροπία όμως σταματά η μεταφορά γιατί προφανώς η διαφορά αυτή δυναμικής ενέργειας μηδενίζεται. Αφού η δυναμική ισούται με φορτίο επί δυναμικό, αυτό σημαίνει ότι στην ισορροπία η διαφορά δυναμικού θα μηδενίζεται.

Ποια είναι το δυναμικό σφαίρας;

$$V_1 = k\frac{Q_1}{R_1}$$

$$V_2 = k\frac{Q_2}{R_2}$$

Εξισώνοντας:

$$V_1 = V_2 => \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2}$$

ή

$$Q_2 = \frac{R_2}{R_1} Q_1$$

και από τη διατήρηση του φορτίου που παίρνουμε

$$Q_1 + \frac{R_2}{R_1} Q_1 = Q$$

$$Q_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} Q$$

Ομοίως

$$Q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Q$$

6. ΠΥΚΝΩΤΕΣ – ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ

Εξ ορισμού ο πυκνωτής είναι μια διάταξη στην οποία έχουμε δυο μεταλλικούς αγωγούς σε πολύ κοντινή απόσταση μεταξύ τους και τους φορτίζουμε με ίσα και αντίθετα φορτία $\pm Q$

Γενικά αυτοί οι δυο αγωγοί θα έχουν διαφορετικό δυναμικό και άρα θα έχουν διαφορά δυναμικού μεταξύ τους

$$\Delta V = V_+ - V_-$$

(καμιά φορά V για απλότητα)

Ορισμός: Χωρητικότητα C ονομάζεται ο λόγος

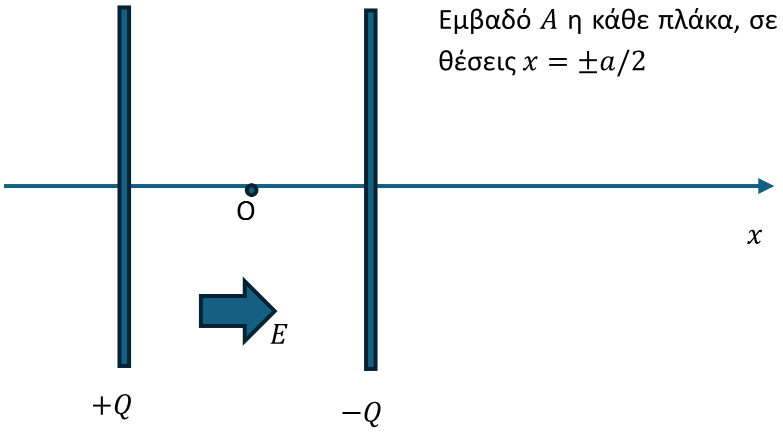
$$C = \frac{Q}{V}$$

Μονάδες κουλόμπ ανά βολτ γνωστές ως φαράντ

$$F = \frac{C}{V}$$

Υπάρχουν διάφορες γεωμετρίες πυκνωτών όπως είναι ο επίπεδος πυκνωτής ο οποίος αποτελείται από δυο παράλληλες πλάκες, ο κυλινδρικός πυκνωτής όπου ο ένας αγωγός είναι συμπαγής κύλινδρος και ο δεύτερος μεγαλύτερος κύλινδρος που περιβάλλει το πρώτο.

Εδώ θα εξετάσουμε τον επίπεδο πυκνωτή:



Θέλω να υπολογίσω τη χωρητικότητα άρα πρέπει να βρω τη διαφορά δυναμικού. Γνωρίζω για τον πυκνωτή ότι

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

Η διαφορά δυναμικού είναι ίση με

$$V = V_+ - V_- = -\int_-^+ E(-dx) = Ea = \frac{Qa}{\varepsilon_0 A}$$

Η χωρητικότητα ισούται με

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Qa}{\varepsilon_0 A}} = \varepsilon_0 \frac{A}{a}$$

Αυτός ο τύπος ισχύει μόνο για επίπεδο πυκνωτή και όπως βλέπουμε εξαρτάται από τη γεωμετρία του αλλά και από τη σταθερά ε_0 η οποία είναι σταθερά υλικού εάν για παράδειγμα χρησιμοποιήσουμε κάποιο άλλο υλικό

$$\varepsilon_0 \to \varepsilon$$

Χρήση πυκνωτών:

1) Αποθήκευση φορτίου

2) Κυκλώματα χρονισμού

3) Φίλτρα συχνοτήτων