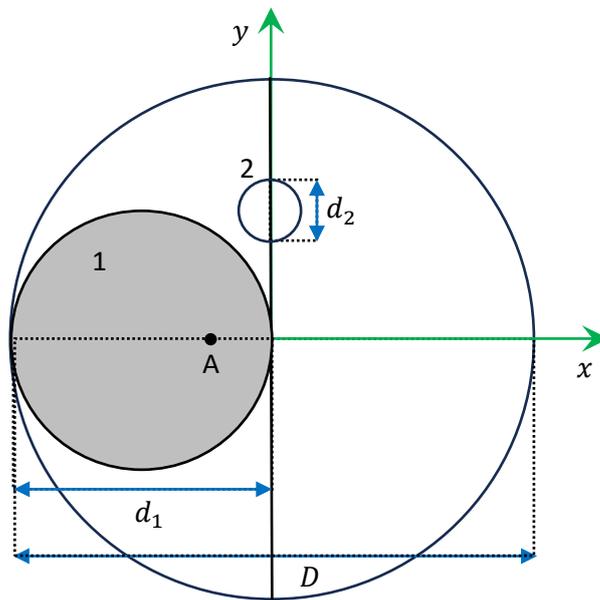
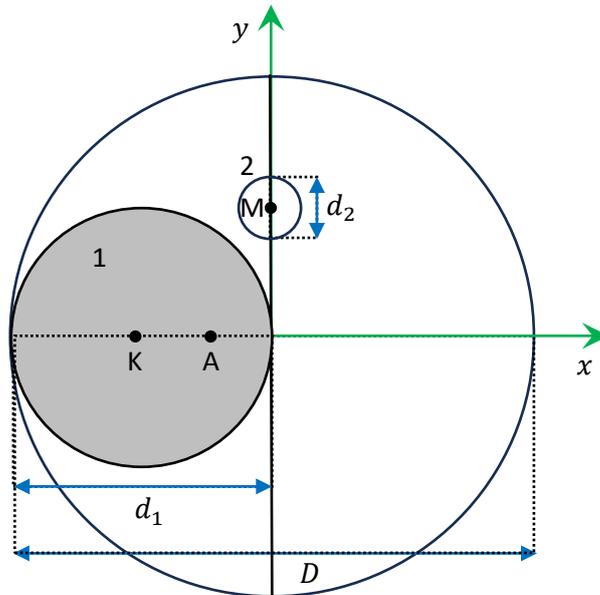


### ΦΡΟΝΤΗΣΤΗΡΙΟ ΚΕΦ 1-4

**Άσκηση 1** Στο παρακάτω σχήμα μια κοίλη μη αγώγιμη σφαίρα διαμέτρου  $D$  περικλείει στο εσωτερικό της μια μικρότερη μη αγώγιμη συμπαγή σφαίρα 1 διαμέτρου  $d_1 = D/2$  και μια δεύτερη ακόμα μικρότερη κοίλη μη αγώγιμη σφαίρα 2 διαμέτρου  $d_2 = D/8$ . Το κέντρο της μεγάλης σφαίρας συμπίπτει με την αρχή των αξόνων ενώ της σφαίρας 1 βρίσκεται επάνω στον άξονα  $x$  έτσι ώστε το αριστερό της άκρο να εφάπτεται με το αριστερό άκρο της μεγάλης σφαίρας. Αντίστοιχα το κέντρο της σφαίρας 2 βρίσκεται πάνω στον άξονα  $y$  σε απόσταση από την αρχή των αξόνων ίση με  $D/4$ . Και οι τρεις σφαίρες φέρουν ομοιόμορφα το ίδιο ηλεκτρικό φορτίο  $+Q$  με τη σφαίρα 1 να είναι φορτισμένη και στο εσωτερικό της. Να βρεθεί η  $x$ -συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο στο εσωτερικό της σφαίρας 1 με συντεταγμένες  $x = -d_2$  και  $y = 0, z = 0$ .



Λύση: Έστω  $K$  και  $M$  τα κέντρα των σφαιρών 1 και 2 αντίστοιχα. Εφόσον έχω 3 πηγές θα περίμενα να έχω συνεισφορά στο  $A$  από 3 πεδία. Όμως ξέρουμε ότι στο εσωτερικό σφαίρας με επιφανειακή φόρτιση, όπως είναι η μεγάλη σφαίρα, το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν και άρα αυτή δεν συνεισφέρει στο σημείο ενδιαφέροντος  $A$ .



Αντίθετα, Το σημείο A βρίσκεται εκτός της σφαίρας 2 και άρα αυτή συνεισφέρει και μάλιστα το A τη "βλέπει" σαν σημειακό φορτίο. Έστω  $r_2$  η απόσταση MA, τότε

$$E_2 = k \frac{Q}{r_2^2}$$

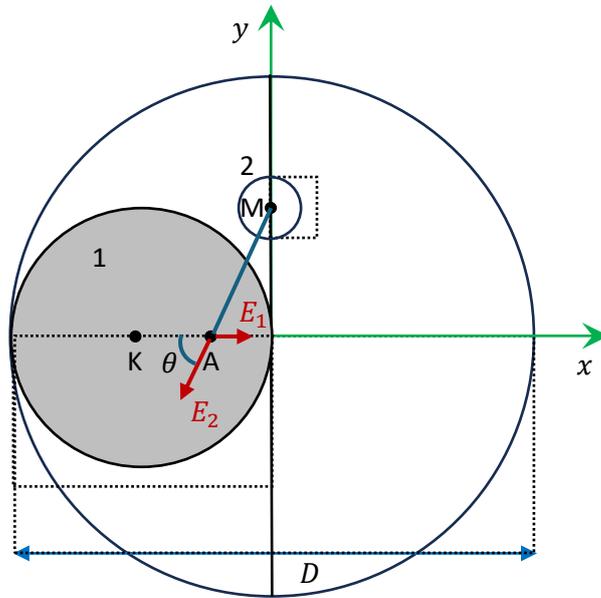
με φορά κατά μήκος του MA (για θετική πηγή από το M προς το A).

Όσον αφορά στη σφαίρα 1, Είναι συμπαγής με ομοιόμορφη χωρική κατανομή φορτίου και άρα στο εσωτερικό της υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο το οποίο αυξάνει γραμμικά από το κέντρο της. Έστω  $r_1$  η απόσταση KA. Το πεδίο που δημιουργεί η σφαίρα 1 στο σημείο A ισούται με

$$E_1 = k \frac{Q}{R_1^3} r_1$$

με φορά προς τα δεξιά, όπου  $R_1$  είναι η ακτίνα της σφαίρας ένα 1 με

$$R_1 = \frac{D}{4}$$

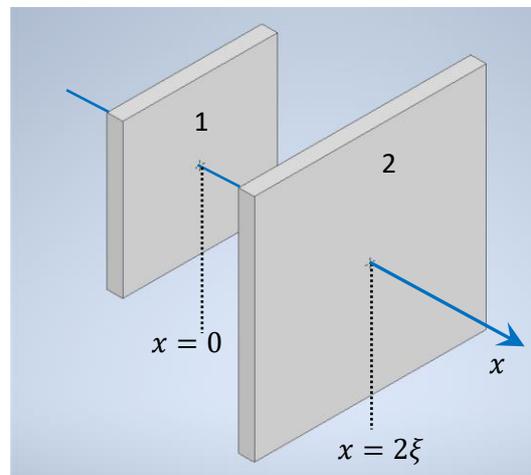


Με την βοήθεια γεωμετρίας μπορούμε να υπολογίσουμε το ζητούμενο ως

$$E_x = E_1 - E_2 \cos\theta = \dots$$

**Άσκηση 2** Στο διπλανό σχήμα υπάρχουν δυο λεπτές ορθογώνιες μεταλλικές πλάκες κάθετες στον άξονα  $x$  (τα κέντρα τους βρίσκονται επάνω τον άξονα), με την πρώτη να βρίσκεται στην αρχή των αξόνων και η δεύτερη σε απόσταση  $2\xi$  από αυτή. Τα εμβαδά τους είναι ίσα με  $A_1$  η πρώτη και  $A_2$  η δεύτερη (συγκρίσιμα σχετικά σε μέγεθος). Ένας φοιτητής τοποθετεί φορτίο  $Q_1$  στην πρώτη και  $-Q_2$  στην δεύτερη. Θεωρώντας μια κατάλληλη προσέγγιση να βρεθούν τα εξής:

**A** Το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί ξεχωριστά η καθεμία από αυτές παντού κατά μήκος του άξονα  $x$ ,



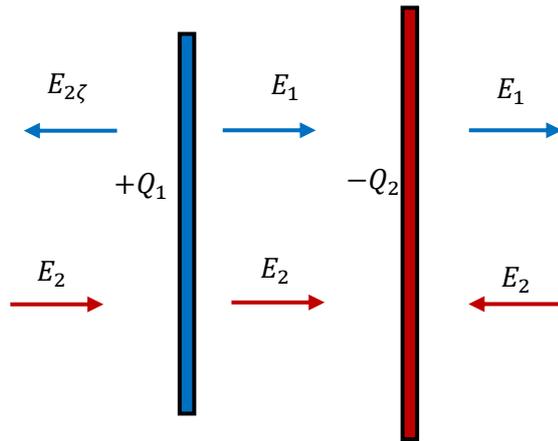
**B** Το ολικό ηλεκτρικό πεδίο παντού κατά μήκος του άξονα  $x$ .

Λύση:

Όπως φαίνεται στην παρακάτω πλαϊνή όψη, οι 2 πλάκες δημιουργούν πεδία διαφορετικών φορών. Τα μέτρα των 2 πεδίων είναι ίσα με

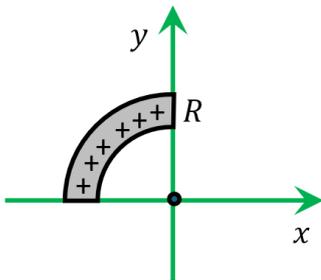
$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} = \frac{Q_1}{2A_1\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \frac{Q_2}{2A_2\epsilon_0}$$



$$|E| = \begin{cases} E_1 + E_2, & \text{εντός} \\ |E_1 - E_2|, & \text{εκτός} \end{cases}$$

**Άσκηση 3** Λεπτός δακτύλιος ακτίνας  $R$  ομοιόμορφα φορτισμένος με γραμμική πυκνότητα φορτίου  $\lambda$  κόβεται σε τέσσερα ίσα μέρη, και ένα από αυτό τοποθετείται όπως στο παρακάτω σχήμα. Να βρεθεί το  $E$  στην αρχή



Λύση:

Τεμαχίζω σε στοιχειώδεις γωνίες  $d\theta \Rightarrow$  περιέχουν στοιχειώδη φορτία  $dq$

