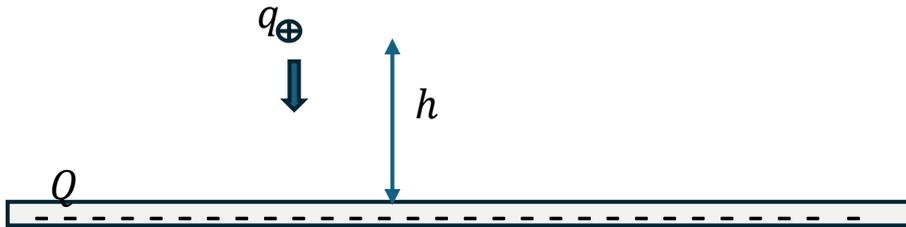


ΚΕΦ 4

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ.

Εξομοιώνω την γη με ηλεκτρικά φαινόμενα και έτσι φορτίζω μια πολύ μεγάλη οριζόντια μεταλλική πλάκα με ένα μεγάλο αρνητικό φορτίο Q (πηγή) έτσι ώστε εάν φέρω κοντά του ένα μικρό θετικό φορτίο q να το έλκει προς τα κάτω



Σε αντιστοιχία με το $U = mgh$ για το βαρυτικό πεδίο, η ηλεκτρική δυναμική ισούται με

$$U = q|E|h$$

Αυτή είναι η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ενός μικρού σημειακού φορτίου q όταν το φέρω σε απόσταση h από μια πηγή η οποία δημιουργεί ομοιόμορφο σταθερό ηλεκτρικό πεδίο E .

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η πλάκα είναι αρνητικά φορτισμένη και άρα το πεδίο είναι προς τα κάτω. Έτσι εάν λάβω τον άξονα y προς τα πάνω, τότε το E είναι αρνητικό και ο παραπάνω τύπος γίνεται

$$U = -qEy$$

Η δυναμική είναι σχετικό μέγεθος, όπως και το υψόμετρο δηλαδή μπορούμε να το πάρουμε μηδέν όπου εμείς επιθυμούμε. Για παράδειγμα, τον παραπάνω τύπο θεωρούμε ότι η δυναμική ενέργεια μηδέν Επάνω στη φορτισμένη πλάκα

Εάν το E δεν είναι σταθερό, δηλαδή $E = E(x)$, Τότε ο παραπάνω τύπος ισχύει μόνο απειροστά, δηλαδή για απειροστές μεταβλητές του x έχουμε αντίστοιχες απειροστές μεταβλητές της δυναμικής ενέργειας

$$dU = -qEdx$$

Η ολική δυναμική ενέργεια ισούται με το ολοκλήρωμα της παραπάνω

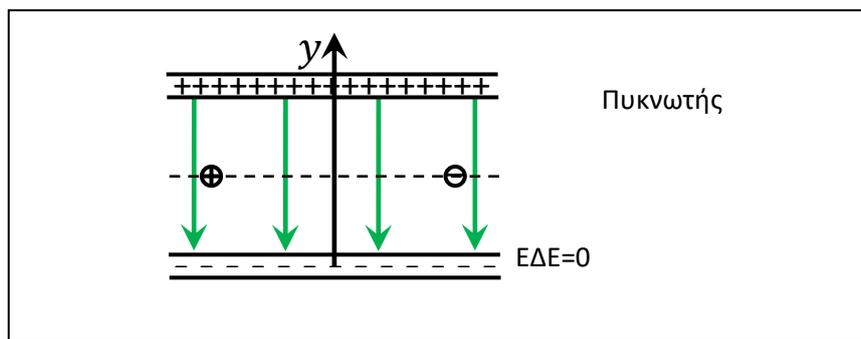
$$U(x) = - \int qE(x)dx + c$$

Μεταβολές της δυναμικής ενέργειας

$$\Delta U = - \int_{x_1}^{x_2} qE(x)dx$$

Παράδειγμα 4.1

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένας πυκνωτής που φέρει φορτίο $Q = \pm 100 \text{ nC}$ στους οπλισμούς του οι οποίοι βρίσκονται μεταξύ τους σε απόσταση 2 mm και με εμβαδό ίσο με 18.83 cm^2 ο καθένας. Δυο δοκιμαστικά σημειακά φορτία $q = \pm 2 \text{ nC}$ τοποθετούνται στο εσωτερικό του σε ίση απόσταση από τους δυο οπλισμούς και μακριά μεταξύ τους (ώστε η μεταξύ αλληλεπίδρασή τους να θεωρείται αμελητέα) και αφήνονται ελεύθερα. Αφού αφεθούν ελεύθερα και μετακινηθούν κατά 0.5 mm από την αρχική τους θέση το καθένα, να βρεθεί (α) η μεταβολή της δυναμικής τους ενέργειας, (β) το έργο που αποδίδει το πεδίο χρησιμοποιώντας τον αυστηρό ορισμό του έργου, και (γ) να σχολιαστεί η φορά της μετακίνησης των φορτίων ως προς το πεδίο και ως προς την μεταβολή της δυναμικής τους ενέργειας. Πάρτε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας τον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή.



(α) Δυναμική ενέργεια

$$U = -qEy$$

Χρειάζεται να υπολογίσω το E

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

(Τύπος για το πεδίο στο εσωτερικό του πυκνωτή)

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

Επομένως

$$|E| = \frac{Q}{A\epsilon_0} = \frac{100 \cdot 10^{-9}}{18.83 \cdot 10^{-4} \cdot 8.86 \cdot 10^{-12}} = 6 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

επειδή είναι κατά μήκος του αρνητικού άξονα y

$$E = -6 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Για το θετικό σημειακό φορτίο, αρχικά

$$y_{10} = 1 \text{ mm}$$

τελικά

$$y_1 = 0.5 \text{ mm}$$

$$\Delta U = -qE\Delta y = -qE(y_1 - y_{10})$$

$$\Delta U = -2 \cdot 10^{-9}(-6 \cdot 10^6)(0.5 - 1)10^{-3} = -6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Για το αρνητικό σημειακό φορτίο, αρχικά

$$y_{20} = 1 \text{ mm}$$

τελικά

$$y_2 = 1.5 \text{ mm}$$

$$\Delta U = -qE\Delta y = -qE(y_2 - y_{20})$$

$$\Delta U = -(-2 \cdot 10^{-9})(-6 \cdot 10^6)(1.5 - 1)10^{-3} = -6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

(β)

$$W = |F||\Delta y|\cos 0 = |F||\Delta y|$$

Η γωνία είναι μηδενική γιατί η μετατόπιση είναι // με την δύναμη

Θετικό ή αρνητικό φορτίο

$$|F| = |qE| = 2 \cdot 10^{-9} \cdot 6 \cdot 10^6 = 12 \cdot 10^{-3}$$

$$|\Delta y| = 0.5 \cdot 10^{-3}$$

Έτσι

$$W = 12 \cdot 10^{-3} \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Ισχύει και ο γενικός νόμος της μηχανικής

$$W = -\Delta U = -(-6 \cdot 10^{-6}) \text{ J} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

(γ) Παρατηρώ ότι και τα δυο αποτελέσματα είναι ταυτόσημα και μάλιστα και τα δυο είναι αρνητικά. Αυτό είναι συνεπές με αυτά που ξέρω από μηχανική ότι η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας είναι αρνητική όταν η κίνηση είναι αυθόρμητη, δηλαδή κινούμαστε κατά μήκος της δύναμης του πεδίου

Παράδειγμα 4.2.

Είχαμε δει μια φορτισμένη γραμμή πεπερασμένου μήκους με ομοιόμορφο φορτίο Q εκτείνεται στον άξονα x από το $x = a$ έως το $x = b$ και βρήκαμε το ηλεκτρικό πεδίο στην αρχή των αξόνων ίσο με:

$$E_0 = \frac{kQ}{ab}$$

Να βρεθούν (α) το πεδίο $E(x)$ σε σημείο P με τυχαία συντεταγμένη $x < a$ και (β) η δυναμική ενέργεια ενός υποθετικού δοκιμαστικού φορτίου q όταν αυτό τοποθετηθεί στο παραπάνω σημείο P. Πάρτε ως σημείο αναφοράς την αρχή των αξόνων