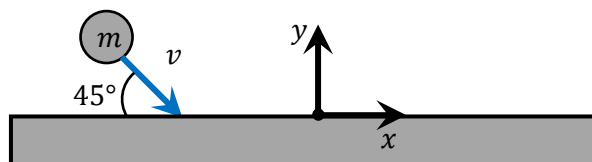


Πρόοδος Β Τρίτη 16/12 - Ομάδα 1 ώρα 3-4 μμ ΧΜ4

Μεταλλική σφαίρα μάζας $m = \sqrt{2} \text{ kg}$ και αμελητέας ακτίνας προσπίπτει κατά τη χρονική στιγμή $t = 0$ με ταχύτητα $v = 4 \text{ m/s}$ και γωνία $\theta = 45^\circ$ σε επίπεδη επιφάνεια από πολυμερές, όπως στο παρακάτω σχήμα, και αναπηδάει αφού η επαφή της με την επιφάνεια διαρκέσει χρόνο $t_0 = 2 \text{ s}$. Το υλικό της σφαίρας σε σχέση με το πολυμερές, έχει έναν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0.25$. Πειραματικώς βρίσκεται ότι η κάθετη αντίδραση που δέχεται η σφαίρα από την επιφάνεια κατά τη διάρκεια της επαφής είναι ίση με

$$\vec{N} = -At(t - t_0)\vec{e}_y$$

όπου $A = 6 \text{ N/s}^2$. Με τη βοήθεια του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα, να βρεθεί η τελική γωνία της ταχύτητας της σφαίρας ως προς τον άξονα x κατά τη στιγμή $t = t_0$. Δεν υπάρχει βαρύτητα στο σχήμα.



Λύση:

Αναλύουμε την ταχύτητα σε x και y συνιστώσες

$$v_x(0) = v \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} v$$

$$v_y(0) = -v \sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} v$$

Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα y έχουμε

$$ma_y = F_y = -At(t - t_0)$$

Ολοκληρώνουμε

$$m \int a_y dt = \int F_y dt$$

$$mv_y = -A \int t(t - t_0) dt = -A \left(\frac{t^3}{3} - t_0 \frac{t^2}{2} \right) + c$$

Προφανώς η σταθερά ολοκλήρωσης c είναι η x -συνιστώσα της ορμής στο $t = 0$ και έτσι

$$mv_y = -A \left(\frac{t^3}{3} - t_0 \frac{t^2}{2} \right) + mv_y(0)$$

Κατά τη στιγμή $t = t_0$ έχουμε

$$mv_y(t_0) = A \frac{t_0^3}{6} - \frac{\sqrt{2}}{2} mv$$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα παίρνουμε το αποτέλεσμα

$$v_y(t_0) = A \frac{t_0^3}{6m} - \frac{\sqrt{2}}{2} v = 2\sqrt{2} = 2.83 \text{ m/s}$$

Λόγω του συντελεστή τριβής ολίσθησης, η σφαίρα δέχεται και οριζόντια δύναμη της τριβής T η οποία κατά τα γνωστά είναι ίση με

$$F_x = -T = -\mu N = -0.25N$$

δηλαδή το $-1/4$ της κάθετης αντίδρασης N και άρα και η αντίστοιχη ολοκλήρωση κατά τον άξονα x θα είναι το $-1/4$ της ολοκλήρωσης κατά τον άξονα y . Έτσι

$$mv_x = \frac{1}{4} A \left(\frac{t^3}{3} - t_0 \frac{t^2}{2} \right) + mv_x(0)$$

Κατά τη στιγμή $t = t_0$ έχουμε

$$v_x(t_0) = -A \frac{t_0^3}{24m} + \frac{\sqrt{2}}{2} v$$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα παίρνουμε το αποτέλεσμα

$$v_x(t_0) = \sqrt{2} = 1.41 \text{ m/s}$$

Έτσι η τελική γωνία της ταχύτητας θα δίνεται από την

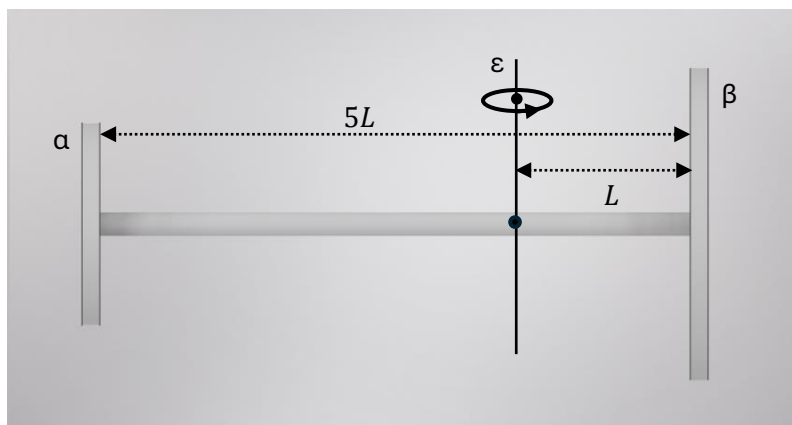
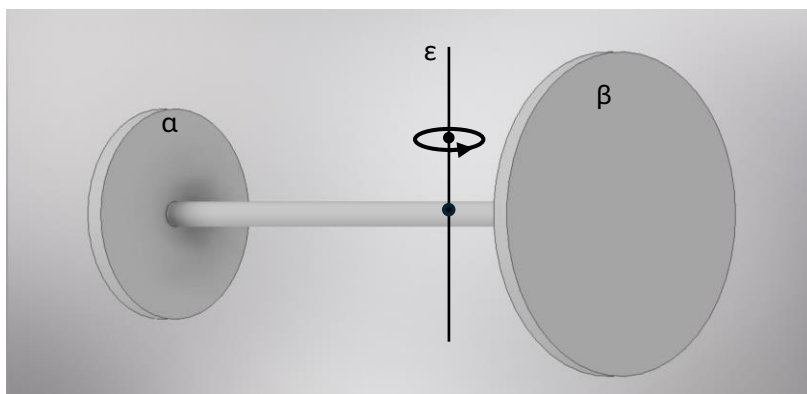
$$\tan \theta' = \frac{v_y(t_0)}{v_x(t_0)} = 2$$

ή

$$\theta = 63.4^\circ$$

Πρόοδος Β Παρασκευή 19/12 - Ομάδα 2 ώρα 11-12 πμ ΧΜ3

Στο παρακάτω σχήμα δυο λεπτοί δίσκοι α και β με ακτίνες r_α, r_β και μάζες m_α, m_β αντίστοιχα, είναι στερεωμένοι σε αβαρή ράβδο και περιστρέφονται γύρω από άξονα ϵ με αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0 . Στο $t = 0$ εφαρμόζεται μια ροπή πέδησης που δίνεται από την έκφραση $\tau = \kappa t$ (αυξάνει γραμμικά με το χρόνο) όπου κ μια σταθερά. Να βρεθεί σε πόσο χρόνο η αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0 του συστήματος αυτού θα πέσει στο $1/3$. Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει των δεδομένων $r_\alpha, r_\beta, m_\alpha, m_\beta, \omega_0, \kappa$ και L (στο σχήμα)



Λύση:

Επειδή ο άξονας ϵ δεν περνά από τον άξονα περιστροφής

$$I_a = \frac{1}{4} m_a r_a^2 + m_a (4L)^2$$

$$I_\beta = \frac{1}{4} m_\beta r_\beta^2 + m_\beta L^2$$

$$I = I_a + I_\beta$$

$$-\kappa t = I \alpha_r$$

$$\alpha_r = -\frac{\kappa}{I} t$$

$$\omega = \int \alpha_r dt = -\frac{\kappa}{I} \int t dt = -\frac{\kappa}{2I} t^2 + c$$

$$\omega = \omega_0 - \frac{\kappa}{2I} t^2$$

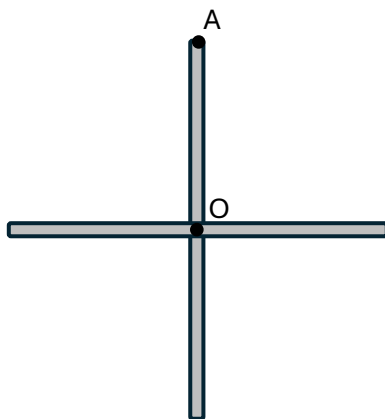
$$\frac{\omega_0}{3} = \omega_0 - \frac{\kappa}{2I} t^2$$

$$\frac{2\omega_0}{3} = \frac{\kappa}{2I} t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{4I\omega_0}{3\kappa}} = \sqrt{\frac{4\omega_0}{3\kappa} \left(\frac{1}{4} m_a r_a^2 + m_a (4L)^2 + \frac{1}{4} m_\beta r_\beta^2 + m_\beta L^2 \right)}$$

Πρόοδος Β Παρασκευή 19/12 - Ομάδα 3α ώρα 5-6 μμ ΧΜ3

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ο σκελετός ενός ανεμόμυλου σε σχήμα σταυρού ο οποίος αποτελείται από δυο όμοιες λεπτές ράβδους μήκους l και μάζας m η καθεμία, συγκολλημένες στο κοινό κέντρο τους O ορθογώνια μεταξύ τους. Ο σκελετός αυτός περιστρέφεται στο $t = 0$ με αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0 όταν εφαρμόζεται στο σημείο O μια ροπή πέδησης (φρένο) με μέτρο $\tau = kt^2$, όπου t ο χρόνος και k μια σταθερά. (α) Να βρεθεί ο χρόνος που απαιτείται για να έρθει το σύστημα σε πλήρη ηρεμία. (β) Να βρεθεί ο αριθμός των περιστροφών μέσα σε αυτόν τον χρόνο. Να αγνοηθεί η βαρύτητα η οποία έτσι και αλλιώς αναιρείται από τις δυνάμεις στήριξης στο σημείο O .



Λύση:

(α) Σε τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας I πρέπει να σκεφτούμε ότι έχουμε δυο ράβδους μάζας m και μήκους l οι οποίες περιστρέφονται γύρω από το κέντρο μάζας τους και επομένως

$$I = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{12}ml^2 = \frac{1}{6}ml^2$$

Με την εφαρμογή της πέδησης, εμφανίζεται ροπή τ στο σύστημα και σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στην περιστροφή ισχύει ότι

$$-\tau = I\alpha$$

όπου α η γωνιακή επιτάχυνση του συσσωματώματος και το αρνητικό πρόσημο χρησιμοποιήθηκε επειδή πρόκειται για ροπή επιβράδυνσης. Αντικαθιστώντας

$$-kt^2 = \frac{1}{6}ml^2\alpha$$

ή

$$\alpha = -\frac{6k}{ml^2}t^2$$

Αυτή είναι μια μη σταθερή επιτάχυνση και επομένως για να βρούμε την γωνιακή ταχύτητα σε κάθε χρονική στιγμή t , πρέπει να την ολοκληρώσουμε

$$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt = \omega_0 - \frac{2k}{ml^2} t^3$$

Στην πλήρη ηρεμία $\omega = 0$ και έστω t_π ο χρόνος πέδησης, έτσι

$$\frac{2k}{ml^2} t^3 = \omega_0$$

από όπου παίρνουμε

$$t_\pi = \sqrt[3]{\frac{\omega_0 ml^2}{2k}}$$

(β) Με ολοκλήρωση του ω παίρνουμε για την γωνία περιστροφής

$$\theta = \int_0^t \omega dt = \theta_0 + \omega_0 t - \frac{k}{2ml^2} t^4 = \theta_0 + t \left(\omega_0 - \frac{k}{2ml^2} t^3 \right)$$

Για ευκολία επιλέγουμε $\theta_0 = 0$. Αντικαθιστούμε το t_π που βρήκαμε και έχουμε

$$\theta_\pi = \sqrt[3]{\frac{\omega_0 ml^2}{2k}} \left(\omega_0 - \frac{k}{2ml^2} \frac{\omega_0 ml^2}{2k} \right)$$

$$\theta_\pi = \frac{3\omega_0}{4} \sqrt[3]{\frac{\omega_0 ml^2}{2k}}$$

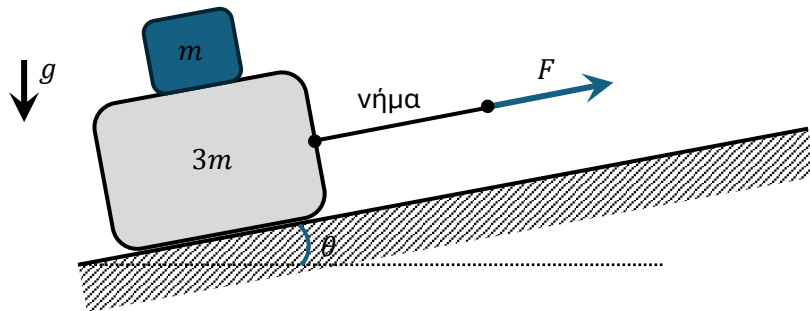
Αφού μια γωνία 2π αντιστοιχεί σε ένα κύκλο, τότε η ποσότητα

$$n_\pi = \frac{\theta_\pi}{2\pi} = \frac{3\omega_0}{8\pi} \sqrt[3]{\frac{\omega_0 ml^2}{2k}}$$

είναι ο αριθμός των περιστροφών μέσα στον χρόνο t_π .

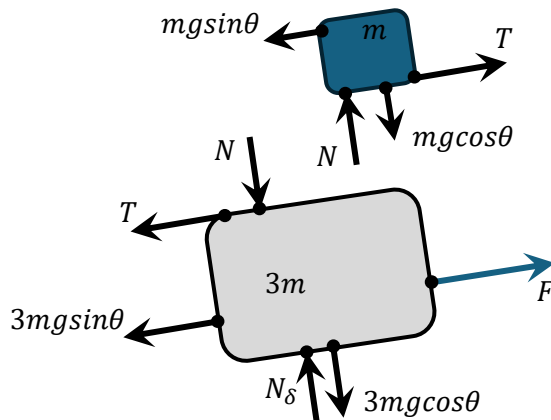
Πρόδος Β Δευτέρα 22/12 - Ομάδα 4α ώρα 8-9 πμ ΧΜ5

Μια δύναμη F δρα μέσω ενός ιδανικού νήματος σε σώμα μάζας $3m$ το οποίο ολισθαίνει επάνω σε λείο κεκλιμένο δάπεδο και πάνω στο οποίο έχει τοποθετηθεί δεύτερο σώμα μάζας m . Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των δυο μαζών είναι μ_s ενώ αυτή της ολίσθησης ίση με $\mu < \mu_s$. Το μέτρο της δύναμης δίνεται από την έκφραση $F = F_0 + kt$ όπου F_0 και k θετικές σταθερές και t ο χρόνος. Εάν αρχικά στο $t = 0$ το όλο σύστημα ισορροπεί σε ακινησία, (α) Να βρεθεί η σταθερά F_0 και (β) να σχεδιάσετε σε μια γραφική παράσταση το μέτρο της τριβής T μεταξύ των δυο σωμάτων σαν συνάρτηση του t , μέχρι την στιγμή που οριακά τα δυο σώματα ολισθαίνουν μεταξύ τους. Πάρτε $g = 10 \text{ m/s}^2$ για ευκολία!



Λύση:

(α) Οι δυνάμεις που δρουν στα δυο σώματα φαίνονται στο παρακάτω σχήμα και είναι εκτός από την F και την κάθετη αντίδραση N_δ από το δάπεδο που δρουν στο κάτω σώμα, οι συνιστώσες του βάρους, η δύναμη τριβής T και η κάθετη αντίδραση N μεταξύ των δυο σωμάτων.



Αρχικά στο $t = 0$ όλο σύστημα ισορροπεί οπότε στο πάνω σώμα $T = mgsin\theta$ ενώ στο κάτω

$$F = T + 3mgsin\theta$$

ή

$$F_0 = mgsin\theta + 3mgsin\theta = 4mgsin\theta$$

(β) Αρχικά μεταξύ των σωμάτων η τριβή είναι στατική και όσο δεν επέρχεται ολίσθηση οι δυο μάζες δρουν ως ένα ενιαίο συσσωμάτωμα μάζας $M = m + 3m = 4m$, στο οποίο δρα μόνο η δύναμη F μείον η συνιστώσα του βάρους $4mgsin\theta$ και έτσι αυτό έχει επιτάχυνση που δίνεται από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα ως

$$a = \frac{F}{M} = \frac{F - 4mg\sin\theta}{4m} = \frac{F}{4m} - g\sin\theta$$

Έτσι για χρόνους $t > 0$ η εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα στο πάνω σώμα μας δίνει

$$T - mg\sin\theta = ma = \frac{F}{4} - mg\sin\theta$$

ή

$$T = \frac{F}{4} = \frac{F_0}{4} + \frac{\kappa}{4}t = mg\sin\theta + \frac{\kappa}{4}t$$

που είναι σταθερά. Αυτό γίνεται μέχρι την οριακή περίπτωση όπου η στατική τριβή πιάνει την μέγιστη τιμή της

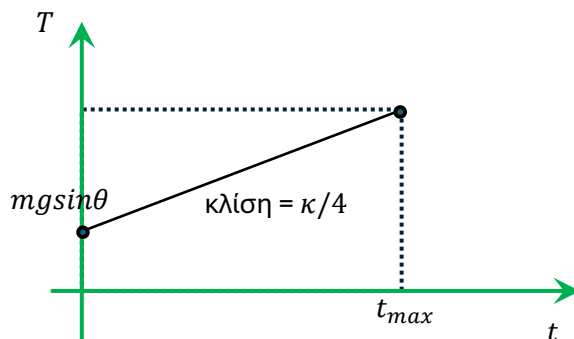
$$T_{max} = \mu_s N$$

όπου N η κάθετη δύναμη που δρα μεταξύ των μαζών. Από κατακόρυφη ισορροπία στην μάζα m έχουμε $N = mg\cos\theta$ οπότε

$$T_{max} = \mu_s mg\cos\theta$$

$$mg\sin\theta + \frac{\kappa}{4}t_{max} = \mu_s mg\cos\theta$$

$$t_{max} = \frac{4}{\kappa}mg(\mu_s\cos\theta - \sin\theta)$$



Πρόοδος Β Δευτέρα 22/12 - Ομάδα 5 ώρα 11-12 πμ ΧΜ6

Η συνάρτηση της δυναμικής ενέργειας μιας συντηρητικής δύναμης που δρα σε μια σημειακή μάζα $m = 2 \text{ kg}$ η οποία κινείται στη μία διάσταση, δίνεται από την έκφραση

$$U(x) = A + Bx(x - 2)$$

όπου $A = 100 \text{ J}$ και $B = 0.4 \text{ J/m}^2$ σταθερές και x η απόσταση του κινητού από κάποια αρχή σε m . Εάν η μηχανική ενέργεια της m είναι ίση $E = 100 \text{ J}$, απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα.

(α) Να γίνει η γραφική παράσταση της $U(x)$ και πάνω σε αυτήν να απαντηθούν και τα υπόλοιπα ερωτήματα.

(β) Μέσα σε ποιο διάστημα η μάζα m είναι περιορισμένη να κινείται; Περιγράψτε ποιοτικά την κίνηση της μάζας

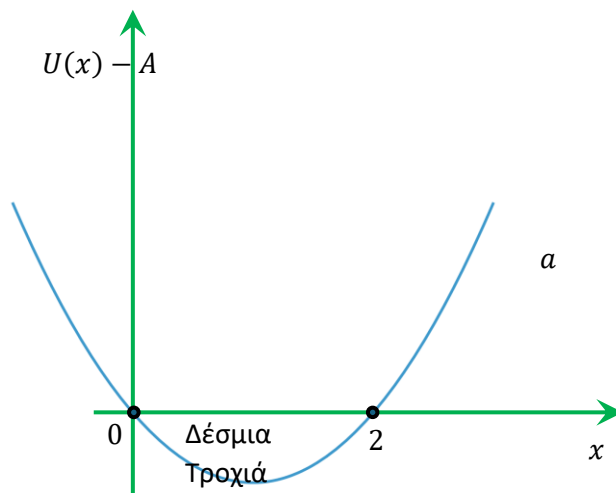
(γ) Ποια είναι τα σημεία αναστροφής της κίνησης, εάν υπάρχουν;

(δ) Πόση είναι η δύναμη στα σημεία όπου μηδενίζεται η ταχύτητα (μέτρο και φορά);

(ε) Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του κινητού

Λύση:

(α) Η δεδομένη είναι κλασσική δευτεροβάθμια και είναι ευκολότερο να γίνει η γραφική παράσταση της $U(x) - A = Bx(x - 2)$ αφού έτσι και αλλιώς οι σταθερές δεν παίζουν κανένα ρόλο στην δυναμική ενέργεια. Έχουμε:



(β) Κίνηση $U(x) \leq E$

$$100 + \frac{4}{10}x(x - 2) \leq 100$$

$$x(x - 2) \leq 0$$

$$x^2 \leq 2x$$

Διαιρώ με x αλλά προσοχή στις ανισώσεις, εάν $x < 0$ αλλάζει φορά. Έτσι παίρνουμε περιπτώσεις:

Εάν $x \geq 0$

$$x \leq 2$$

Εάν $x < 0$

$$x > 2$$

άτοπο, οπότε ισχύει μόνο το $x \geq 0$ και $x \leq 2$ οπότε $x \in [0, 2]$, δέσμια τροχιά

(γ) Τα σημεία αναστροφής είναι εκεί όπου $U(x) = E$, ή στα μηδενικά στην παραπάνω γραφική, $x = 0$ και $x = 2$,

(δ) Εξ ορισμού η δύναμη δίνεται από την παρακάτω έκφραση:

$$F = -\frac{dU}{dx} = -\frac{2}{10} \frac{d}{dx}(x^2 - 2x) = -\frac{4}{10}(2x - 2) = -\frac{8}{10}(x - 1)$$

Στο $x = 0$ έχουμε $F = 8/10$, ενώ στο $x = 2$ έχουμε $F = -8/10$

(ε) Μέγιστη ταχύτητα, λόγω συμμετρίας η U παρουσιάζει ελάχιστο στο $x = 1$, έτσι από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας, εκεί μεγιστοποιείται η κινητική ενέργεια:

$$\frac{1}{2}mv^2 + U(1) = E$$

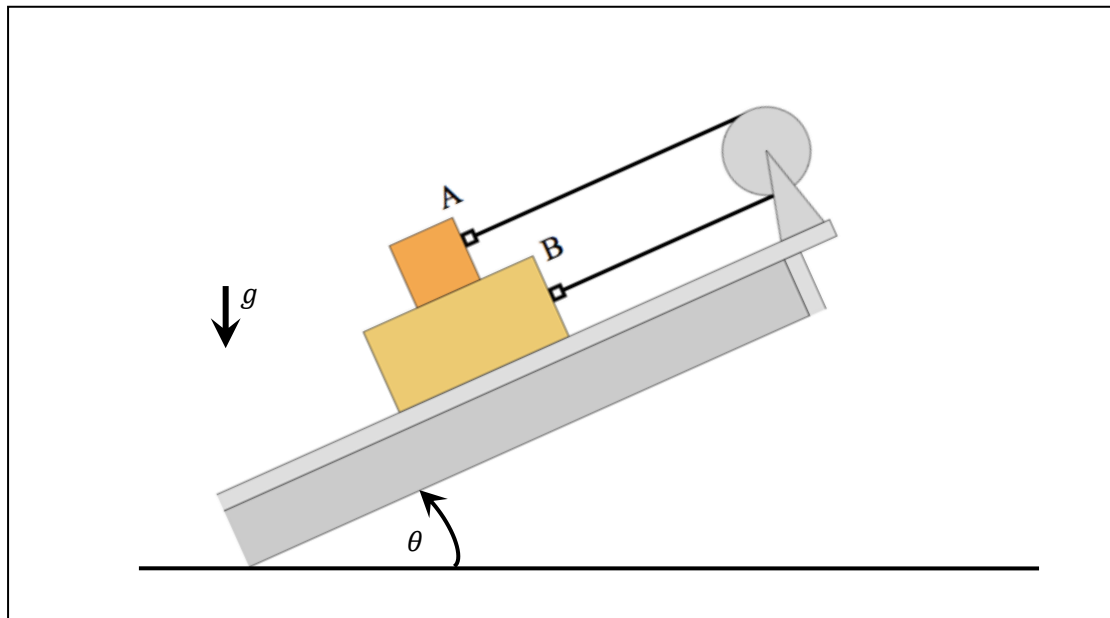
$$\frac{1}{2}mv^2 + 100 + \frac{4}{10}1(-1) = 100$$

$$\frac{1}{2}2v^2 = \frac{4}{100}$$

$$v = 0.2$$

Πρόοδος Β Δευτέρα 22/12 - Ομάδα 6 ώρα 12-1 μμ ΧΜ6

Στο παρακάτω σχήμα οι μάζες $m_B > m_A$ συνδέονται με ιδανικό νήμα και ιδανική τροχαλία. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ είναι ο ίδιος για όλες τις επιφάνειες. Να βρεθεί η επιτάχυνση του κιβωτίου Β εάν αυτό ολισθαίνει προς τα κάτω. Πάρτε $g = 10 \text{ m/s}^2$ για ευκολία!



Λύση:

Δυνάμεις σε κάθε σώμα

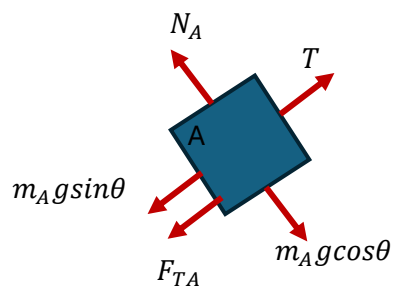
Πάνω σώμα A:

T : τάση του νήματος

F_{TA} : Τριβή από το κάτω σώμα

N_A : κάθετος αντίδραση από το κάτω

Συνιστώσες του βάρους



Κάτω σώμα B:

T : τάση του νήματος

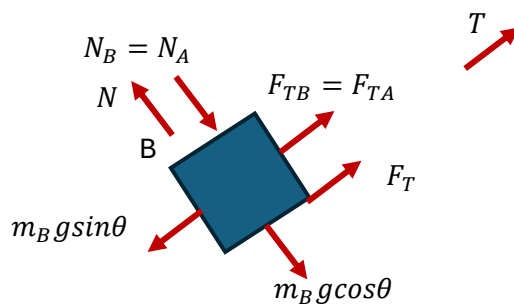
F_{TB} : Τριβή από το πάνω σώμα

N_B : Κάθετος αντίδραση από το πάνω

F_T : Τριβή από δάπεδο

N : Κάθετος αντίδραση από δάπεδο

Συνιστώσες του βάρους



Δράση – αντίδραση:

$$N_A = N_B$$

Κάθετη ισορροπία, πάνω σώμα Α

$$N_A = m_A g \cos \theta$$

Κάθετη ισορροπία, κάτω σώμα Β

$$N_B + m_B g \cos \theta = N$$

ή (χρησιμοποιώντας $N_B = N_A = m_A g \cos \theta$)

$$N = (m_A + m_B) g \cos \theta$$

Τριβή ολίσθησης

$$F_{TA} = \mu N_A = \mu m_A g \cos \theta$$

$$F_{TB} = \mu N_B = \mu m_A g \cos \theta$$

(ίσες, δεν είναι λάθος, δράση αντίδραση, +1 δώρο εάν το σχολιάσει κάποιος)

$$F_T = \mu N = \mu (m_A + m_B) g \cos \theta$$

Νήμα ιδανικό, μη εκτατό, τα άκρα του ίδια ταχύτητα (κατά μέτρο, φορά παίρνω αυτή του νήματος ως θετική) => ίδια επιτάχυνση a

Νόμος 2^{ος} Νεύτωνα, Σώμα Α

$$T - m_A g \sin \theta - F_{TA} = m_A a$$

(1)

Νόμος 2^{ος} Νεύτωνα, Σώμα Β

$$m_B g \sin \theta - T - F_{TB} - F_T = m_B a$$

(2)

Προσθέτω (1) και (2) για να απαλειφθεί η T αλλά και οι $F_{TA} - F_{TB}$, και λύνω ως προς a ,

$$(m_A + m_B)a = (m_B - m_A)g \sin \theta - \mu(3m_A + m_B)g \cos \theta$$

ή

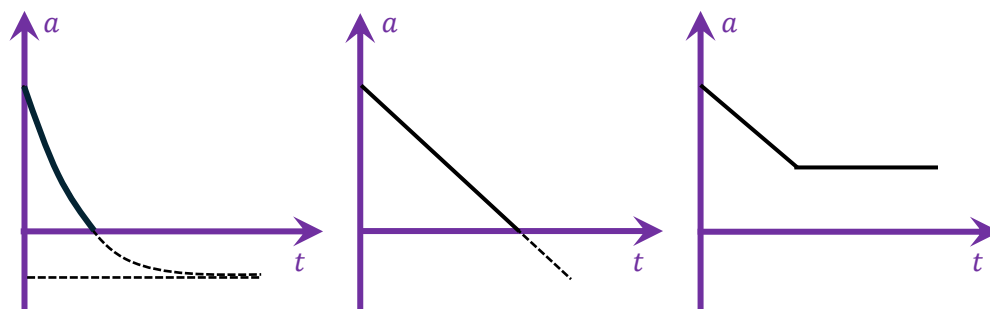
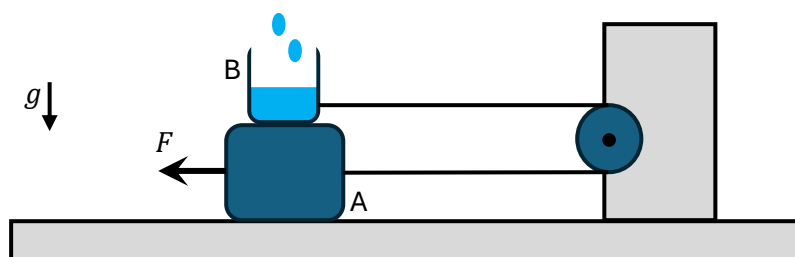
$$a = \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} g \sin \theta - \mu \frac{3m_A + m_B}{m_A + m_B} g \cos \theta$$

Πρόοδος Β Δευτέρα 22/12 - Ομάδα 5α ώρα 1-2 μμ ΧΜ6

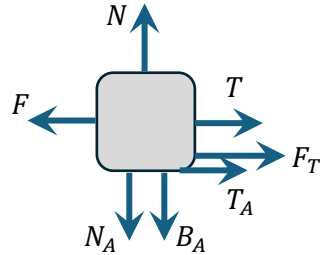
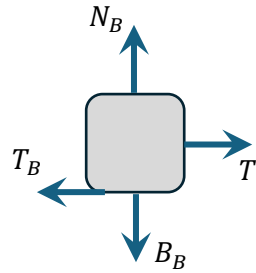
Στο παρακάτω σχήμα μια σταθερή δύναμη $F = 6 \text{ N}$ εφαρμόζεται στο κιβώτιο Α μάζας $M = 2 \text{ kg}$, στην πάνω μεριά του οποίου έχει τοποθετηθεί ένα δοχείο Β που γεμίζει με νερό με σταθερό ρυθμό ώστε η μάζα του να δίνεται από τη σχέση $m = \kappa t$, όπου $\kappa = 0.25 \text{ kg/s}$ θετική σταθερά και t ο χρόνος. Εκτός από την μεταξύ τους επαφή, τα δυο σώματα συνδέονται μέσω ιδανικής τροχαλίας με νήμα ούτως ώστε να κινούνται αντίθετα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu = 0.25$ είναι ο ίδιος για όλες τις επιφάνειες, τόσο μεταξύ των Α και Β όσο και μεταξύ του Α και του δαπέδου. Να βρεθεί η κοινή επιτάχυνση των δυο κιβωτίων σαν

συνάρτηση του t και να επιλεγεί μια από τις παρακάτω τρεις γραφικές παραστάσεις για αυτήν. Επάνω σε αυτήν που θα διαλέξετε, πρέπει να αναγράψετε κάποιες σημαντικές τιμές. Πάρτε $g = 10 \text{ m/s}^2$ για ευκολία. Σημείωση, στα Μαθηματικά ένα κλάσμα της παρακάτω μορφής μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής:

$$\frac{x+a}{x+b} = \frac{x+b-b+a}{x+b} = 1 + \frac{a-b}{x+b}$$



Λύση: Το διάγραμμα ελευθέρων σωμάτων φαίνεται στο παρακάτω σχήμα όπου T είναι η τάση του νήματος, T_A και T_B το ζεύγος δράσης-αντίδραση της τριβής μεταξύ των δυο σωμάτων και N_A και N_B το αντίστοιχο ζεύγος δράσης-αντίδρασης των κάθετων αντιδράσεων, F_T η δύναμη τριβής και N η αντίστοιχη κάθετη αντίδραση από το δάπεδο στο A, και B_A και B_B τα βάρη των δυο σωμάτων αντίστοιχα



Από δράση-αντίδραση έχουμε

$$N_A = N_B$$

$$T_A = T_B$$

Από τον συντελεστή τριβής έχουμε

$$T_A = \mu N_A$$

$$T_B = \mu N_B$$

$$F_T = \mu N$$

Κατακόρυφη ισορροπία σώμα B

$$N_B = B_B = mg$$

Κατακόρυφη ισορροπία σώμα A

$$N = N_A + B_A = (m + M)g$$

Νήμα ιδανικό, μη εκτατό, τα άκρα του ίδια ταχύτητα (κατά μέτρο, φορά παίρνω αυτή του νήματος ως θετική) => ίδια επιτάχυνση a ,

2ος νόμος του Νεύτωνα για το σώμα B

$$T - T_B = ma$$

2ος νόμος του Νεύτωνα για το σώμα A

$$F - T_A - F_T - T = Ma$$

Προσθέτω για να απαλείψω την T

$$F - T_A - T_B - F_T = (m + M)a$$

Χρησιμοποιώ όλες τις παραπάνω

$$F - \mu(N_A + N_B) - \mu N = (m + M)a$$

$$F - 2\mu mg - \mu(m + M)g = (m + M)a$$

$$F - \mu(3m + M)g = (m + M)a$$

Οπότε τελικά

$$a = \frac{F}{m + M} - \mu \frac{3m + M}{m + M} g$$

$$a = \frac{F}{\kappa t + M} - \mu \frac{3\kappa t + M}{\kappa t + M} g$$

Από την δεδομένη Μαθηματική σχέση

$$a = \frac{F}{\kappa t + M} - \mu \frac{3\kappa t + 3M}{\kappa t + M} g + \mu \frac{2M}{\kappa t + M} g$$

$$a = \frac{1}{\kappa t + M} (F + 2\mu M g) - 3\mu$$

$$a = \frac{1}{0.25t + 2} 16 - 3/4$$

Επιλέγουμε την πρώτη γραφική (υπερβολή), στο $t = 0$ έχουμε $a(0) = 8 - 3/4 = 7.25$ και για $t \rightarrow \infty$ έχουμε ασύμπτωτο το $-3/4$. Μηδενισμό της a έχουμε όταν

$$\frac{1}{0.25t + 2} 16 = \frac{3}{4}$$

$$0.25t = \frac{4 \cdot 16 - 6}{3} = \frac{58}{3}$$

$$t = \frac{232}{3} \approx 77 \text{ s}$$

