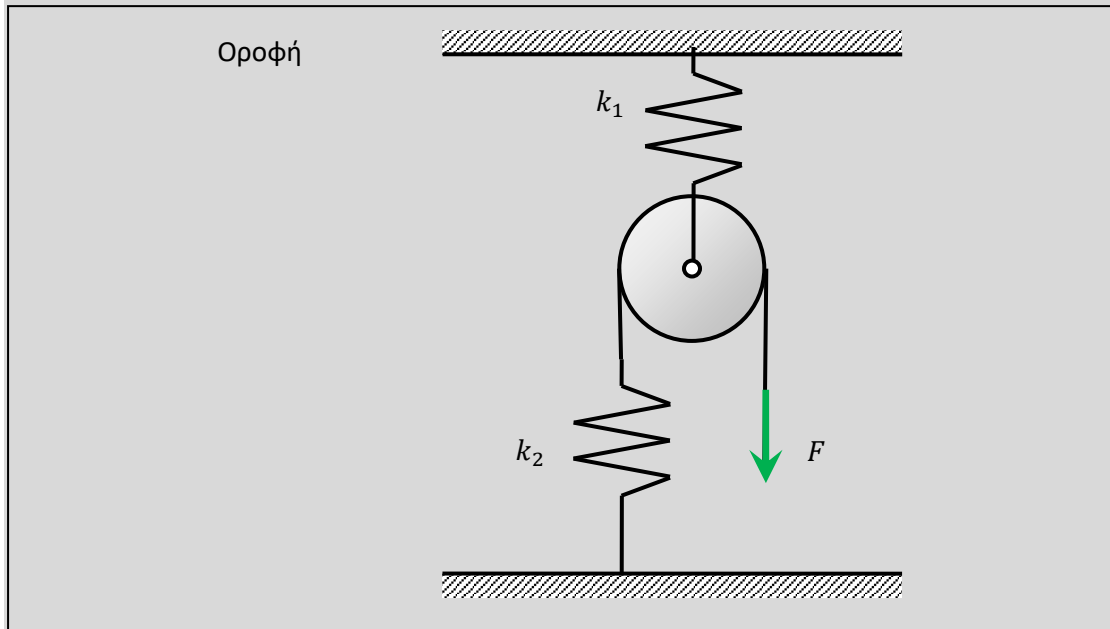


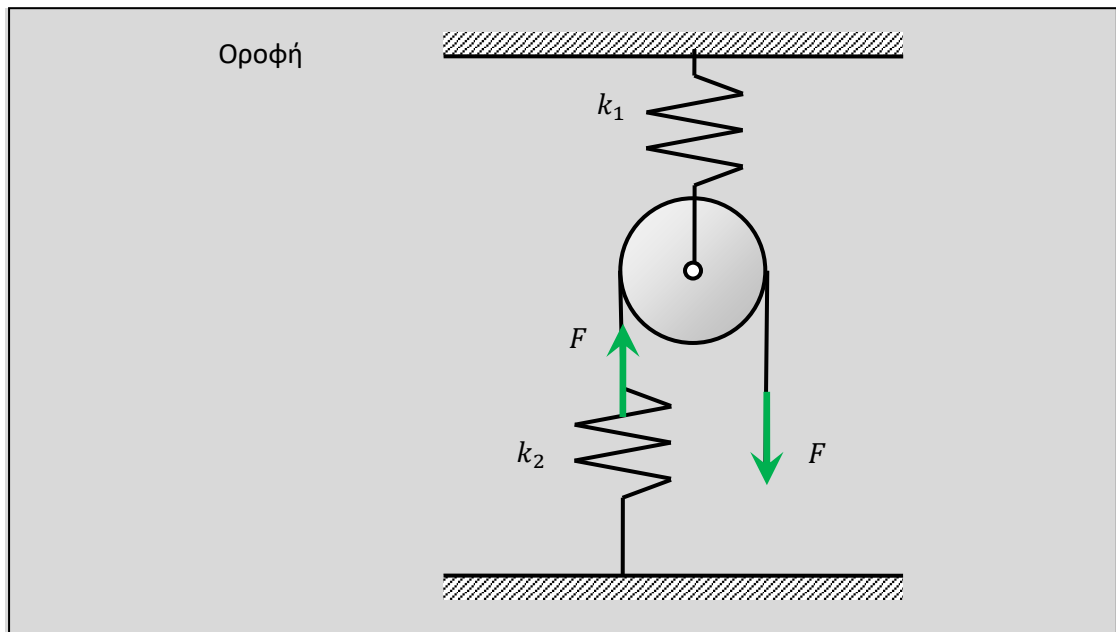
Παράδειγμα 3.9

Στο παρακάτω σχήμα, η τροχαλία είναι ιδανική και μια δύναμη $F = 160\text{ N}$ εφαρμόζεται στη δεξιά πλευρά της. Εάν οι σταθερές ελατηρίου είναι $k_1 = 550\text{ N/m}$ και $k_2 = 200\text{ N/m}$ και το όλο σύστημα ισορροπεί, να βρεθούν τα εξής: (α) Η δύναμη που ασκείται στο κάτω ελατήριο (β) Η παραμόρφωση x_2 του ελατηρίου αυτού.



Λύση:

(α) Αφού η τροχαλία είναι ιδανική οπότε και το νήμα είναι ιδανικό και άρα οι δυνάμεις στα άκρα του είναι ίσες που σημαίνει ότι ιδανική τροχαλία απλά μεταφέρει μια δύναμη και της αλλάζει διεύθυνση αλλά όχι μέτρο



Στο ελατήριο στα αριστερά κάτω ασκείται η ίδια δύναμη F με την εξωτερική

(β) Από το νόμο του ελατηρίου

$$x_2 = \frac{F_2}{k_2} = \frac{160}{200} = 0.8 \text{ m}$$

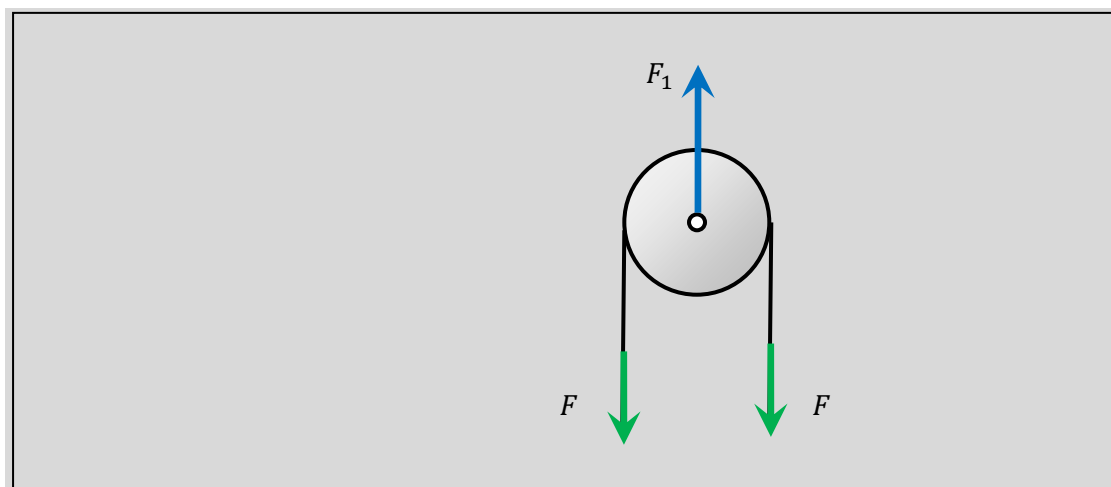
Παράδειγμα 3.10

Στο προηγούμενο παράδειγμα να βρεθεί (α) η δύναμη που ασκείται στο πάνω ελατήριο, (β) Η παραμόρφωση x_1 του ελατηρίου αυτού και (γ) πόσο μήκος ξετυλίχθηκε από το νήμα λόγω εφαρμογή της δύναμης;

Λύση:

(α) Είδαμε ότι στα άκρα του νήματος δρουν με 2 ίσες και αντίθετες δυνάμεις F Άρα η πάνω δύναμη πρέπει να ισορροπεί αυτές τις δυο, επομένως

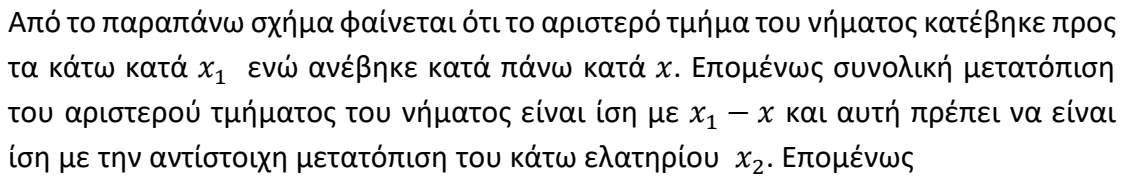
$$F_1 = 2F$$



(β) Η F_1 είναι η δύναμη που ασκείται από το πάνω ελατήριο στην τροχαλία για να μην φύγει αυτή προς τα κάτω και λόγω δράσης αντίδρασης μια δύναμη ίσου μέτρου εφαρμόζεται και στο πάνω ελατήριο. Επομένως η παραμόρφωση αυτού του ελατηρίου είναι ίση με

$$x_1 = \frac{F_1}{k_1} = \frac{2F}{k_1} = \frac{320}{550} = 0.58 \text{ m}$$

Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα η τροχαλία κάνει σύνθεση δυο κινήσεων, μια μετακίνηση προς τα κάτω και μια περιστροφή. Ξετύλιγμα νήματος έχω μόνο κατά την περιστροφή και έστω ότι το αντίστοιχο μήκος είναι x το οποίο είναι αυτο που ψάχνω.



$$x = x_1 - x_2 = 0.58 - 0.80 = -0.22 \text{ m}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 (εκτός ύλης 1^{ης} προόδου, εντός στην 2^η)

$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$	2 ^{0Σ} ΝΟΜΟΣ ΝΕΥΤΩΝΑ	(4.1)
------------------------------	----------------------------------	-------

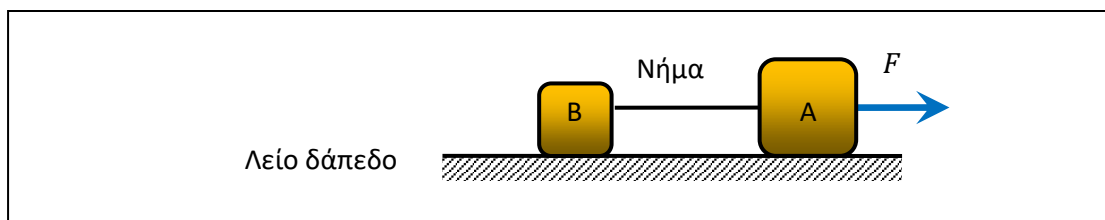
1. Αυτός είναι ένας διανυσματικός νόμος και καμιά φορά βολεύει καλύτερα να τον χωρίσουμε σε συνιστώσες σε 2 εξισώσεις

$$\Sigma F_y = ma_y$$

2. Η φορά της $\vec{a}$ είναι ταυτόσημη με αυτή της $\Sigma \vec{F}$

Παράδειγμα 4.2

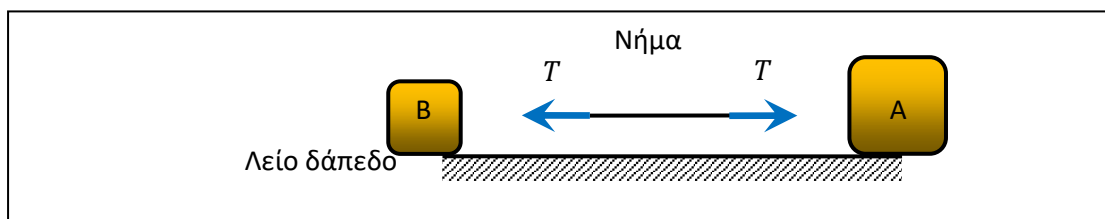
Στο παρακάτω σχήμα μια δύναμη $F = 200\text{ N}$ εφαρμόζεται στη μια πλευρά του κιβωτίου A μάζας $m_A = 8\text{ kg}$. Το κιβώτιο B μάζας $m_B = 4\text{ kg}$ συνδέεται με το A με ιδανικό νήμα. Και τα δυο κιβώτια είναι τοποθετημένο σε λείο και οριζόντιο επίπεδο δίχως τριβές. (α) Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του όλου συστήματος. (β) Να σχεδιασθούν όλες οι οριζόντιες δυνάμεις που δρουν στα δυο σώματα και (γ) Να υπολογισθούν όλες οι οριζόντιες δυνάμεις



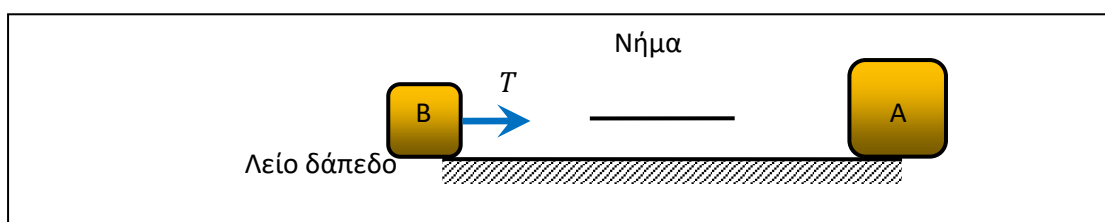
Λύση:

Για να βρούμε τι δυνάμεις ασκείται στο κάθε σημείο σπάμε το σχήμα σε κάθε σώμα ξεχωριστά. Είναι το λεγόμενο διάγραμμα ελευθέρου σώματος

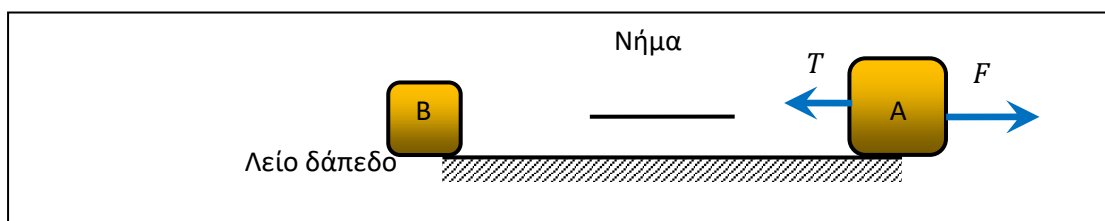
Δυνάμεις στο νήμα: Ιδανικό => Δυο ίσες αντίθετες στα άκρα του, έστω T



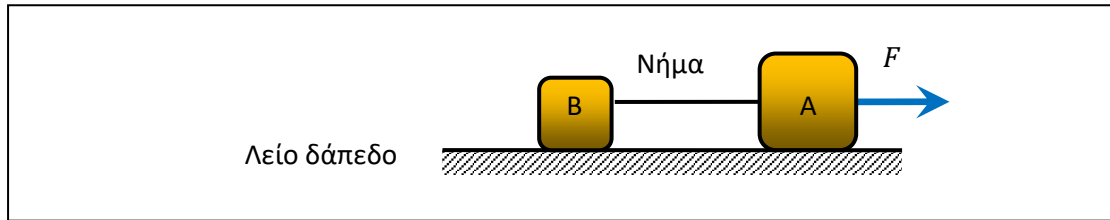
Σώμα B, δράση αντίδραση από το νήμα δέχεται ίση δύναμη T



Σώμα A, εξωτερική δύναμη + δράση – αντίδραση από το νήμα



Για να βρω την επιτάχυνση του συστήματος θεωρώ όλο το σύστημα μαζί ως συσσωμάτωμα



Στο συσσωμάτωμα ασκείται μόνο η εξωτερική δύναμη

$$\Sigma F = F = 200 \text{ N}$$

και όλες οι εσωτερικές δυνάμεις είναι σε μορφή δράσης αντίδρασης και αλληλοαναιρούνται. Επομένως ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα γίνεται

$$F = (m_A + m_B)a$$

άρα

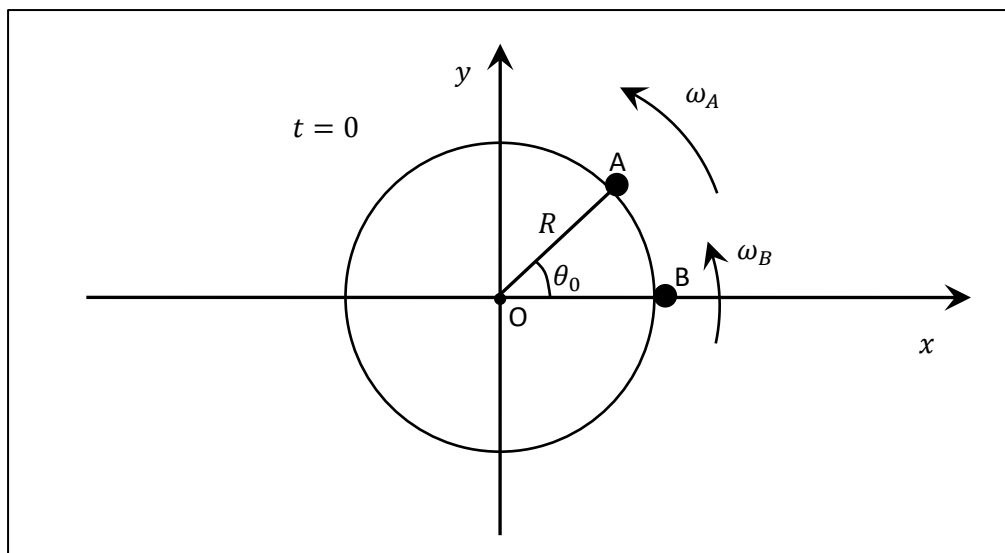
$$a = \frac{200}{4 + 8} = 16.7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Τώρα εστιάζω στο σώμα B και έχω

$$T = m_B a = 4 \times 16.7 = 66.7 \text{ N}$$

Φροντιστήριο, άσκηση στην κυκλική κίνηση

Στο παρακάτω σχήμα δυο σημειακές μάζες Α και Β κινούνται επάνω στον ίδιο κύκλο ακτίνας R με διαφορετικές σταθερές γωνιακές ταχύτητες $\omega_A = 2 \text{ rad/s}$ και $\omega_B = \omega_A/10$. Το σχήμα απεικονίζει την κατάσταση στο $t = 0$ όπου η Β βρίσκεται επάνω στον άξονα x ενώ το Α έχει μια αρχική γωνία $\theta_0 = 1 \text{ rad}$. Όταν οι δυο μάζες θα συναντηθούν, να βρεθεί το διάνυσμα θέσης της Α.



Από τον ορισμό της γωνιακής ταχύτητας

$$\omega_A = \frac{d\theta_A}{dt}$$

$$\omega_B = \frac{d\theta_B}{dt}$$

$$\theta = \int \omega dt$$

Ολοκληρώνουμε (σταθερά ω βγαίνουν εκτός ολοκληρώματος) και έχουμε

$$\theta_A = \omega_A t + \theta_A(0)$$

$$\theta_B = \omega_B t + \theta_B(0)$$

από τις αρχικές συνθήκες

$$\theta_A = \omega_A t + 1$$

$$\theta_B = \omega_B t$$

Όταν συναντηθούν, Επειδή ο Α είναι γρηγορότερος έχει κάνει ένα κύκλο παραπάνω από τον Β

$$\theta_A = \theta_B + 2\pi$$