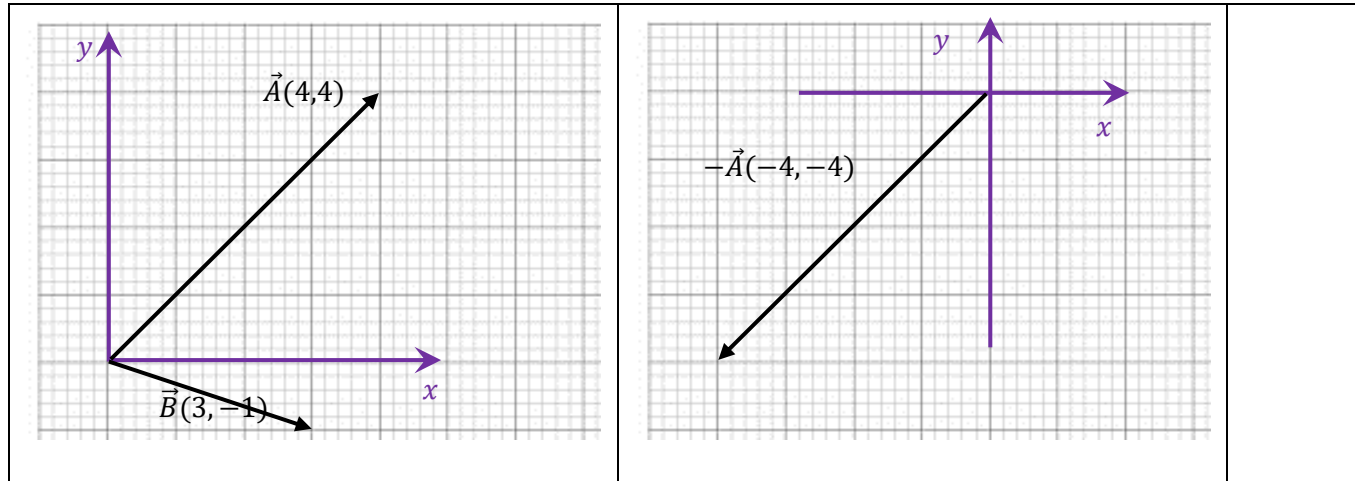


ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ...

Αντίθετο ενός διανύσματος $\vec{A}$ είναι ένα διάνυσμα $-\vec{A}$ του οποίου συνιστώσες είναι αντίθετες με αυτές του αρχικού διανύσματος. Αυτό το διάνυσμα έχει αντίθετη φορά με το αρχικό και ίσο μέτρο με αυτό



Ορισμός της αφαίρεσης διανυσμάτων. Η αφαίρεση διανυσμάτων μπορεί να θεωρηθεί ως πρόσθεση του αντιθέτου δηλαδή

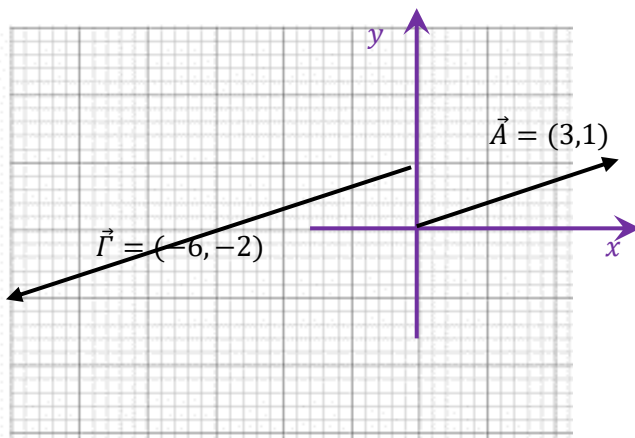
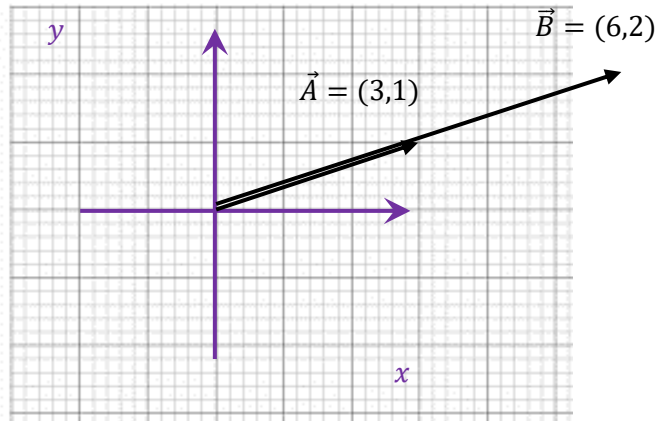
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

Πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα

π.χ. $\vec{B} = 2\vec{A} = 2(3,1) = (6,2)$

$$\vec{C} = -2\vec{A} = -2(3,1) = (-6,-2)$$

Είναι ένα νέο διάνυσμα του οποίου οι συνιστώσες είναι το γινόμενο των αρχικών συνιστωσών με τον αριθμό



Εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

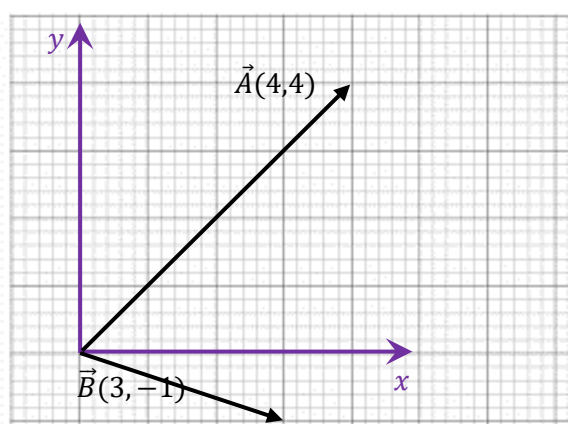
$$\vec{A} \cdot \vec{B}$$

Αριθμός

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \varphi$$

Όπου φ είναι η μεταξύ τους γωνία. Αποδεικνύεται από τα μαθηματικά ότι υπάρχει και εναλλακτική έκφραση συναρτήσει των συνιστωσών των διανυσμάτων

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$$



Παράδειγμα στο παραπάνω σχήμα

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 4 \times 3 + 4(-1) = 8$$

Με τον 1^ο τύπο

$$|\vec{A}| = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} = 5.66$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} = 3.16$$

$$\varphi_1 = \text{atan}\left(\frac{4}{4}\right) = 45^\circ$$

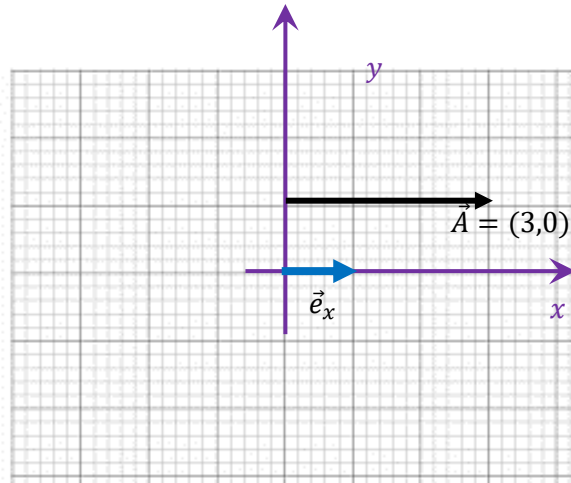
$$\varphi_2 = \text{atan}\left(\frac{-1}{3}\right) = -18.4^\circ$$

Η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων είναι ίση με

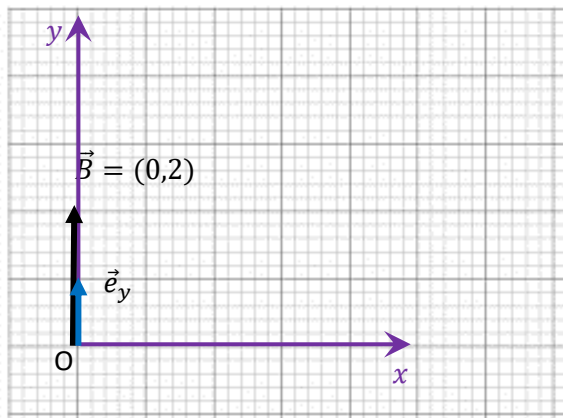
$$\varphi = 45 - (-18.4) = 63.4^\circ$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\varphi = 5.66 \times 3.16 \cos 63.4^\circ = 8.00$$

Μοναδιαία διανύσματα: Είναι τα διανύσματα με μέτρο μονάδα

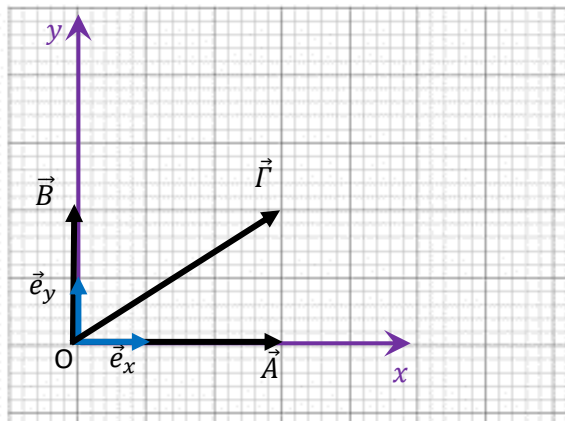


$$\vec{A} = 3\vec{e}_x$$



$$\vec{B} = 2\vec{e}_y$$

Τα μοναδιαία $\vec{e}_x$ και $\vec{e}_y$ αναπαράγουν όλα τα διανύσματα που βρίσκονται στους άξονες x και y . Τι γίνεται με ένα τυχαίο διάνυσμα όπως το $\vec{I}$;



Μπορούμε να αναλύσουμε το $\vec{\Gamma}$ ως άθροισμα 2 διανυσμάτων επάνω στους 2 άξονες ως εξής

$$\vec{\Gamma} = \vec{A} + \vec{B} = 3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y$$

Αυτή είναι η εναλλακτική γραφή του διανύσματος

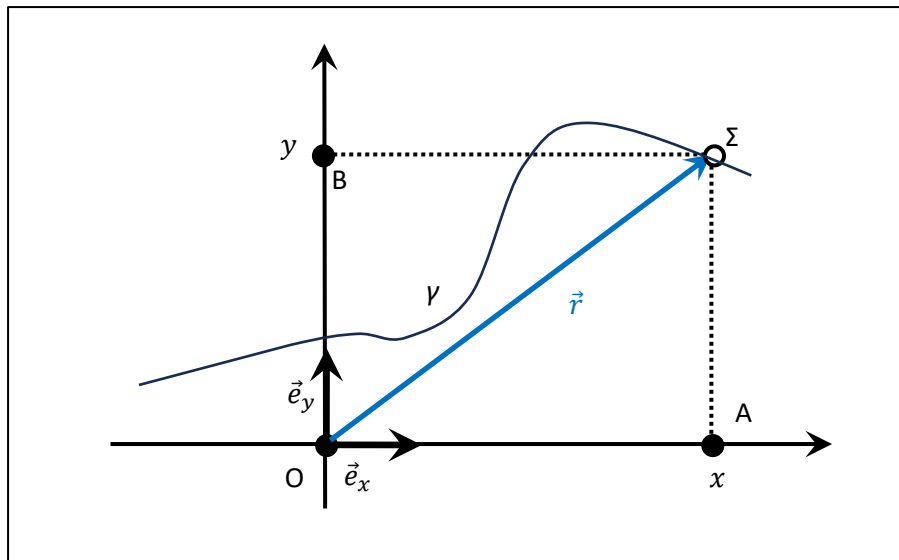
$$\vec{\Gamma} = (3, 2)$$

Οποιοδήποτε διάνυσμα μπορεί να γραφεί ως

$$\vec{\Gamma} = \Gamma_x \vec{e}_x + \Gamma_y \vec{e}_y$$

ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗ ΚΙΝΗΣΗ

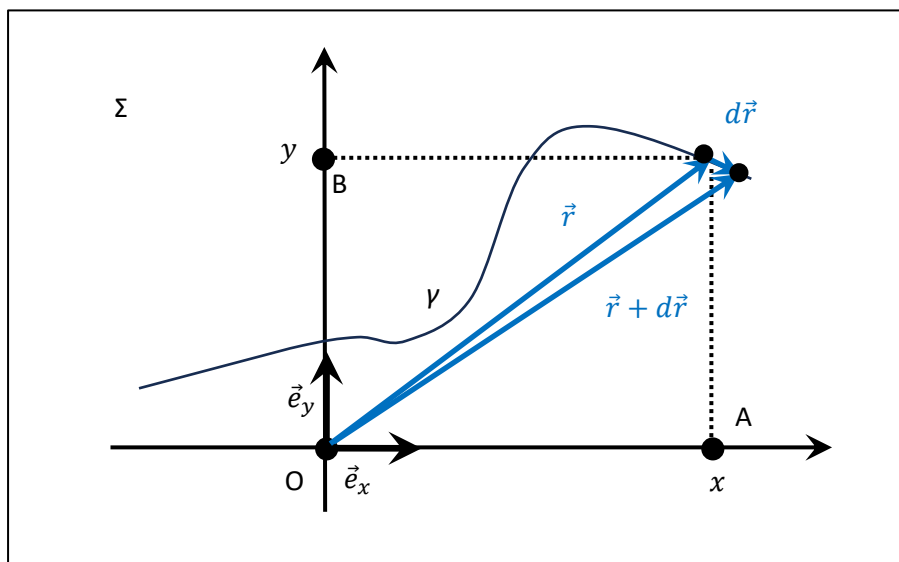
Το κινητό κινείται στις 2 διαστάσεις και εάν σημειώσουμε τη θέση του σε διάφορες χρονικές στιγμές και ενώσουμε αυτό το σύνολο άπειρων σημείων παίρνουμε τη λεγόμενη τροχιά του κινητού (γ)



Έστω το κινητό Σ βρίσκεται κατά τη χρονική στιγμή t στη θέση που φαίνεται στο σχήμα μέσα συντεταγμένες x και y . Το διάνυσμα που ενώνει την αρχή των συντεταγμένων Ο με το κινητό Σ ονομάζεται διάνυσμα θέσης και ισούται με

$$\vec{r} = (x, y) = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$$

Εάν κατά τη χρονική στιγμή t το διάνυσμα θέσης είναι το $\vec{r}$, τότε κατά τη χρονική στιγμή $t + dt$ θα είναι το $\vec{r} + d\vec{r}$



Το διάνυσμα της ταχύτητας ορίζεται ως

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Αφού

$$\vec{r} = (x, y) = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$$

τότε

$$d\vec{r} = (dx, dy) = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y$$

όπου dx και dy είναι οι μεταβολές των συντεταγμένων στη χρονική διάρκεια dt

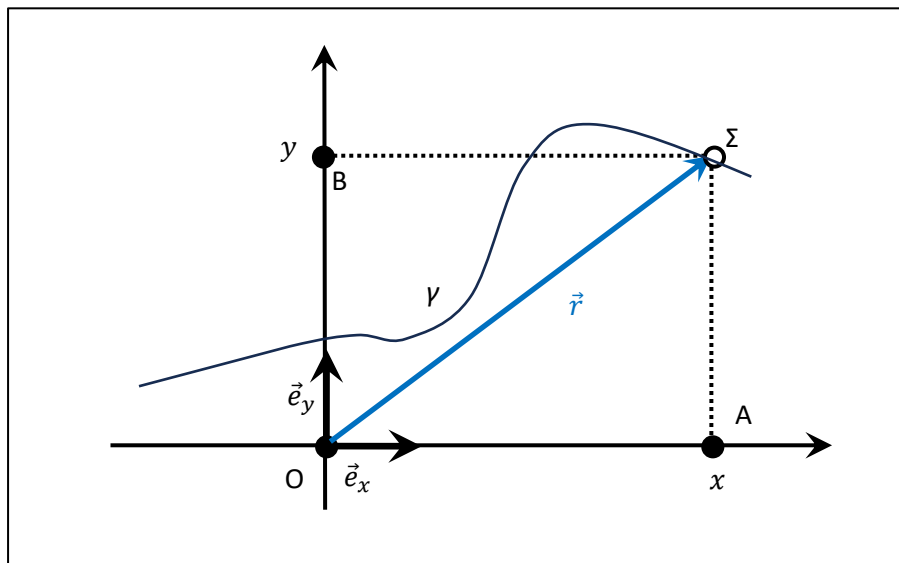
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{e}_x + y\vec{e}_y) = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x + \frac{dy}{dt}\vec{e}_y$$

Δυο συνιστώσες

$$v_x = dx/dt$$

$$v_y = dy/dt$$

Φυσική ερμηνεία



Τα v_x και v_y είναι οι ταχύτητες των προβολών A και B του Σ τα οποία εκτελούν ευθύγραμμη κίνηση και άρα μπορούμε να εφαρμόσουμε ότι μάθαμε στο κεφάλαιο 1