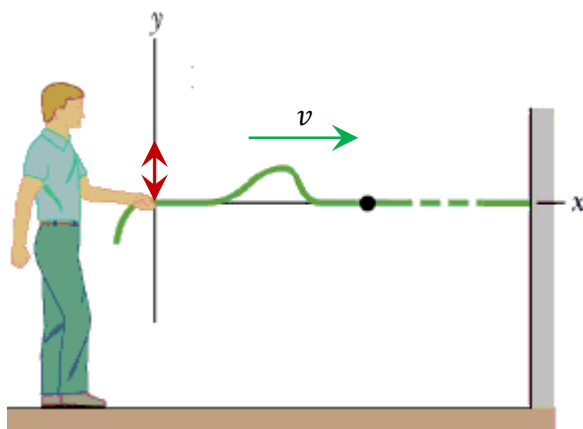


Κύματα σε Χορδές



Χορδή τανύζουμε με δύναμη F , αποδεικνύεται ότι η ταχύτητα του παλμού είναι ίση με

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

όπου μ είναι η γραμμική πυκνότητα $\mu = m/L$

Παράδειγμα 12.5

Ένα οριζόντιο μεταλλικό σύρμα μάζας 500 g έχει μήκος 50 cm και βρίσκεται υπό τάση 80 N.

(α) Ποια είναι η ταχύτητα ενός εγκάρσιου κύματος που διαδίδεται στο σύρμα; (β) Εάν το κόψουμε στην μέση, πως αλλάζει η ταχύτητα;

Λύση:

(α)

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{80 \times 0.5}{0.5}} = \sqrt{80} = 8.94 \frac{m}{s}$$

(β) Δεν αλλάζει κάτι επειδή ίδια γραμμική πυκνότητα

Ταχύτητα Διαφόρων Κυμάτων

Είδος κύματος	Παράδειγμα	Πηγή	Μέσο	Κατεύθυνση	Τυπικό v
Μηχανικά κύματα	Κραδασμοί σε κινητήρες, δρόμους, γέφυρες	Κινητήρες, κινούμενα οχήματα, αέρας	Ύλη	Κυρίως εγκάρσια	Μερικά m/s

Σεισμικά		Τεκτονικές πλάκες	Φλοιός της γης	Κυρίως διαμήκη	Μερικά km/h
Ήχος	Ομιλία, Μουσική	Θόρυβος, Φωνητικές Χορδές + γλώσσα, Κίνηση, Μουσικά όργανα	Αέρας	Διαμήκη	$330 m/s$
Ηλεκτρο-μαγνητικά	Τηλεπικοινωνίες, TV, Ράδιο, Ακτίνες – Χ, Φως	Κεραία	Αέρας-Κενό	Εγκάρσια	$3 \times 10^8 m/s$
Θαλάσσια		Αέρας + Σεισμοί (tsunami!)	Νερό	Κυρίως εγκάρσια	Μερικά m/s

Είδος κύματος	Ταχύτητα v	Παράμετροι
Κύμα σε Χορδή	$\sqrt{F/\mu}$	F : Δύναμη, μ : Γραμμική πυκνότητα
Ήχος σε Στερεά	$\sqrt{E/\rho}$	E : Μέτρο ελαστικότητας Young, ρ : Πυκνότητα
Ήχος στον Αέρα	$\sqrt{\gamma/RT}$	γ, R : Θερμοδυναμικές σταθερές, T θερμοκρασία (K)
Φως σε κενό ή αέρα	$c = 3 \times 10^8 m/s$	Σταθερή
Φως σε υλικό	c/n	n : Δείκτης διάθλασης του υλικού
Ηλεκτρομαγ. Κύματα	c	Ίδια με την ταχύτητα του φωτός

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Θεμελιώδη κυματική σχέση

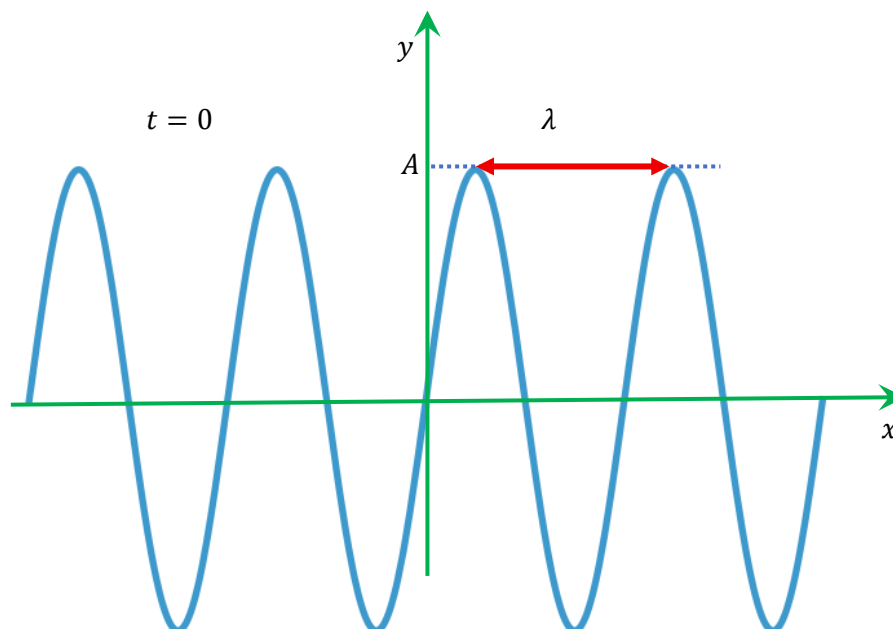
$$v = \lambda f$$

Στα Η/Μ κύματα

$$c = \lambda f$$

Ενέργεια Κύματος – Ισχύς Κύματος

Θα αποδείξουμε μια σχέση για την ισχύ του κύματος για μια χορδή επειδή είναι πολύ εύκολο. Επομένως, θεωρήστε μια δανετανυσμένη χορδή μεγάλου μήκους και θεωρήστε ένα αρμονικό κύμα $y = A \sin(kx - \omega t)$ επάνω σε αυτήν



Το y είναι η απομάκρυνση του του κάθε μορίου από τη θέση ισορροπίας που είναι ο άξονας x . Για σταθερό x , η εξίσωση του κινήματος είναι αυτή του αρμονικού ταλαντωτή με συχνότητα ω και πλάτος A . Θεωρήστε ένα στοιχειώδες τμήμα της χορδής με μήκος dx . Από τη γραμμική πυκνότητα μ της χορδής έχουμε για την αντίστοιχη μάζα $dm = \mu dx$. Εάν το θεωρήσω ως ταλαντωτή, έχει ενέργεια

$$dE = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} dm \omega^2 A^2$$

$$dE = \frac{1}{2} \mu dx \omega^2 A^2$$

Η ισχύς είναι ίση με

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \frac{dx}{dt}$$

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2$$

Ανάκλαση Κυμάτων

Όταν ένα κύμα ανακλάται σε μια διεπιφάνεια γυρίζει πίσω το ίδιο και το μόνο που αλλάζει είναι η φορά της ταχύτητάς του.

Κύμα προς τα δεξιά

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t)$$

Ίδιο Κύμα προς τα αριστερά

$$y_2 = A\sin(kx + \omega t)$$

Όταν συναντηθούν τα δυο κύματα => σχηματίζουν **στάσιμο κύμα**:

$$y = y_1 + y_2 = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx + \omega t)$$

Τριγωνομετρία

$$\sin a + \sin b = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

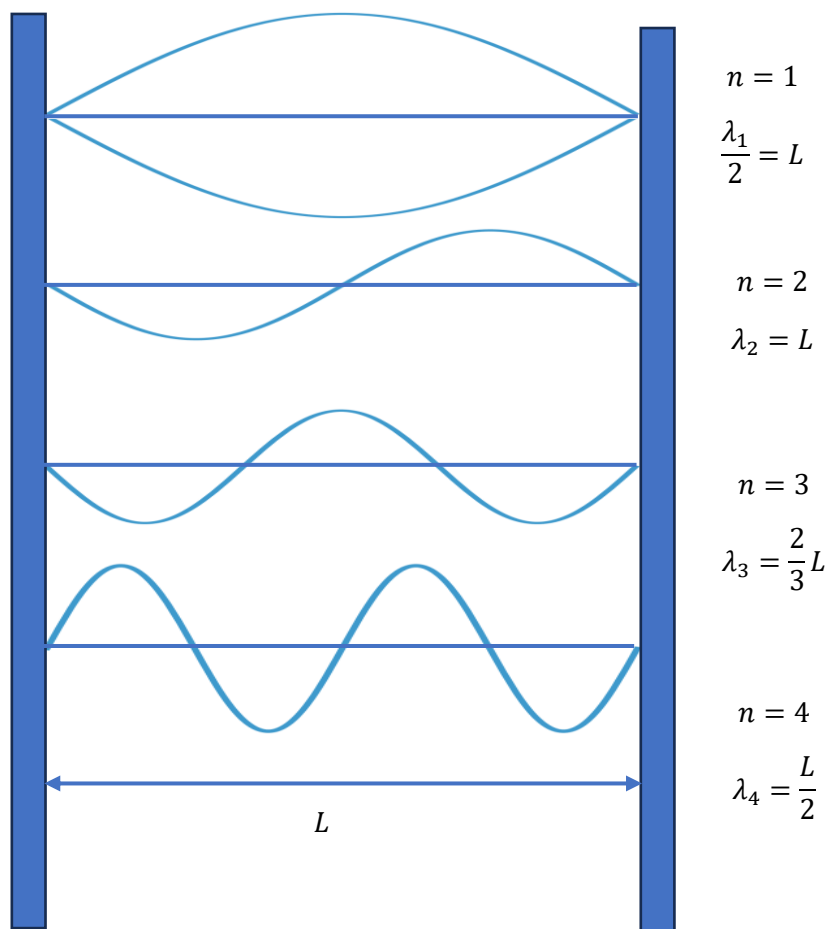
Χρησιμοποιώντας αυτή τη σχέση, το στάσιμο κύμα γίνεται

$$y = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

Δεν είναι κύμα αλλά είναι ταλαντωτής λόγω του όρου $\cos(\omega t)$ αλλά με πλάτος που εξαρτάται από το x

Υπάρχουν π.χ. σημεία στα οποία $\sin(kx) = 1$ με πλάτος $2A$ (κοιλίες) αλλά υπάρχουν και σημεία οποία $\sin(kx) = 0$ με πλάτος 0 (δεσμοί)

Δένω τα άκρα μια χορδής σε δυο τοίχους:



$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

Για τη συχνότητα έχουμε

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2L}n$$

Επειδή η $n = 1$ είναι η

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

τότε ισχύει

$$f_n = nf_1$$