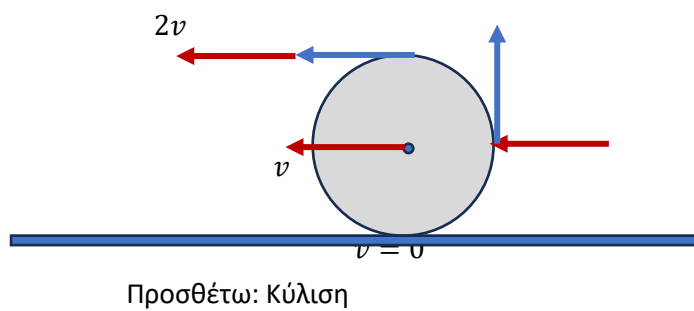
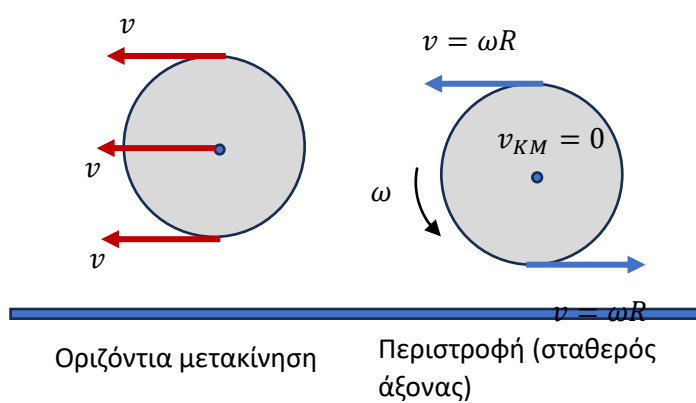
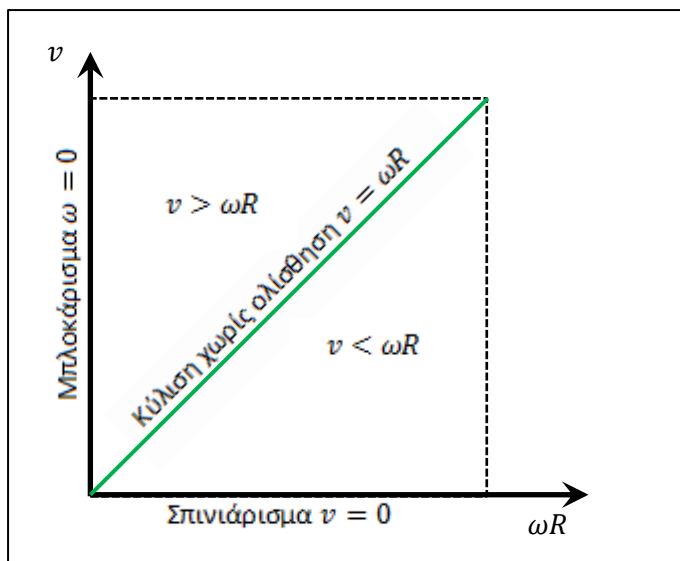
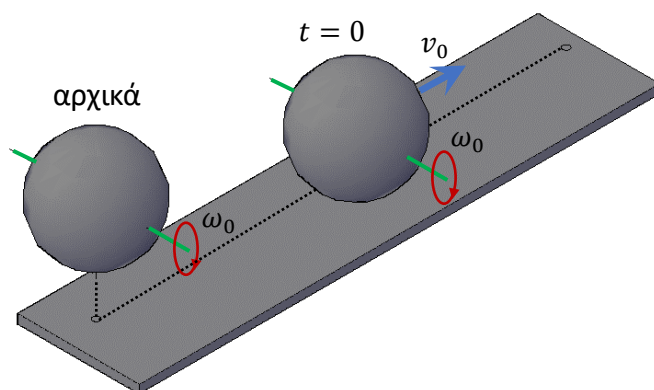


# ΚΥΛΙΣΗ ΧΩΡΙΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗ

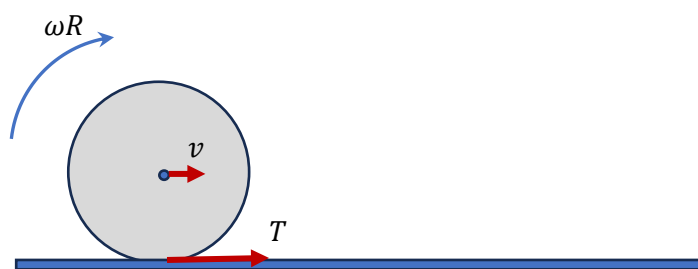


Κοίλη σφαίρα ακτίνας  $R = 0.25 \text{ m}$  και μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  η οποία κρατιέται ελάχιστα επάνω από οριζόντιο δάπεδο, περιστρέφεται με μεγάλη γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0 = 4 \text{ rad/s}$  γύρω από μια διάμετρό της που είναι παράλληλη προς το δάπεδο. Στο  $t = 0$  της δίνεται μια μικρή ταχύτητα  $v_0 = 0.2 \text{ m/s}$  παράλληλη στο δάπεδο και κάθετη στην παραπάνω διάμετρο και ταυτόχρονα αφήνεται να έρθει σε επαφή με το δάπεδο. Επειδή δεν ικανοποιείται τότε η συνθήκη κύλισης χωρίς ολίσθηση, η σφαίρα εκτελεί μια σύνθετη κίνηση η οποία είναι κύλιση με ολίσθηση αλλά η οποία μετά από χρόνο  $t_1 > 0$  καταλήγει σε κύλιση χωρίς ολίσθηση (ΚΧΟ). (α) Να βρεθούν η γωνιακή  $\omega$  και η γραμμική ταχύτητα  $v$  της σφαίρας για χρόνους  $t < t_1$ ,



Λύση:

Στην πρώτη φάση υπάρχει μεγαλύτερη περιστροφή από ότι μετακίνηση και έτσι το χαμηλότερο σημείο του τροχού έχει μεγαλύτερη περιστροφική ταχύτητα από την ταχύτητα μετακίνησης που σημαίνει ότι σχετικά με το έδαφος πάει προς τα αριστερά. Ως αντίδραση η τριβή είναι προς τα δεξιά



Προσθέτω: Κύλιση

η τριβή είναι τριβή ολίσθησης και επομένως ισχύει τύπος  $T = \mu N = \mu mg$  και άρα είναι σταθερή. 2ος ΝΝ

Μεταφορά, Μοναδική δύναμη η τριβή η οποία προκαλεί επιτάχυνση

$$T = ma$$

$$\mu mg = ma$$

$$a = \mu g$$

Περιστροφή, Μοναδική δύναμη η τριβή η οποία προκαλεί επιβράδυνση

$$-TR = I a_r$$

$$-TR = \frac{2}{3} m R^2 a_r$$

$$-\mu m g = \frac{2}{3} m R a_r$$

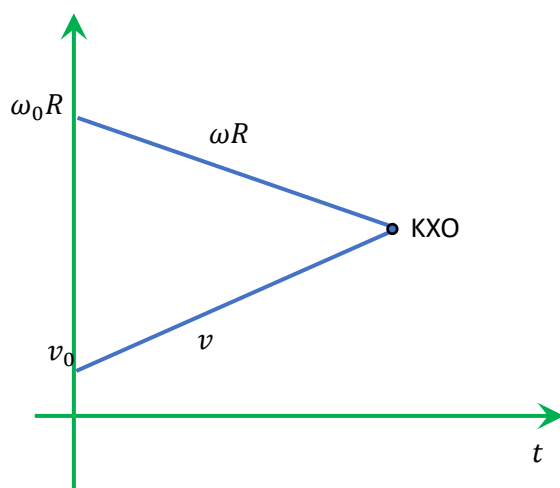
$$a_r = -\frac{3}{2} \frac{\mu g}{R}$$

Με ολοκλήρωση

$$v = v_0 + \mu g t$$

$$\omega = \omega_0 - \frac{3}{2} \frac{\mu g}{R} t$$

(β) Να γίνει η γραφική παράσταση του  $\omega R$  συναρτήσει της  $v$  για τους ίδιους χρόνους και να ερμηνευτεί το αποτέλεσμα, και



(γ) Σε ποιο σημείο επάνω στην γραφική παράσταση επέρχεται η συνθήκη ΚΧΟ; Δίνονται οι συντελεστής στατικής τριβής  $\mu_s = 1/2$  και ολίσθησης  $\mu = 1/3$  της σφαίρας με το δάπεδο και  $g = 10 \text{ m/s}^2$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Στο ΚΧΟ χρόνος  $t_1$

$$v = \omega R \Rightarrow v_0 + \mu g t_1 = \omega_0 R - \frac{3}{2} \mu g t_1$$

$$\frac{2}{10} + \frac{1}{3} 10 t_1 = 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{3} 10 t_1$$

$$\frac{5}{6} 10 t_1 = \frac{8}{10}$$

$$t_1 = \frac{12}{125} \approx 0.1 \text{ s}$$

## ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ ΚΕΦ 9

### Στροφορμή σώματος

$$L = I\omega$$

Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, δυο όμοιοι μαγνήτες σε σχήμα μικρής συμπαγούς σφαίρας ακτίνας  $r$  και μάζας  $m$  είναι προσκολλημένοι μαγνητικά επάνω σε μια σιδερένια κοίλη σφαίρα μεγαλύτερης ακτίνας  $R = 3r$  και μάζας  $M$ , αντιδιαμετρικά μεταξύ τους με τη βοήθεια δυο κέρινων ράβδων πάχους  $\delta = 2r$  και αμελητέας μάζας η καθεμία, ώστε να μην έρχονται σε πλήρη επαφή με τη μεγάλη σφαίρα. Το όλο σύστημα περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από μια διάμετρο της μεγάλης σφαίρας με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1$ . Η διάμετρος είναι κάθετη στην ευθεία που ενώνει τις δυο σφαίρες. Ξαφνικά κατά τη διάρκεια της ελεύθερης περιστροφής, εφαρμόζεται θέρμανση στο σύστημα και οι δυο κέρيني ράβδοι λιώνουν αργά αλλά οι δυο μαγνήτες λόγω της έλξης τους στην σιδερένια σφαίρα, δεν χάνουν τις σχετικές τους θέσεις αλλά απλά πλησιάζουν και τελικά έρχονται σε πλήρη επαφή με αυτήν και πάλι αντιδιαμετρικά μεταξύ τους. Την στιγμή ακριβώς που έρχονται σε επαφή, την οποία την λαμβάνουμε ως την αρχή του χρόνου  $t = 0$ , ένα φρένο εφαρμόζεται σε ένα κύκλο της σφαίρας που είναι κάθετος στον άξονα περιστροφής με ακτίνα  $10r/14$  έτσι ώστε να εφαρμόζεται μια σταθερή δύναμη τριβής  $T$  στη σφαίρα. Να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται να έρθει το σύστημα σε πλήρη ηρεμία μετά το  $t = 0$ .

