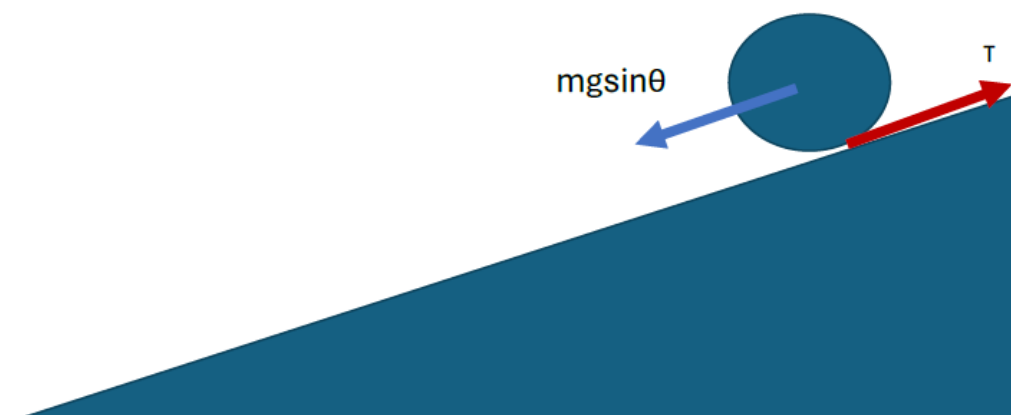


... ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗ ΦΟΡΑ ...



Ζητούνται (α) επιτάχυνση ΚΜ, (β) T , (γ) έργο της, (δ) από ΑΔΜΕ v χαμηλότερο σημείο

(α) Μεταφορά κατά μήκος της τροχιάς

$$B_x - T = ma \Rightarrow B \sin \theta - T = ma$$

(1)

Περιστροφή γύρω από το κέντρο, τριβή δημιουργεί ροπή $\tau = TR$

$$\tau = I \alpha_r \Rightarrow TR = \frac{1}{2} m R^2 \alpha_r \Rightarrow T = \frac{1}{2} m R \alpha_r$$

Όμως $a = \alpha_r R$ (3) και η παραπάνω γίνεται

$$T = \frac{1}{2} ma$$

(2)

Απαλοιφή T (1) και (2)

$$B \sin \theta - \frac{1}{2} ma = ma$$

$$m g \sin \theta = \frac{3}{2} ma$$

$$a = \frac{2}{3} g \sin \theta$$

(β) Από την (2)

$$T = \frac{1}{2}ma = \frac{1}{3}mg\sin\theta$$

(γ) Έργο ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

Έργο σταθερής δύναμης = δύναμη x μετατόπιση x cos

$$W_{T1} = -TL = -\frac{1}{3}mgL\sin\theta$$

Έργο ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ

$$W_{T2} = \int_{\varphi=0}^{\varphi_L} \tau d\varphi$$

Όπου φ η συνολική γωνία περιστροφής για αυτή τη μετακίνηση

$$W_{T2} = \int_{\varphi=0}^{\varphi_L} TR d\varphi = TR \int_{\varphi=0}^{\varphi_L} d\varphi = TR\varphi_L$$

Όμως ποσότητα $R\varphi_L$ είναι το μήκος τόξου της κύλισης που συμπίπτει με το μήκος μετακίνησης L

$$W_{T2} = TL$$

Επομένως το συνολικό έργο της τριβής ισούται με

$$W_T = W_{T1} + W_{T2} = TL - TL = 0$$

(δ) ΑΔΜΕ

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 + W_T$$

Όμως είδαμε ότι το έργο είναι μηδέν, η αρχική κινητική είναι μηδέν λόγω εκκίνησης σε ηρεμία και η τελική δυναμική είναι μηδέν γιατί φτάνουμε σε μηδενικό επίπεδο,

$$U_2 = K_1 = W_T = 0$$

οπότε

$$K_2 = U_1 = mgh = mgL\sin\theta$$

οπότε

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgL\sin\theta$$

όμως στην κύλιση $v = \omega R$ και για δίσκο $I = mR^2/2$

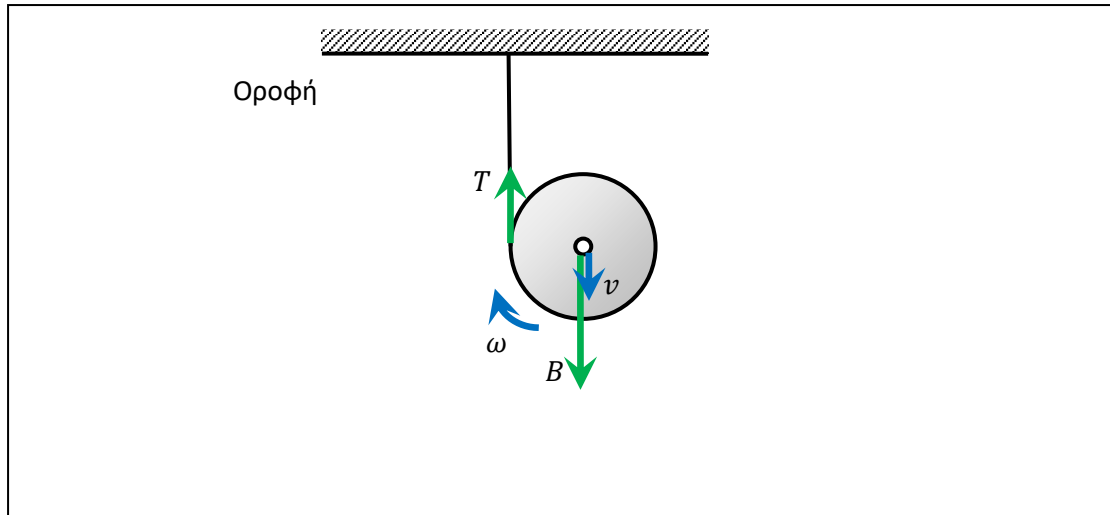
$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2}mR^2 \frac{v^2}{R^2} = mgL\sin\theta$$

$$\frac{3}{4}v^2 = gL\sin\theta$$

$$v = 2 \sqrt{\frac{1}{3}gL\sin\theta}$$

Παράδειγμα 10.6

Στο παρακάτω σχήμα, αβαρές νήμα έχει τυλιχθεί γύρω από λεπτό δίσκο ακτίνας R και μάζας m ενώ η μια του άκρη προσδένεται σε οροφή. Ο δίσκος αφήνεται ελεύθερος και το νήμα ξετυλίγεται με την κίνηση αυτή. Να δοθεί μια έκφραση για την ταχύτητα v του κέντρου μάζας του δίσκου συναρτήσει του χρόνου ενώ το νήμα ξετυλίγεται.



Λύση:

Βλέπουμε στο παρακάτω σχήμα ότι εάν σε ένα απειροστό χρόνο dt ξετυλιχτεί τμήμα μήκους ds τότε και μετακίνηση του κέντρου μάζας ισούται με αυτό

$$dx = ds$$



Αλλά γνωρίζουμε για το μήκος τόξου ότι είναι ίσο με $Rd\theta$ και επομένως

$$dx = Rd\theta$$

Διαιρώντας με dt

$$\frac{dx}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v = \omega R \Rightarrow a = Ra_r$$

Μεταφορά, προς τα κάτω θετική

$$mg - T = ma$$

Περιστροφή

$$TR = Ia_r$$

Λύνω όπως πριν (απλά δεν έχω τον όρο $\sin$)

$$a = \frac{2}{3}g$$

Σταθερή επιτάχυνση $\Rightarrow$ εάν y η διανυόμενη απόσταση

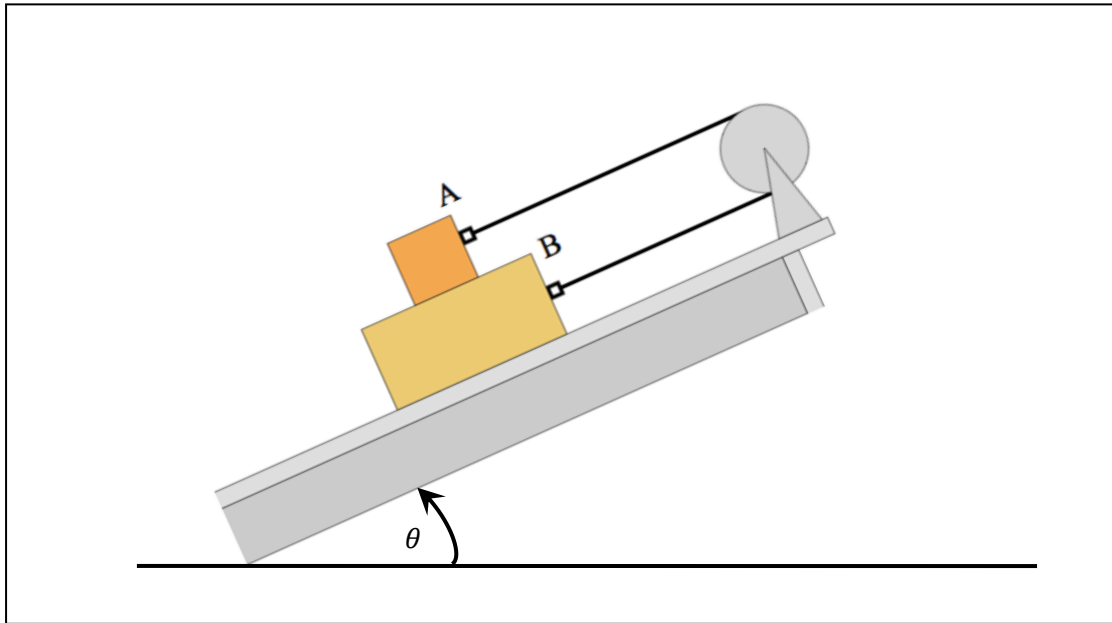
$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}gt^2 = \frac{1}{3}gt^2$$

Ολοκλήρωση

$$v = \frac{2}{3}gt$$

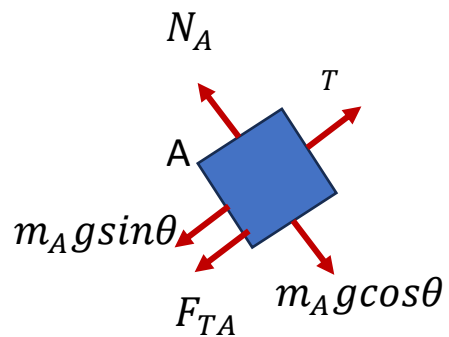
$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2}{3R}gt$$

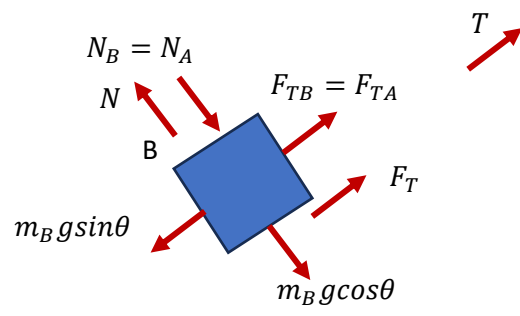
Άσκηση 4.7 Στο παρακάτω σχήμα οι μάζες $m_B > m_A$ συνδέονται με ιδανικό νήμα και ιδανική τροχαλία. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ είναι ο ίδιος για όλες τις επιφάνειες. Να βρεθεί η επιτάχυνση του κιβωτίου B εάν αυτό ολισθαίνει προς τα κάτω.



Λύση:

F_T : Τριβή, T : τάση του νήματος





Τριβή ολίσθησης

$$F_{TA} = \mu N_A$$

$$F_T = \mu N$$