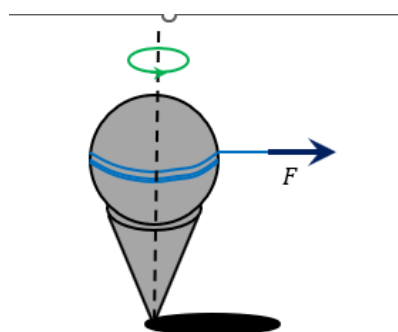


Παράδειγμα:

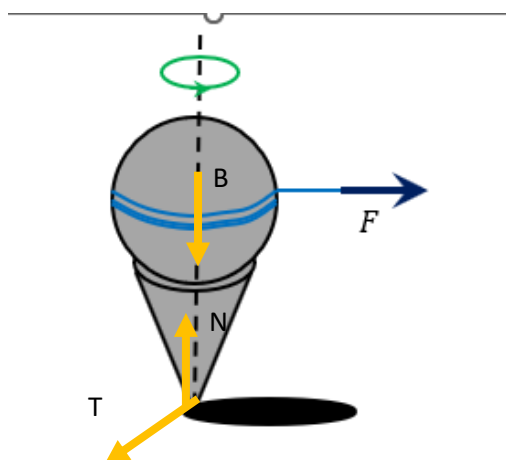
Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται μια αυτοσχέδια σβούρα που κατασκεύασε ένας φοιτητής κολλώντας μια συμπαγή σφαίρα μάζας 200 γραμμαρίων και διαμέτρου 2.4 εκατοστών, επάνω σε ένα κώνο μάζας 120 γραμμαρίων, διαμέτρου βάσης 2.0 εκατοστών και ύψους 2.4 εκατοστών. Με την βοήθεια ενός νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω από την σφαίρα (στον ισημερινό της σφαίρας) εφαρμόζει μια **μεταβλητή δύναμη** $F = \gamma t^2$ όπου t ο χρόνος και $\gamma = 2 \text{ N/s}^2$ για περίπου 1.5 δευτερόλεπτα. Να βρεθούν: (α) Η τελική γωνιακή ταχύτητα της σβούρας εάν ξεκινάει από την ηρεμία και (β) ο συνολικός αριθμός των περιστροφών που εκτελεί η σβούρα μέσα σε αυτό το διάστημα των 1.5 δευτερολέπτων (η ροπή αδράνειας ενός κώνου ακτίνας R είναι ίση με $3/10 MR^2$).

Λύση:

$$I = I_{\sigma} + I_{\kappa} = \frac{2}{5} m_{\sigma} R_{\sigma}^2 + \frac{3}{10} m_{\kappa} R_{\kappa}^2 = 151 \text{ g cm}^2$$



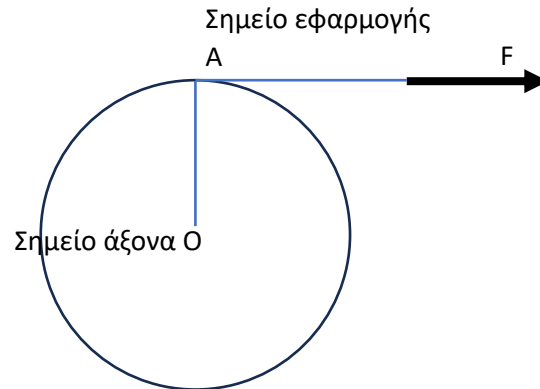
(α) Η δύναμη στο πρόβλημα είναι η δεδομένη F το βάρος και η κάθετος αντίδραση αλλά οι δυο τελευταίες εφαρμόζονται στο σημείο επαφής που βρίσκεται πάνω στον άξονα και άρα δεν δημιουργούν ροπή



B: Βάρος, N: κάθετη, T: Τριβή

Μόνο η F δημιουργεί ροπή

ΚΑΤΟΨΗ



$$\text{Ροπή } \tau = FR \sin 90^\circ = FR = \gamma R t^2$$

Εδώ έχουμε κλασικό πρόβλημα περιστροφής άρα πηγαίνουμε στο δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφή

$$\Sigma \tau = I a_r$$

$$a_r = \frac{\gamma R}{I} t^2$$

Θέλω τη γωνιακή ταχύτητα ολοκληρώνω τη γωνιακή επιτάχυνση

$$\omega = \int a_r dt = \frac{\gamma R}{3I} t^3 + c$$

Αφού ξεκινάει σίγουρα από την ηρεμία τότε η σταθερά ολοκλήρωσης είναι μηδέν

$$\omega = \frac{\gamma R}{3I} t^3$$

Βρήκαμε

$$I = 151 \text{ g cm}^2 = 151 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2$$

Στο $t = 1.5 \text{ s}$

$$\omega = \frac{2 \cdot 0.012}{3 \times 151 \times 10^{-7}} 1.5^3 = 1788 \text{ rad/s}$$

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗ

Στη μεταφορά είδαμε ότι κινητική δίνεται από την

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

Στην περιστροφή αυτό γίνεται

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

ΕΡΓΟ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗ

Στη μεταφορά είδαμε ότι το έργο δίνεται από την

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx$$

Στην περιστροφή αυτό γίνεται

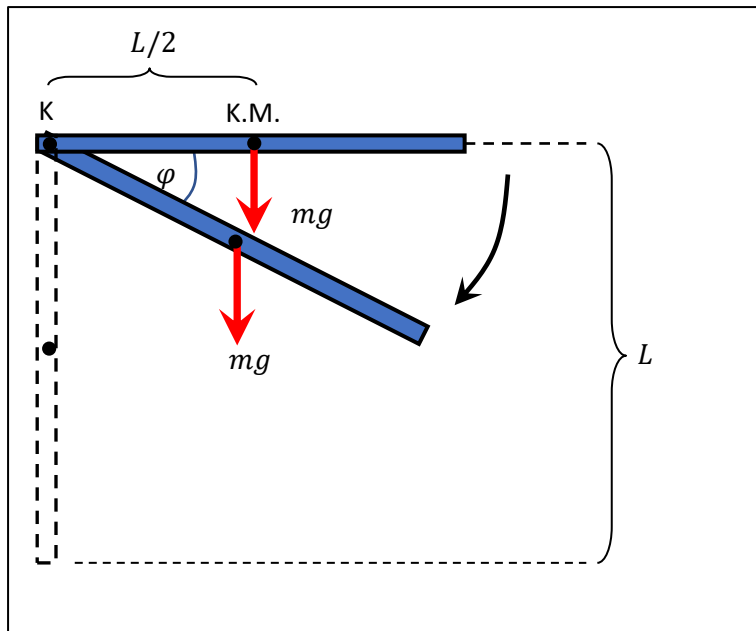
$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau d\theta$$

ΙΣΧΥΣ

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Παράδειγμα 8.17

Οριζόντια λεπτή δοκός μάζας m και μήκους L μπορεί και περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από το ένα της άκρο με τη βοήθεια καρφιού K που είναι αναρτημένο σε κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος κρατιέται οριζόντια και στο $t = 0$ αφήνεται ελεύθερη να εκτελέσει περιστροφή υπό την επίδραση της βαρύτητας και σε χρόνο t_1 έχει έρθει σε κατακόρυφη θέση. Να βρεθούν (α) Η αρχική ροπή του βάρους, (β) η αρχική γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου και η γραμμική επιτάχυνση του κέντρου μάζας, (γ) η ροπή του βάρους όταν η ράβδος σχηματίζει τυχαία γωνία φ ως προς την αρχική της θέση, και (δ) το έργο του βάρους μεταξύ της αρχικής θέσης και της κατακόρυφης θέσης της ράβδου.



(α) Η αρχική ροπή του βάρους

$$\tau_0 = mg \frac{L}{2}$$

(Ορίζουμε αυθαίρετα την ωρολογιακή φορά ως θετική)

(β) η αρχική **γωνιακή επιτάχυνση** της ράβδου

Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για περιστροφή έχουμε

$$a_r = \frac{\Sigma \tau}{I} = \frac{mg \frac{L}{2}}{\frac{1}{3} mL^2} = \frac{3g}{2L}$$

(Από τον πίνακα ή ροπή αδράνειας ράβδου για περιστροφή γύρω από το **άκρο** της είναι ίση με $mL^2/3$)

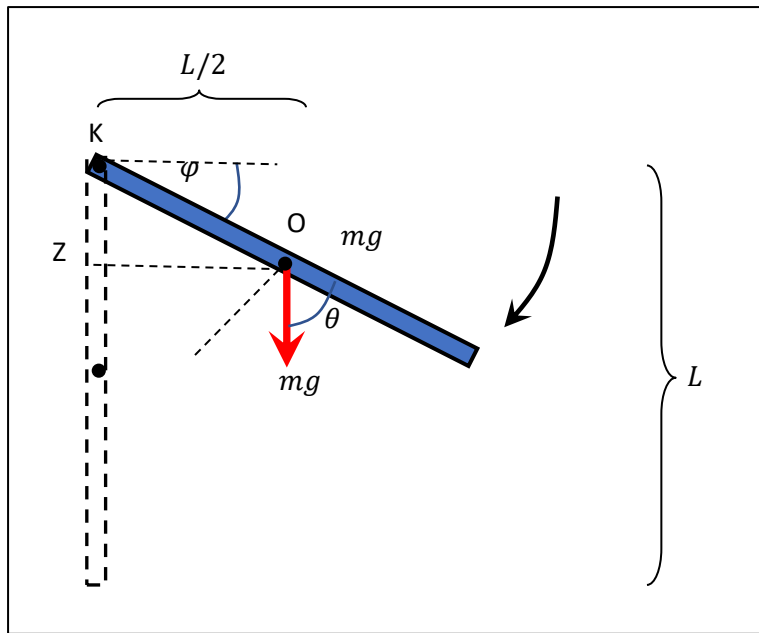
και η γραμμική επιτάχυνση του κέντρου μάζας

$$a_{KM} = r a_r = \frac{L}{2} a_r = \frac{3g}{4}$$

(Γραμμικό ίσον το αντίστοιχο γωνιακό επί την ακτίνα)

(γ) η ροπή του βάρους όταν η ράβδος σχηματίζει τυχαία γωνία φ ως προς την αρχική της θέση,

$$\tau = mg \frac{L}{2} \sin \theta = mg \frac{L}{2} \cos \varphi$$



(δ) το έργο του βάρους μεταξύ της αρχικής θέσης και της κατακόρυφης θέσης της ράβδου.