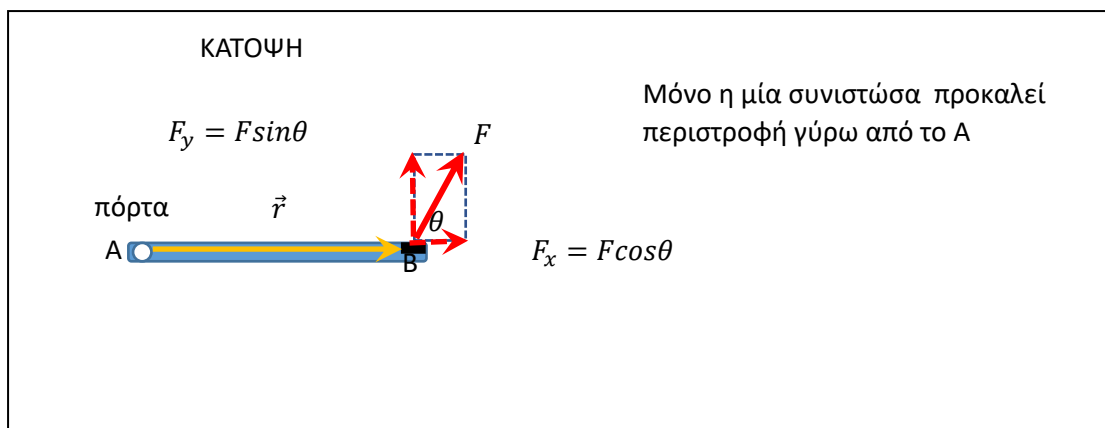


ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ



$$\tau = \pm Fr \sin \theta$$

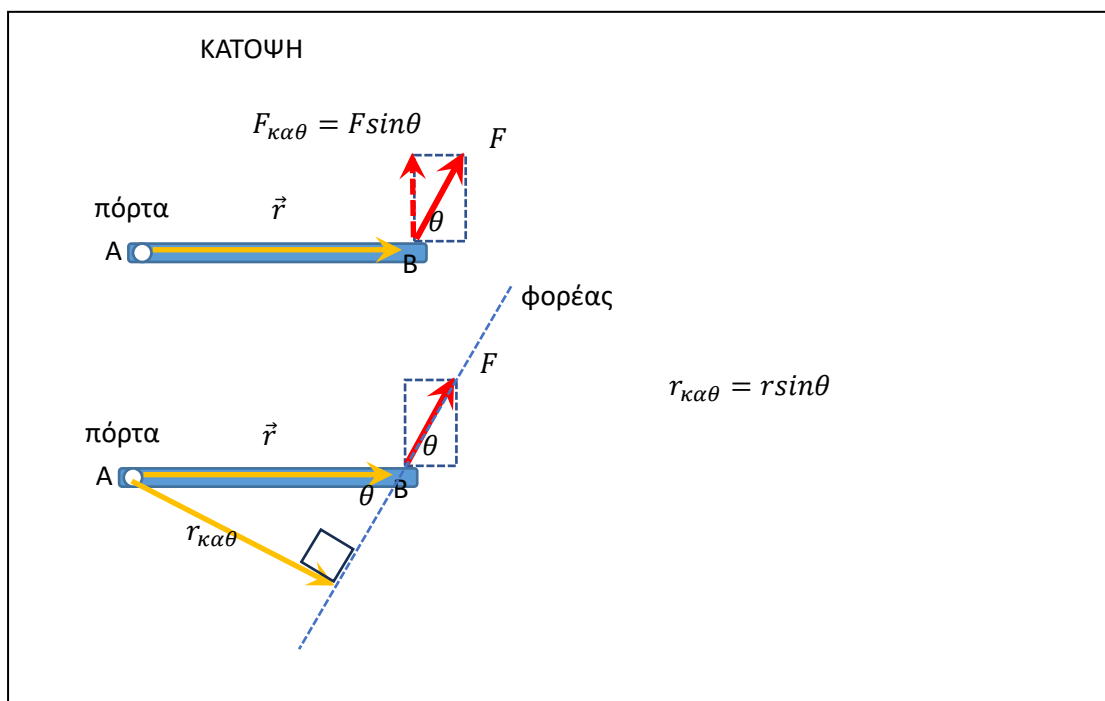
+ Αντιωρολογιακή

– Ωρολογιακή

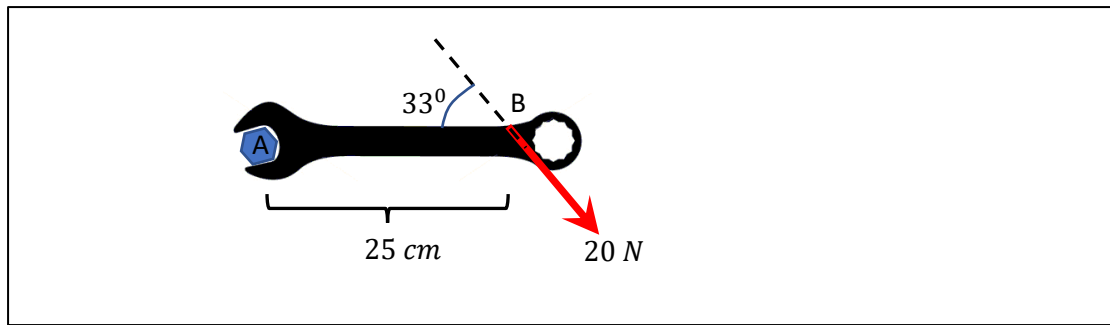
Αυτά μπορεί να γραφτεί με δυο τρόπους

$$\tau = \pm (F \sin \theta) r = \pm F_{\kappa\alpha\theta} r$$

$$\tau = \pm F (r \sin \theta) = \pm F r_{\kappa\alpha\theta}$$



Παράδειγμα

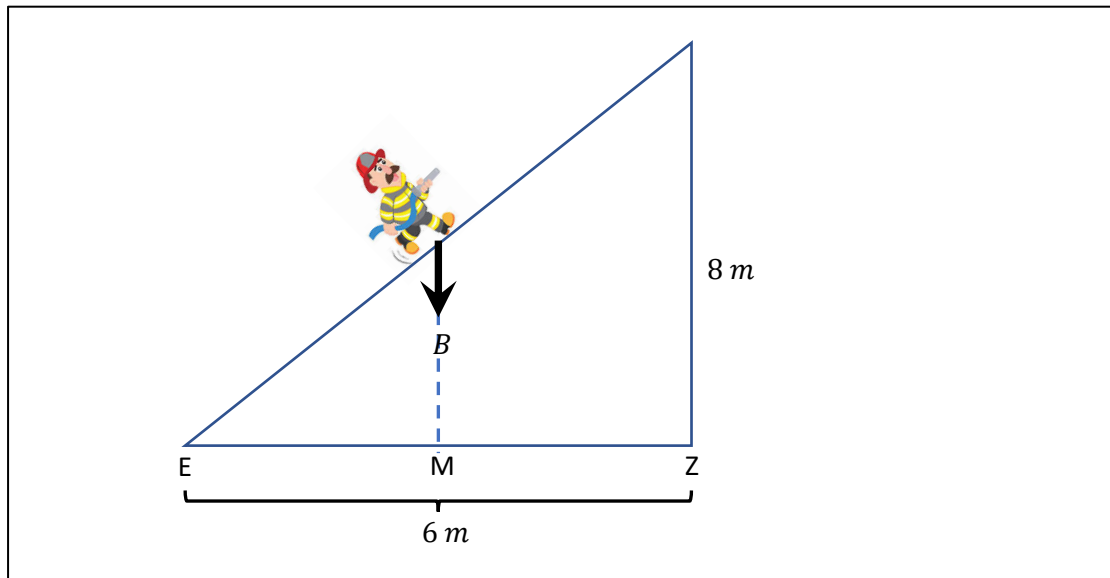


Εδώ

$$\tau = -F r \sin\theta = -20 \frac{1}{4} \sin 33^\circ = -2.72 \text{ Nm}$$

Παράδειγμα 8.3

Στο παρακάτω σχήμα ο πυροσβέστης έχει βάρος $B = 800 \text{ N}$ και βρίσκεται στο μέσο ακριβώς της σκάλας. Να υπολογισθεί η ροπή του βάρους του ως προς το σημείο E. Ποιος ορισμός της ροπής είναι ο πιο εύχρηστος σε αυτή τη περίπτωση;



Από τον δεύτερο τρόπο υπολογισμού

$$\tau = -F r_{\text{καθ}} = -B (EM) = -800 \times 3 = -2400 \text{ Nm}$$

Ο φορέας της δύναμης είναι η κατακόρυφος και αυτή τέμνει κάθετα τη βάση του τριγώνου επομένως το EM μι είναι το $r_{\text{καθ}}$

Ισορροπία

Σημειακή μάζα μόνο

$$\Sigma F = 0$$

Στο στερεό 2 συνθήκες

$$\Sigma F = 0$$

(απουσία μεταφοράς)

$$\Sigma \tau = 0$$

(απουσία περιστροφής)

Εάν δεν υπάρχει ισορροπία, 2^{ος} Νόμος του Νεύτωνα στην περιστροφή

$$\Sigma \tau = I\alpha$$

α : γωνιακή επιτάχυνση σε rad/s^2

I : ροπή αδράνειας.

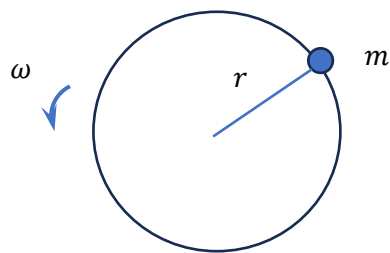
Θα την ορίσουμε για 3 περιπτώσεις:

(α) σημειακή μάζα

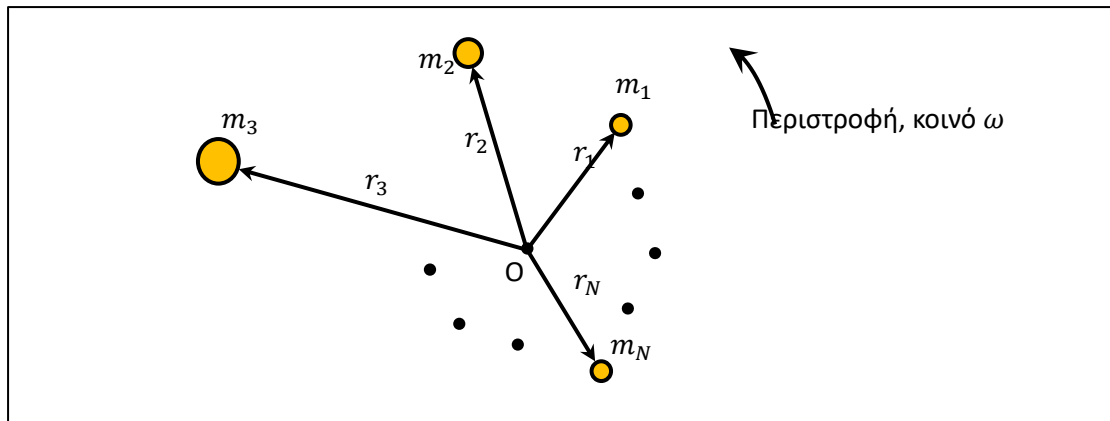
(β) σύστημα σημειακών μαζών

(γ) στερεό

(α) Η σημειακή μάζα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα συγκεκριμένο στερεό σε περιστροφή όταν εκτελεί κυκλική κίνηση. $I = mr^2$



(β) Εάν έχω ένα σύστημα μαζών που περιστρέφονται με τον ίδιο ω τότε η παραπάνω γενικεύεται εύκολα

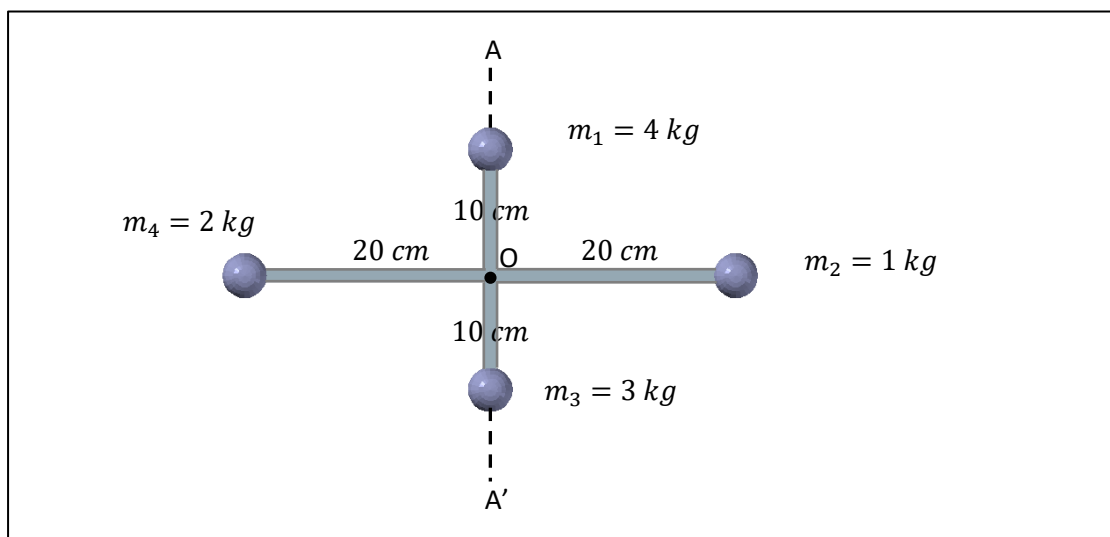


$$I = \sum m_i r_i^2$$

Πριν να πάμε στο στερεό θα δούμε ένα παράδειγμα με ένα σύστημα μαζών για να καταλάβουμε πόση γεωμετρία παίζει ρόλο στη ροπή αδράνειας

Παράδειγμα 8.6

Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του παρακάτω συστήματος των τεσσάρων σημειακών μαζών + αβαρές πλαίσιο (α) γύρω από άξονα ο οποίος είναι κάθετος στην σελίδα στο σημείο O και (β) γύρω από τον άξονα AA'.



$$I_O = 4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^2 + 1 \cdot 20^2 + 2 \cdot 20^2 \text{ kg cm}^2$$

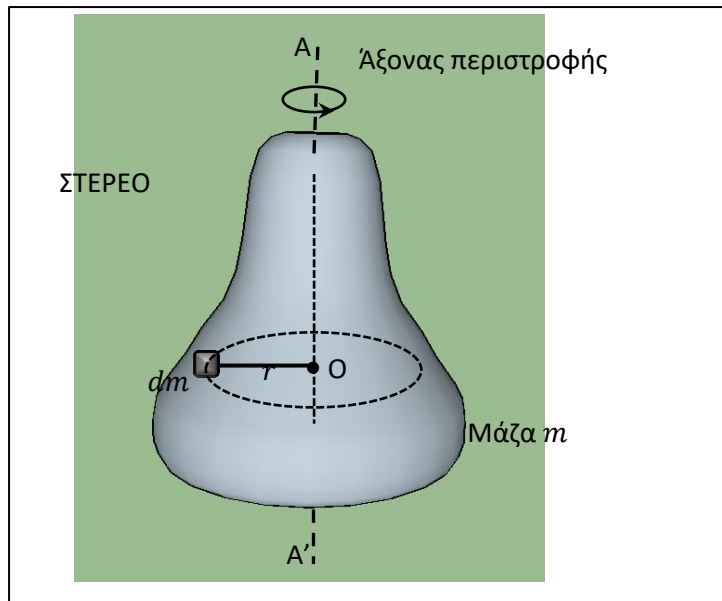
$$I_O = 700 + 1200 = 1900 \text{ kg cm}^2$$

$$I_{AA'} = 4 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0^2 + 1 \cdot 20^2 + 2 \cdot 20^2 \text{ kg cm}^2$$

$$I_{AA'} = 1200 \text{ kg cm}^2$$

Άρα είναι ευκολότερο αυτό το σώμα να το περιστρέψω γύρω από τον AA' από ότι γύρω από το O

(γ) Στερεό



"Τεμαχίζω" το στερεό σε ένα άπειρο σύνολο σημειακών μαζών dm που καθεμία απ' έχει τη δικιά της απόσταση r από τον άξονα περιστροφής και έτσι έχει και τη δικιά της ροπή αδράνειας

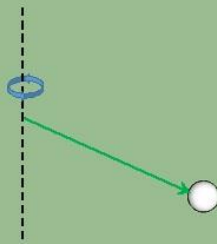
$$dI = dm r^2$$

Η ολική ροπή αδράνειας είναι το ολοκλήρωμα αυτής της στοιχειώδους ροπής αδράνειας σε όλο το σώμα

$$I = \int_{\text{σώμα}} dI = \int_{\text{σώμα}} dm r^2$$

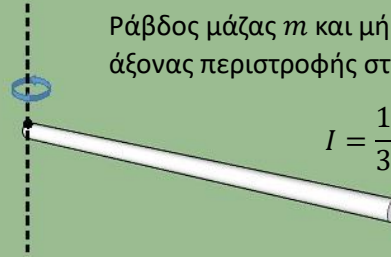
Υπάρχουν πίνακες για κάθε συμμετρικό σώμα

Σημειακή
μάζα m σε
απόσταση r
από τον άξονα
περιστροφής
 $I = mr^2$



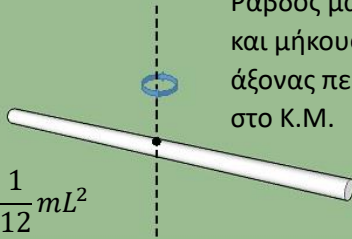
Ράβδος μάζας m και μήκους L ,
άξονας περιστροφής στην άκρη

$$I = \frac{1}{3}mL^2$$



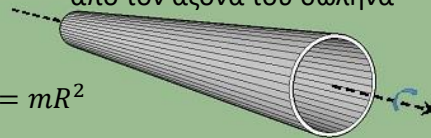
Ράβδος μάζας m
και μήκους L ,
άξονας περιστρ.
στο Κ.Μ.

$$I = \frac{1}{12}mL^2$$



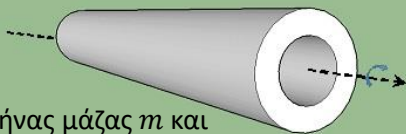
Λεπτότοιχος σωλήνας μάζας m
και ακτίνας R , περιστροφή γύρω
από τον άξονα του σωλήνα

$$I = mR^2$$



$$I = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$$

Σωλήνας μάζας m και
εσωτερικής ακτίνας R_1 και
εξωτερικής R_2 (άξονας σωλήνα)



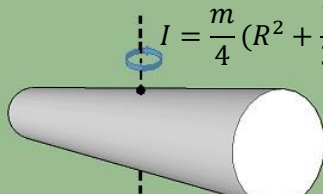
$$I = \frac{1}{2}mR^2$$

Συμπαγής κύλινδρος μάζας m
και ακτίνας R , περιστροφή γύρω
από τον άξονα του σωλήνα



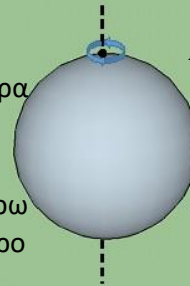
$$I = \frac{m}{4}(R^2 + \frac{1}{3}L^2)$$

Συμπαγής κύλινδρος μάζας m , ακτίνας R
και μήκους L , περιστροφή γύρω από το ΚΜ
κάθετα στον άξονα του κυλίνδρου



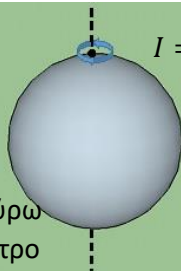
$$I = \frac{2}{5}mR^2$$

Συμπαγής σφαίρα
μάζας m και
ακτίνας R ,
περιστροφή γύρω
από μια διάμετρο



Κοίλη σφαίρα
μάζας m και
ακτίνας R ,
περιστροφή γύρω
από μια διάμετρο

$$I = \frac{2}{3}mR^2$$



Λεπτό φύλλο
μάζας m και
διαστάσεων $a \times b$,
περιστροφή γύρω
από κάθετο άξονα
στο ΚΜ

$$I = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$$



Όταν ο άξονας περιστροφής περνάει από το κέντρο μάζας για ένα συμμετρικό σώμα, καταφεύγουμε στον παραπάνω πίνακα και έχουμε την απάντηση έτοιμη. Εάν όμως ο άξονας Δεν περνάει, τότε το μεταφέρουμε παράλληλα στο κέντρο μάζας, Βρίσκουμε τη ροπή αδράνειας από τον πίνακα ως προς το κέντρο μάζας I_{KM} και προσθέτουμε σε αυτό τον όρο md^2 όπου d η απόσταση των δυο αξόνων

$$I = I_{KM} + md^2$$

Επειδή πάντα $md^2 > 0 \Rightarrow$ πάντα η ροπή αδράνειας γύρω από τυχαίο άξονα $>$ ροπή αδράνειας γύρω από άξονα που περνάει από Κ.Μ. $\Rightarrow$ είναι ευκολότερη η περιστροφή γύρω από το Κ.Μ από ότι εκτός από αυτό