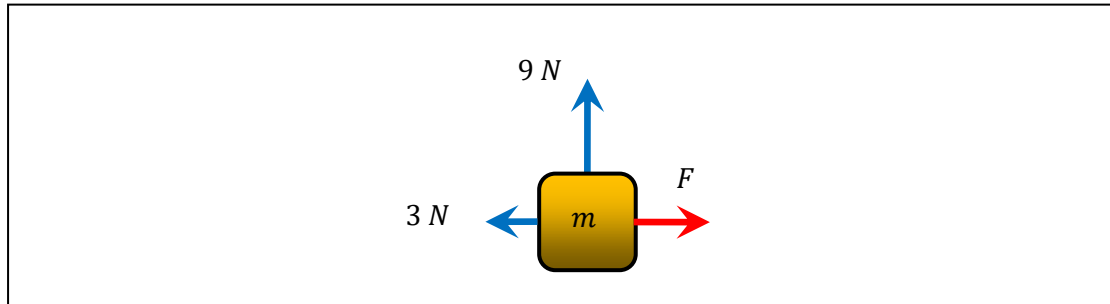


Παράδειγμα 4.3

Στο παρακάτω σχήμα δρούνε τρεις δυνάμεις επάνω στο σώμα μάζας $m = 2.5 \text{ kg}$. Εάν η επιτάχυνσή του είναι 4 ms^{-2} , να βρεθεί η άγνωστη δύναμη F .



Λύση:

Γράφουμε το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στις 2 διαστάσεις

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

ή

$$F - 3 = 2.5a_x$$

$$9 = 2.5a_y$$

Μας δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης και άρα θα πάρω το γνωστό πυθαγόρειο

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(\frac{F-3}{2.5}\right)^2 + \left(\frac{9}{2.5}\right)^2} = 4$$

$$\sqrt{(F-3)^2 + 81} = 10$$

$$(F-3)^2 = 19$$

$$F-3 = \pm 4.36$$

$$F = 7.36 \text{ N}$$

ή

$$F = -1.36 \text{ N}$$

Επιλέγω τη θετική επειδή στο σχήμα η F είναι προς τα δεξιά

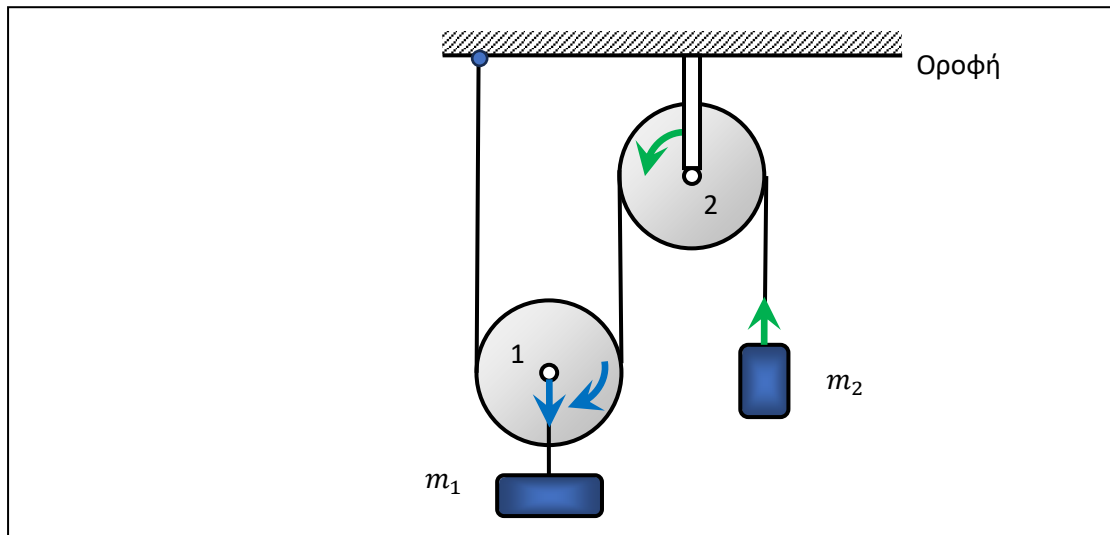
Επιπλέον ερώτηση: πώς μπορούμε να βρούμε τη φορά της επιταχύνσεως;

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{9}{F-3} = \frac{9}{4.36}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{9}{4.36}\right) = 64.1^\circ$$

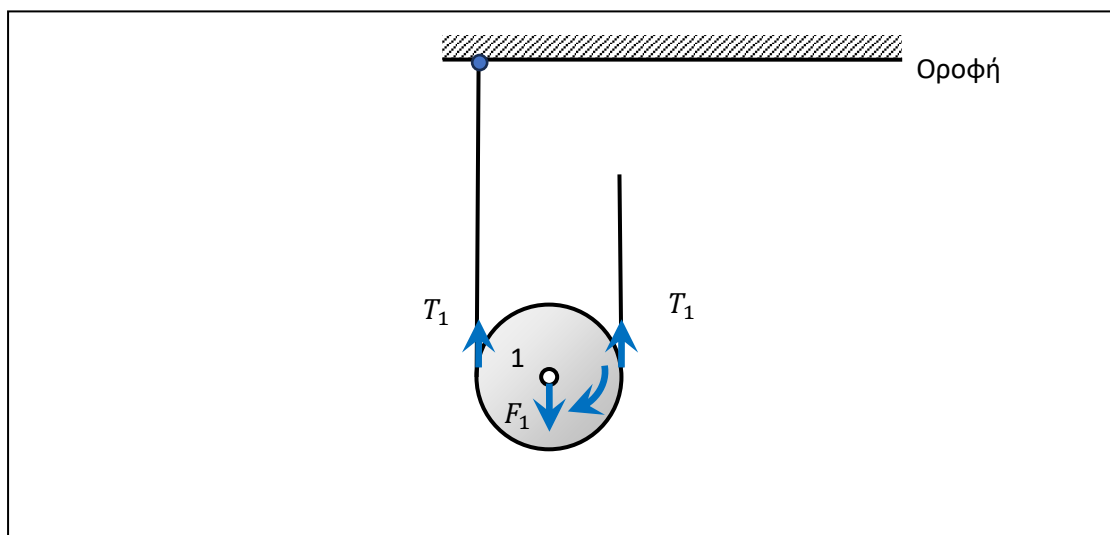
Παράδειγμα 4.5

Στο παρακάτω σχήμα οι τροχαλίες είναι ιδανικές. Εάν $m_1 = 20 \text{ kg}$ και $m_2 = 8 \text{ kg}$, Να βρεθεί η επιτάχυνση της μάζας m_2 . Έστω $g = 10 \text{ m/s}^2$ για ευκολία.



Λύση:

Όταν έχω δυνάμεις, σπάω το σχήμα σε επιμέρους σώματα και τοποθετώ τις δυνάμεις στο καθένα



Από νόμο του Newton για την τροχαλία 1

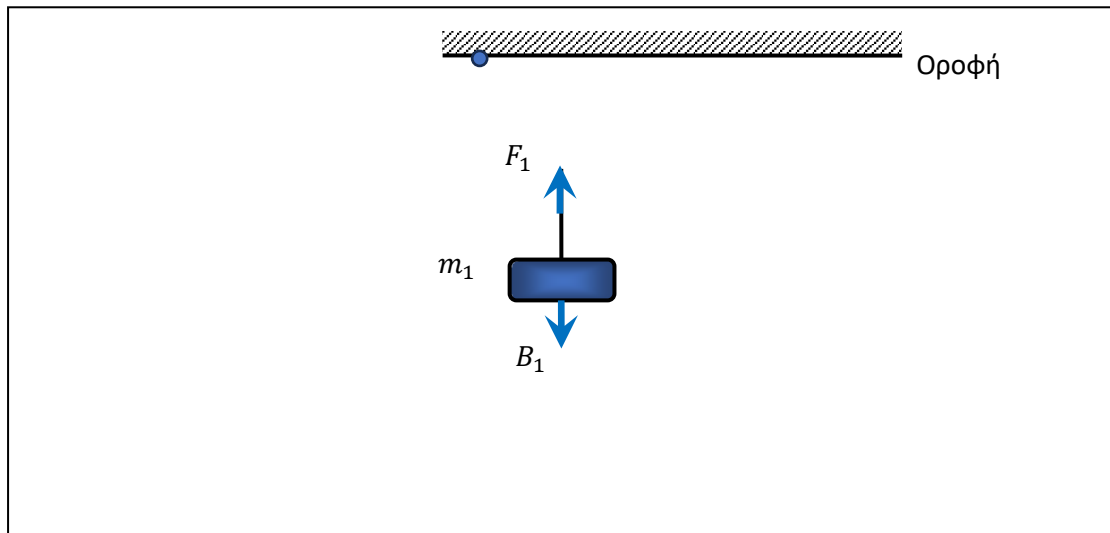
$$\Sigma F = ma = 0$$

(ιδανική Τροχαλία => μηδέν μάζα)

$$2T_1 - F_1 = 0$$

ή

$$F_1 = 2T_1$$



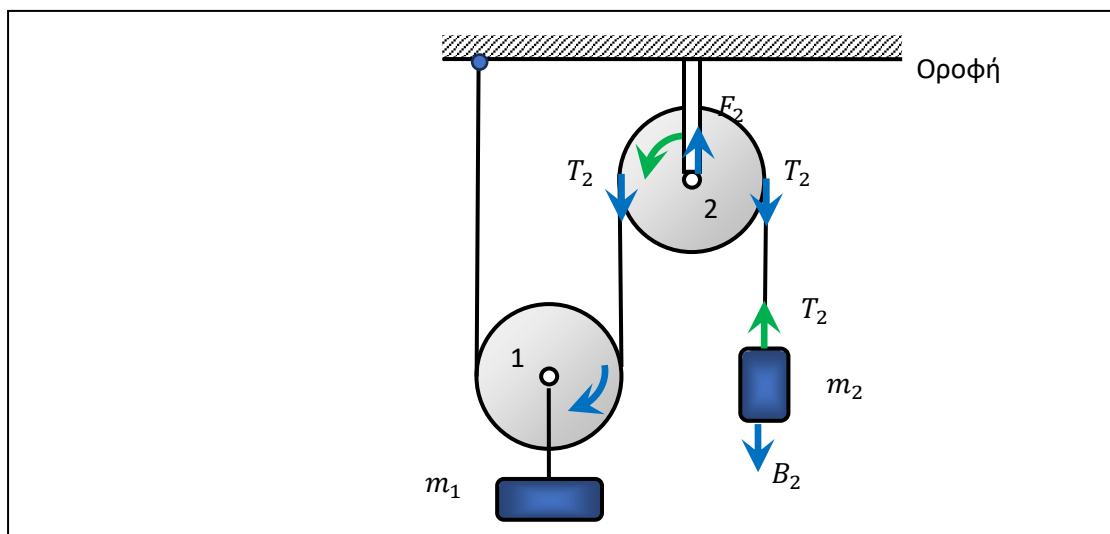
όπου $B_1 = m_1 g$. Από νόμο του Newton για το κουτί 1

$$\Sigma F = m_1 a_1$$

$$F_1 - B_1 = m_1 a_1$$

$$2T_1 - m_1 g = m_1 a_1$$

όπου a_1 η επιτάχυνσή του. Ομοίως τροχαλία 2 και κουτί 2



$$T_2 = T_1$$

(ιδανικό νήμα)

$$F_2 = 2T_2 = 2T_1$$

(ιδανική τροχαλία)

$$B_2 = m_2 g$$

2^{ος} Ν.Ν. κουτί 2

$$T_2 - B_2 = m_2 a_2$$

όπου a_2 η επιτάχυνση του κουτιού 2. Λόγω $T_1 = T_2$

$$T_1 - B_2 = m_2 a_2$$

Μέχρι τώρα έχω 2 εξισώσεις, κουτί 1 και 2 αντίστοιχα:

$$2T_1 - m_1 g = m_1 a_1$$

$$T_1 - m_2 g = m_2 a_2$$

Με την βοήθεια των ταχυτήτων προκύπτει (δες προ-προηγούμενη διάλεξη) ότι

$$a_2 = -2a_1$$

Συνδυάζοντας τις 3 εξισώσεις και χρησιμοποιώντας τα δεδομένα μπορούμε να λύσουμε και να έχουμε

$$a_2 = 1.54 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_1 = -0.77 \text{ ms}^{-2}$$

Από τη δεύτερη εξίσωση

$$T_1 = m_2 g + m_2 a_2 = 8(10 + 1.54) = 92.3 \text{ N}$$

Άσκηση (άσχετη)

Σε ένα σημειακό σώμα μάζας 0.5 kg δρα μια διανυσματική δύναμη με συνιστώσες

$$F_x = -10\cos 2t$$

$$F_y = -10\sin 2t$$

(α) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σώματος σε κάθε χρονική στιγμή εάν γνωρίζουμε ότι αρχικά στο $t = 0$ βρίσκεται επάνω στον άξονα στο $x = 5 \text{ m}$ και κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $v = 10 \text{ m/s}$ (β) Να βρεθεί η τροχιά του κινητού.

Λύση:

2^{ος} Ν.Ν.

$$a_x = \frac{F_x}{m} = -20\cos 2t$$

$$a_y = \frac{F_y}{m} = -20\sin 2t$$

Ολοκληρώνω για να βρω τις ταχύτητες

$$v_x = -10\sin 2t + c_1$$

$$v_y = 10\cos 2t + c_2$$

από αρχικές συνθήκες

$$\vec{v} = (v_x, v_y) = (0, 10)$$

προκύπτει

$$c_1 = c_2 = 0$$

Ξαναολοκληρώνω

$$x = 5\cos 2t + c_3$$

$$y = 5\sin 2t + c_4$$

από αρχικές συνθήκες

$$(x, y) = (5, 0)$$

προκύπτει

$$c_3 = c_4 = 0$$

οπότε

$$x = 5\cos 2t$$

$$y = 5\sin 2t$$