

## Έργο και Ισχύς

Ισχύς = Έργο / Χρόνο

$$P = \frac{W}{t}$$

Watt= J/s

1 HP ~ 750 W = 3/4 kWatt

KWh = kW x hour Ενέργεια

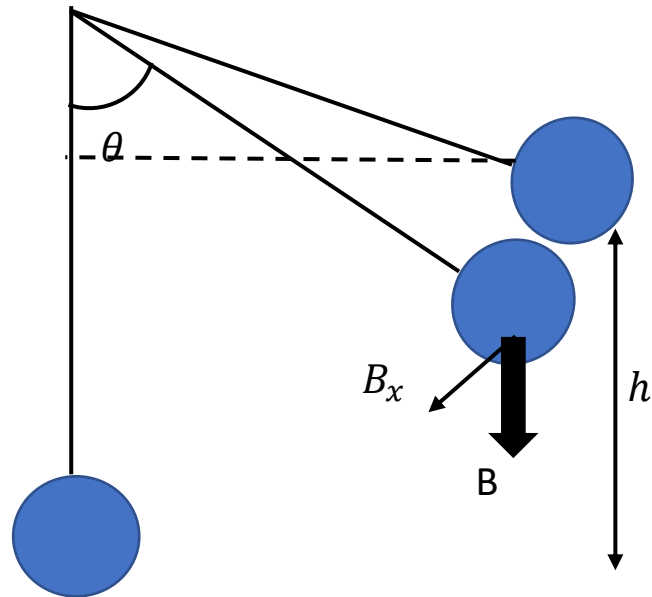
Έργο ευθύγραμμης κίνησης

$$W = \int_A^B F dx$$

Έργο περιστροφικής κίνησης

$$W = \int_A^B \tau d\theta$$

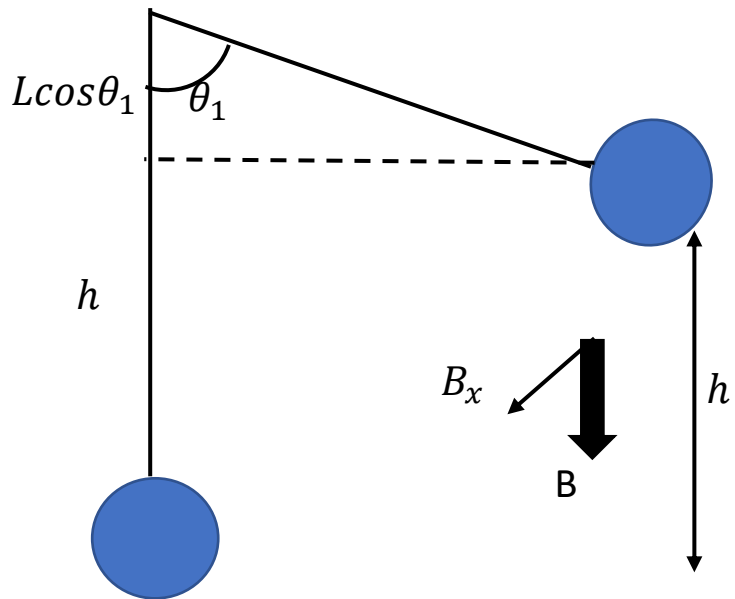
Παράδειγμα . Έργο βάρους σε εκκρεμές μάζας  $m$  και μήκους  $L$  από το χαμηλότερο σημείο μέχρι και ύψος  $h$



Μόνο η  $B_x = B \sin \theta$  προκαλεί ροπή

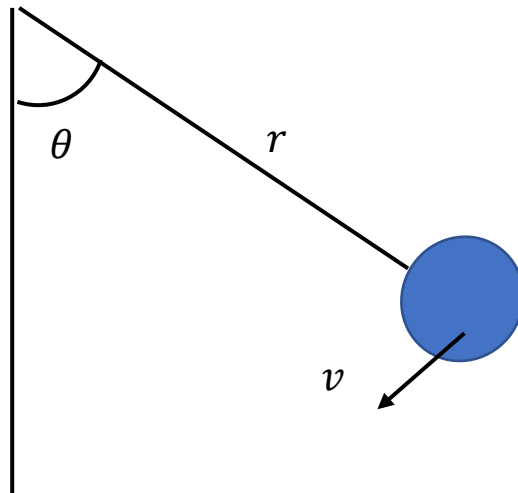
$$\tau = -B_x L = -BL \sin \theta$$

$$\begin{aligned}
 W &= -BL \int_{\theta=0}^{\theta_1} \tau d\theta = -BL \int_{\theta=0}^{\theta_1} \sin \theta d\theta = BL (\cos \theta) \Big|_0^{\theta_1} \\
 &= BL \cos \theta_1 - BL = -BL(1 - \cos \theta_1) = -Bh
 \end{aligned}$$



## Κινητική Ενέργεια

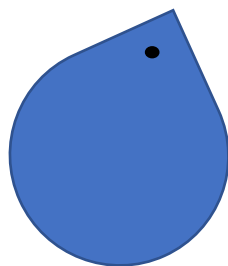
Έστω σημειακή μάζα που εκτελεί κυκλική τροχιά με ταχύτητα  $v$



Κινητική του ενέργεια

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Στερεό σώμα σε περιστροφή



«Τεμαχίζω» το σώμα σε σύνολο άπειρων σημειακών μαζών,  
η κάθε μία με μάζα

$$dm$$

Η κάθε μια έχει κινητική ενέργεια

$$dK = \frac{1}{2} dm v^2 = \frac{1}{2} dm \omega^2 r^2$$

Ολική κινητική ενέργεια

$$K = \int dK = \frac{1}{2} \omega^2 \int dm r^2$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

### Παράδειγμα 8.17

Οριζόντια λεπτή δοκός μάζας  $m$  και μήκους  $L$  μπορεί και περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από το ένα της άκρο με τη βοήθεια καρφιού  $K$  που είναι αναρτημένο σε κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος κρατιέται οριζόντια και στο  $t=0$  αφήνεται ελεύθερη να εκτελέσει περιστροφή υπό την επίδραση της βαρύτητας και σε χρόνο  $t_1$  έχει έρθει σε κατακόρυφη θέση. Να βρεθούν (α) Η αρχική ροπή του βάρους, (β) η αρχική γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου και η γραμμική επιτάχυνση του κέντρου μάζας, (γ) η ροπή του βάρους όταν η ράβδος σχηματίζει τυχαία γωνία ως προς την αρχική της θέση, και (δ) το έργο του βάρους μεταξύ της αρχικής θέσης και της κατακόρυφης θέσης της ράβδου.

(α)

$$\tau(0) = -\frac{mgL}{2}$$

(β) Ροπή αδράνειας  $I = 1/3 mL^2$

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = -\frac{mgL}{2\frac{1}{3}mL^2} = -\frac{3g}{2L}$$

$$a_{KM} = \alpha \frac{L}{2} = -\frac{3}{4}g$$

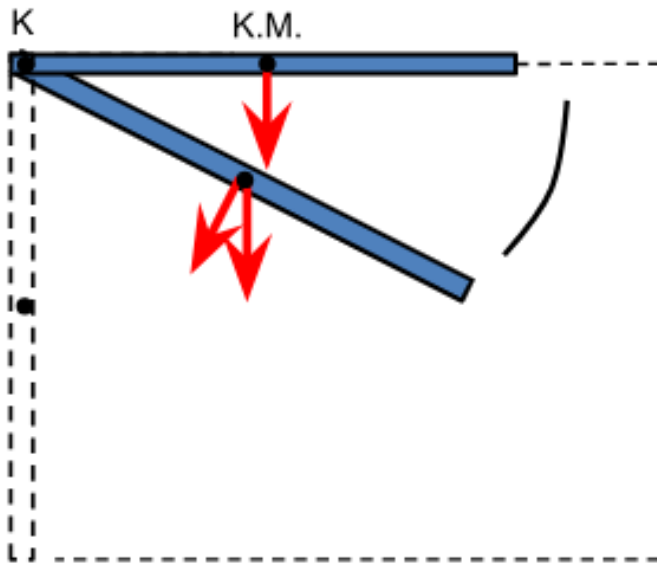
(γ) Όπως και με το εκκρεμές,

$$\tau(\theta) = -\frac{mgL}{2}\sin\theta$$

(δ) Τρόπος 1

Ορισμό έργου στην περιστροφή κίνηση

$$\begin{aligned} W &= \int_0^{\pi/2} \tau(\theta)d\theta = \int_0^{\pi/2} -\frac{mgL}{2}\sin\theta d\theta = \frac{mgL}{2}\cos\theta\Big|_0^{\pi/2} \\ &= \frac{mgL}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0\right) = \frac{mgL}{2} \end{aligned}$$



2<sup>ο</sup> τρόπος

ΑΔΜΕ

$$W = K_{tel} - K_{arx} = \frac{1}{2}I\omega^2 - 0 = \frac{1}{2} \frac{1}{3}mL^2$$

