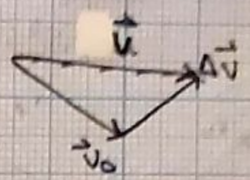
Ώθηση - Ορμή

ορμή: $\vec{p} = m\vec{v}$ $\begin{cases} p_x = m v_x \\ p_y = m v_y \end{cases}$ συνιστώσες

Συνήθως μας ενδιαφέρει η ορμή
ΠΡΙΝ κ' ΜΕΤΑ κάποιου γεγονότος

Ορμή
ΠΡΙΝ $\vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0$
ΜΕΤΑ $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Μεταβολή ορμής



$$\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = m(\vec{v} - \vec{v}_0) = m\Delta\vec{u}$$

2ος Ν.Ν: $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m\dfrac{d\vec{u}}{dt} = \dfrac{d(m\vec{u})}{dt} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

σταθερό m

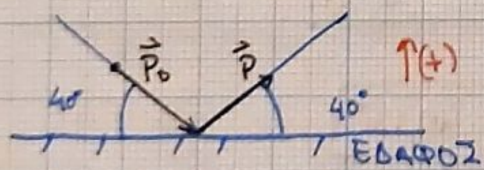
⇒ Εναλλακτικός Ορισμός του 2ου Ν.Ν: $\boxed{\Sigma\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}}$ $\Rightarrow d\vec{p} = \Sigma\vec{F}dt$ ← ορισμός στη διάστημα

↳ γενικός ορισμός γιατί ισχύει και για μεταβλητή μάζα

π.χ. Για μια στιγμιαία δύναμη $\vec{F}$: $\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$

Παράδειγμα 5.3

Μπάλα του τένις μάζας 0,02kg προσπίπτει στο έδαφος (λείο) με ταχύτητα 25 m/s και γωνία 40° ως προς αυτό. (χωρίς τριβή)
Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής (πριν - μετά) κατά την αναπήδηση από το έδαφος εάν η γωνία ανάκλασης ισούται με τη γωνία πρόσπτωσης κ' δεν υπάρχει τριβή στο έδαφος.



↑(+) $p_0 = m v_0 \Rightarrow p_0 = \dfrac{20}{1000} \cdot 25 \Rightarrow p_0 = 0{,}5\ kg\frac{m}{s}$

Συνιστώσες: $p_{0x} = p_0 \cos 40° = 0{,}5 \cdot 0{,}766$

$\Rightarrow \boxed{p_{0x} = 0{,}383\ kg\frac{m}{s}}$

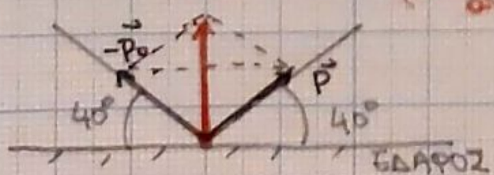
$p_{0y} = -p_0 \sin 40° \Rightarrow p_{0y} = -0{,}5 \cdot 0{,}642 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{p_{0y} = -0{,}321\ kg\frac{m}{s}}$

Οριζόντια Δύναμη

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow a_x = 0 \rightarrow \underset{\text{ΠΡΙΝ}}{v_{0x}} = \underset{\text{ΜΕΤΑ}}{v_x} \Rightarrow v_0 \cos 40° = v \cos 40° \Rightarrow v_0 = v$

$\Delta\vec{p}$: κατά μήκος δύναμης της κατακόρυφη (κατακόρυφη αντίδραση)

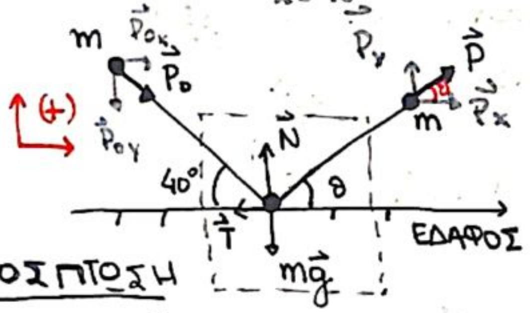


$\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$

$\Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{p} + (-\vec{p}_0)$

* Να λυθεί το προηγούμενο παράδειγμα εάν υπάρχει τριβή 10% της κάθετης αντίδρασης κ' ο χρόνος αλληλεπίδρασης δαπέδου-μάζας είναι 20ms. Να βρεθούν τα νέα υ, θ.

$20\,ms = 20\cdot 10^{-3}\,sec$



ΑΡΧΙΚΑ

$p_0 = m v_0 \Rightarrow p_0 = 0,02\cdot 25 \Rightarrow \boxed{p_0 = 0,5\ kg\cdot\frac{m}{s}}$

$p_{0x} = p_0\cos 40^\circ = 0,5\cdot 0,766 \Rightarrow \boxed{p_{0x} = 0,383\ kg\frac{m}{s}}$

$p_{0y} = p_0\sin 40^\circ = -0,5\cdot 0,642 \Rightarrow \boxed{p_{0y} = -0,321\ kg\frac{m}{s}}$

ΠΡΟΣΠΤΩΣΗ

$\sum\vec F_x = \frac{d\vec p_x}{dt} \Rightarrow d\vec p_x = \vec T\cdot dt \Rightarrow p_x - p_{0x} = -0,1\,N\,dt \overset{(*)}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow p_x = p_{0x} - 0,1\,mg\,dt \Rightarrow p_x = 0,383 - \cancel{0,1}\cdot 0,02\cdot\cancel{10}\cdot 20\cdot 10^{-3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{p_x = 0,382\ kg\cdot\frac{m}{s}}$

(*) $\sum\vec F_y = \vec 0 \Rightarrow \vec N + m\vec g = \vec 0 \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$

$\Downarrow$

$\frac{d\vec p_y}{dt} = \vec 0 \Rightarrow \Delta\vec p_y = \vec 0 \Rightarrow p_y = -p_{y0} \Rightarrow \Rightarrow p_y = -(-0,321)\ kg\,m/s$

$\Rightarrow \boxed{p_y = 0,321\ kg\frac{m}{s}}$

ΤΕΛΙΚΑ

$\vec p = \vec p_x + \vec p_y \Rightarrow p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \Rightarrow \boxed{p = 0,498\ kg\cdot\frac{m}{s}}$

$\eta\mu\,\theta = \frac{p_y}{p} \Rightarrow \sin^{-1}\left(\frac{0,321}{0,498}\right) = \boxed{\theta = 40,13^\circ}$

Ορισμός Ώθησης: $\vec{\Omega} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$: ώθηση μεταξύ δύο χρονικών στιγμών

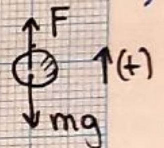
$$\vec{\Omega} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{\cancel{dt}} \cancel{dt} = \int_{p_1}^{p_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \underline{\Delta \vec{p}}$$

Παράδειγμα 5.4

Αθλητής Άλματος εις ύψος, βάρους 75 kg προσγειώνεται στο στρώμα με 8 m/s και έρχεται σε πλήρη ακινησία μετά από 3 sec

(α) Να υπολογίσετε τη δύναμη που δέχεται από το στρώμα ο αθλητής εάν θεωρηθεί $\simeq$ σταθερή

(β) Να βρείτε το ίδιο εάν ο αθλητής προσέπιπτε σε τσιμεντένιο δάπεδο με αντίστοιχο χρόνο επιβράδυνσης $\underline{0{,}25 \text{ sec}}$. $\{ g \simeq 10 \, m/s^2 \}$



Στη 1η διάσταση

(α) $\int_0^{\Delta t} F dt = \Delta p = p_2 - p_1$ || F: σταθερό, $p_2 = 0$ – τελικά ηρεμία –

$p_1 = m v_1 = 75 \cdot 8 = 600 \text{ kg} \cdot m/s$ (SI)

$\Sigma F_y \Delta t = 0 - (p_1) \Rightarrow F - mg = \frac{p_1}{\Delta t} \Rightarrow F - 750 = -\frac{600}{3} \Rightarrow F = 750 + 200$

$\Rightarrow \boxed{F = 950 N}$

(β) $\int_0^{\Delta t'} F' dt = \Delta p' = p_2' - p_1'$, ομοίως F: σταθ κ' $p_2' = 0$

$p_1' = p_1 \overset{\uparrow(+)}{=} -m \cdot v_1 = -600 \text{ kg} \cdot m/s$ (SI)

$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \Sigma F \cdot \Delta t' = \Delta p \Rightarrow (F' - mg) \cdot \Delta t' = \cancel{p_2'}^{\,0} - p_1'^{\,-p_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow (F' - 750) \cdot \overset{1/4}{0{,}25} = 0 - (-600) \Rightarrow F' - 750 = 2400 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{F' = 1.650 N}$

$\Downarrow$

Η δύναμη είναι τόσο μεγάλη που θεωρητικά θα έσπαζε τα κόκαλα του αθλητή, δεν μπορεί το ανθρώπινο σώμα να αντέξει τόση δύναμη