
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

ΠΑΤΡΑ, ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2025

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

- 1 Σκοπός
- 2 Προσδιορισμός της επιτάχυνσης της βαρύτητας
- 3 Πειραματική διάταξη
- 4 Πειραματική διαδικασία
- 5 Σύνοψη ομαδική εργασία
- 6 Βιβλιογραφία

1 Σκοπός

Στην άσκηση προσδιορίζεται η επιτάχυνση της βαρύτητας και συγκρίνεται η τιμή της με την αντίστοιχη τιμή από την βιβλιογραφία.

ΛΕΞΕΙΣ-ΚΛΕΙΔΙΑ

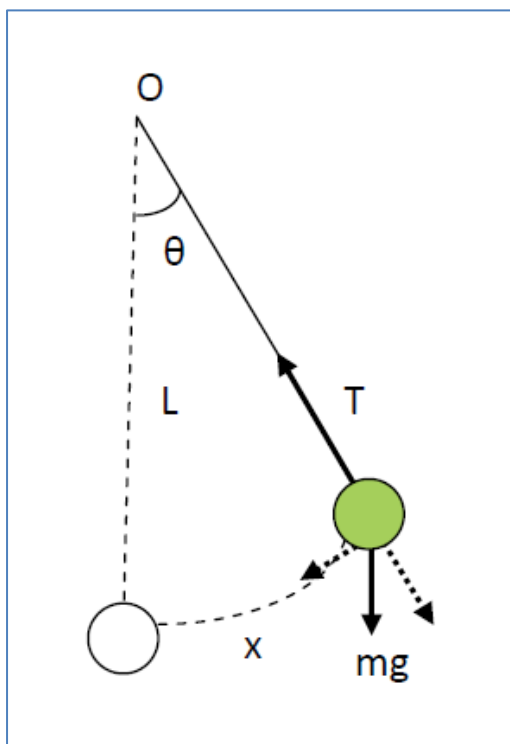
Χρόνος, μήκος, απλό εκκρεμές, επιτάχυνση της βαρύτητας, κέντρο μάζας

2 Προσδιορισμός της επιτάχυνσης της βαρύτητας

Το απλό εκκρεμές αποτελείται από ένα βαρίδι μάζας m , θεωρητικά σημειακό, που αναρτάται από ένα αβαρές νήμα. Όταν το εκκρεμές είναι σε θέση ισορροπίας, το νήμα είναι κατακόρυφο. Όταν το βάρος μετακινηθεί κατά μια μικρή γωνία ($< 5^\circ$) από τη θέση ισορροπίας του, τότε το εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T που δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} \quad (2)$$

όπου L είναι το μήκος του νήματος και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Είναι αυτονόητο ότι όταν μεταβάλλεται το L θα μεταβάλλεται και το T . Η απόδειξη της παραπάνω σχέσης, είναι ως εξής:



Από την καθημερινή μας εμπειρία γνωρίζουμε ότι εάν εκτρέψουμε το εκκρεμές κατά μια μικρή γωνία σε σχέση με την κατακόρυφο, τότε αυτό θα εκτελέσει ταλαντώσεις γύρω από αυτή σε τροχιά τόξου. Θεωρήστε το εκκρεμές στο διπλανό σχήμα σε τυχαία γωνία θ . Στη μάζα ασκούνται δυο δυνάμεις, το βάρος του mg και η τάση T του νήματος. Είναι βολικό να αναλύσουμε τις δυνάμεις αυτές κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς και κατά μήκος του νήματος (συμπίπτει με την διεύθυνση της ακτίνας και άρα κάθετη στην κυκλική τροχιά). Κατά μήκος του νήματος, η συνολική δύναμη $T - mg \cos\theta$ παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου ενώ κατά μήκος της τροχιάς η $F = -mg \sin\theta$ παίζει τον ρόλο της δύναμης επαναφοράς. Το μείον έχει την έννοια του ότι η F έχει αντίθετο πρόσημο από αυτό της γωνίας θ . Από τη δεξιά μεριά π.χ. της κατακορύφου $\theta > 0$ ενώ η F είναι αρνητική (προς την

κατεύθυνση $-x$) και αντίθετα στην αριστερή μεριά. Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς δίνει

$$F = ma \Rightarrow mx'' = -mg \sin\theta \quad (3)$$

όπου $a = x''$ είναι η επιτάχυνση της μάζας και ο διπλός τόνος συμβολίζει διπλή παραγώγιση ως προς το χρόνο. Στην παραπάνω διαφορική εξίσωση πρέπει να συσχετίσουμε το x με το θ . Το x είναι το μήκος του τόξου και γνωρίζουμε από απλή γεωμετρία ότι ισούται με την ακτίνα L επί την γωνία θ (ισχύει μόνο για γωνίες σε ακτίνια). Έτσι η διαφορική εξίσωση γίνεται

$$x'' = -g \sin\left(\frac{x}{L}\right) \quad (4)$$

Αυτή είναι μια μη γραμμική εξίσωση και δεν λύνεται εύκολα. Άλλωστε στο εκκρεμές μας ενδιαφέρουν μόνο οι μικρές γωνίες θ και έτσι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση $\sin\theta \sim \theta$. Έτσι σε αυτήν την προσέγγιση

$$x'' = -g \frac{x}{L} \quad (5)$$

η οποία έχει αρμονική λύση $x = x_0 \sin\omega t$ με $\omega^2 = g/L$ και επομένως περίοδο T που δίνεται από την

$$T^2 = (2\pi)^2 \frac{L}{g} \quad (6)$$

που είναι ουσιαστικά η απόδειξη της Εξ. (2).

Στο πείραμα μπορούμε να καταγράψουμε μια σειρά από διαφορετικές τιμές της περιόδου για διαφορετικές τιμές του νήματος L . Το L μετριέται με μια μετροταινία, ενώ το T μετριέται με χρονόμετρο. Συνήθως αφήνουμε το εκκρεμές να ταλαντωθεί για μια σειρά από διαδοχικές περιόδους, (π.χ. για 10), και μετρούμε έτσι με μεγαλύτερη ακρίβεια το χρόνο μιας περιόδου (γιατί;). Η εξίσωση (6) μπορεί να θεωρηθεί ως μια γραμμική σχέση της μορφής

$$y = \lambda x \quad (8)$$

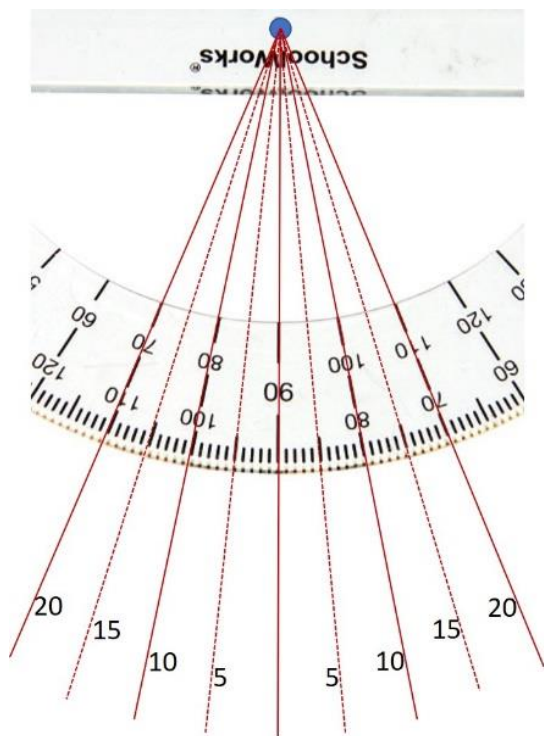
όπου $y = T^2$, $\lambda = 4\pi^2/g$ και $x = L$. Έτσι εάν απεικονίσουμε τις τιμές (x, y) σε ένα μιλλιμετρέ χαρτί, θα προκύψει μια ευθεία γραμμή, η κλίση λ της οποίας θα μας δώσει την τιμή g της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

3 Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από μια κατακόρυφη βάση στήριξης (στατώ), ένα κομμάτι αβαρούς νήματος, ένα βαρίδι γνωστής μάζας, μετροταινία και ψηφιακό χρονόμετρο.

4 Πειραματική διαδικασία

Το βαρίδι (ζύγι) του πειράματος έχει σχήμα ορθού κώνου (κρεμασμένος με την κορυφή προς τα κάτω). Θεωρητικά η απόσταση L στην Εξ. 2 ορίζεται από το σημείο ανάρτησης του νήματος μέχρι το



κέντρο βάρους του σώματος. Δεδομένου ότι αυτό το σημείο βρίσκεται στο εσωτερικό του κωνικού σώματος και άρα είναι μη προσβάσιμο, μετράμε το L είτε μέχρι την βάση είτε μέχρι την κορυφή του κώνου. Έστω ότι ο ορθός κώνος έχει ύψος h και ακτίνα r . Μετρήστε αυτές τις δυο διαστάσεις (με χάρακα και διαστημόμετρο) για τον υπολογισμό αργότερα του κέντρου βάρους του κώνου.

Απομακρύνετε το εκκρεμές από τη θέση ισορροπίας του κατά γωνία $\theta \leq 5^\circ$ (Δείτε το διπλανό σχήμα) και αφήστε το ελεύθερο.

Αφού αφήσετε 1 – 2 πλήρεις αιωρήσεις, μετρήστε στη συνέχεια με το χρονόμετρο του κινητού σας το t_n , τον χρόνο n πλήρων αιωρήσεων. Να γίνει αυτό για πέντε (5) διαφορετικές τιμές του L συμπεριλαμβάνοντας

την μεγαλύτερη και μικρότερη δυνατή απόσταση. Το κάθε μέλος της ομάδας μετράει ένα διαφορετικό αριθμό ταλαντώσεων n από την λίστα $n = 10, 8, 6, 5$. Να συμπληρώσετε στον παρακάτω πίνακα τα δεδομένα σας .

n	L (cm)	t_n (s)

5 Σύντομη ομαδική έκθεση

ΠΕΡΙΛΗΨΗ - ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ/ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΑΡΑΤΗΜΑ (φύλλο μετρήσεων)

Κάθε ομάδα παραδίδει μια έκθεση. Η τελική μορφή της έκθεσής θα πρέπει να ακολουθεί πιστά τις οδηγίες συγγραφής που δίνονται στα «Έγγραφα» στις [ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΡΓ 2024](#).

Κάθε έκθεση ελέγχεται για λογοκλοπή με το πρόγραμμα [Turnitin](#). Σε περίπτωση [λογοκλοπής](#) άνω του 30%, η έκθεση θα αξιολογηθεί με 0/10.

- ✓ Το όνομα του αρχείου περιέχει μόνο το αντίστοιχο τμήμα και τον αριθμό μητρώου των συμμετεχόντων φοιτητών, για παράδειγμα τμήμα Α1 και ΑΜ = 1020875, 103567 -> Α1-1020875-103567.pdf.
- ✓ Η ομαδική εργασία μεταφορτώνεται **μόνο** από **ένα μέλος** της ομάδας.
- ✓ Η εργασία θα παραδίνεται αυστηρά μέχρι δυο εβδομάδες μετά την εκτέλεση της άσκησης ηλεκτρονικά μέσω του eclass «Εργασίες» στο πλαίσιο της σχετικής άσκησης. Εάν δεν τηρηθεί η προθεσμία, θα αφαιρεθούν πόντοι.
- ✓ Κατά προτίμηση, οι εργασίες πρέπει να ανεβαίνουν σε μορφή PDF αφού πρώτα συνταχθεί σε WORD. Τα σχόλια του βαθμολογητή μπορούν να φανούν μόνο σε υπολογιστή με εφαρμογή που ανοίγει τέτοιου είδους αρχεία, όπως το Adobe Reader και όχι σε φυλλομετρητές του διαδικτύου ή σε κινητά. Εκεί τα σχόλια δεν εμφανίζονται ορθά.

Ζητούνται τα ακόλουθα στο κεφάλαιο «αποτελέσματα»:

- (1) Να συμπληρώσετε στον παρακάτω πίνακα τα δεδομένα σας (το κάθε μέλος της ομάδας μέτρησε ένα διαφορετικό αριθμό ταλαντώσεων n από την λίστα $n = 10, 8, 6, 5$).

n	t_n (s)	T (s)	T^2 (s ²)	L (cm)

- (2) Να γίνει η γραφική παράσταση $T^2 - L$ των μετρήσεών σας ως εξής: Για κάθε διαφορετικό n να χρησιμοποιηθεί και ένα διαφορετικό σύμβολο (π.χ. ●○■□▲△▼▽) στην ίδιο **κοινό** γράφημα στο χέρι σε χαρτί μιλλιμετρέ. Ακολουθώντας για κάθε set διαφορετικών συμβόλων, να χαραχθεί μια ευθεία. Οι ευθείες **ΔΕΝ** περνάνε απαραίτητα από τους συντεταγμένες (0, 0) ($T^2 = 0, L = 0$).
- (3) Από το set δεδομένων **με το μεγαλύτερο n** , να υπολογιστεί με την **μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων** η κλίση της ευθείας και η τιμή του g . **Πρέπει** να κατασκευάσετε για τον σκοπό αυτόν ένα πινακάκι με τις τιμές σας x_i, y_i καθώς και τις τιμές $x_i y_i$ και x_i^2 , και στην τελευταία γραμμή να υπολογίσετε τα αντίστοιχα αθροίσματα. Με βάση αυτά τα αθροίσματα, να υπολογίσετε την κλίση λ η οποία σύμφωνα με την θεωρία δίνεται από τον τύπο

$$\lambda = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - \sum x_i^2}$$

- (4) Να συγκριθεί η πειραματική τιμή που βρήκατε για το g με τη θεωρητική τιμή του και να δικαιολογηθούν οι αποκλίσεις, εάν υπάρχουν.

- (5) Να βρεθεί από το γράφημα στο (2) το συστηματικό σφάλμα του μήκος δL . Για τον ορθό κώνο του πειράματος με ύψος h και διάμετρο d , υπολογίστε το κέντρο βάρους του και εξηγήστε πώς συσχετίζεται με το συστηματικό σφάλμα. Αυτό το σφάλμα είναι εντονότερο για μεγαλύτερο μήκος L ή για μικρότερο;
- (6) Σχολιάστε για τα σφάλματα δt_n του χρόνου t_n και δL του μήκους L που λάβατε στο πείραμα. Ποια είναι η ακρίβεια των οργάνων σας για αυτές τις ποσότητες; Θα μπορούσατε για αυτές τις μετρήσεις να πάρετε ως σφάλμα το μισό της ακρίβειας; Εάν όχι, τι πήρατε για σφάλμα, δικαιολογήστε την απάντησή σας.
- (7) Από το σφάλμα δt_n του χρόνου t_n που λάβατε στο πείραμα, πως υπολογίσατε το σφάλμα δT της περιόδου T ; Σχολιάστε εάν οι n επαναλήψεις του πειράματος σας βοηθούν σε κάτι. Γιατί δεν μετράμε τον χρόνο της μιας περιόδου απευθείας;

6 Βιβλιογραφία

- [1] [ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΦΑΛΜΑΤΑ 2024](#)
- [2] Μ. Πηλακούτα «[Μετρήσεις-Αβεβαιότητα Μετρήσεων, Εργαστήριο Φυσικής](#)»,