

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ

Εισαγωγικές Έννοιες

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

Τμήμα Χημικών Μηχανικών

Πανεπιστήμιο Πατρών

2022

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	
Α. ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ	1
Β. ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ	6
Γ. ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ	7
Δ. ΣΥΓΓΡΑΦΗ ΑΝΑΦΟΡΑΣ	11
Ε. ΑΣΚΗΣΕΙΣ	12

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διαδικασία:

- Κάθε δυο εβδομάδες εργαστήριο, μια ημέρα μόνο (ανάλογα με την ομάδα), διάρκεια 3 με 5 ώρες
- Θα λαμβάνετε μετρήσεις – υπογραφή διδάσκοντα στο φύλλο μετρήσεων !!!
- Πρέπει να συντάξετε μια αναφορά σε Word (και ίσως μαζί με Excel) μέσα σε μια εβδομάδα και να την ανεβάσετε στο Eclass στις Εργασίες.
- Βαθμολόγηση Αναφορές 60% - Τελική Εξέταση 40% αλλά ελάχιστος βαθμός και στα δυο το 5

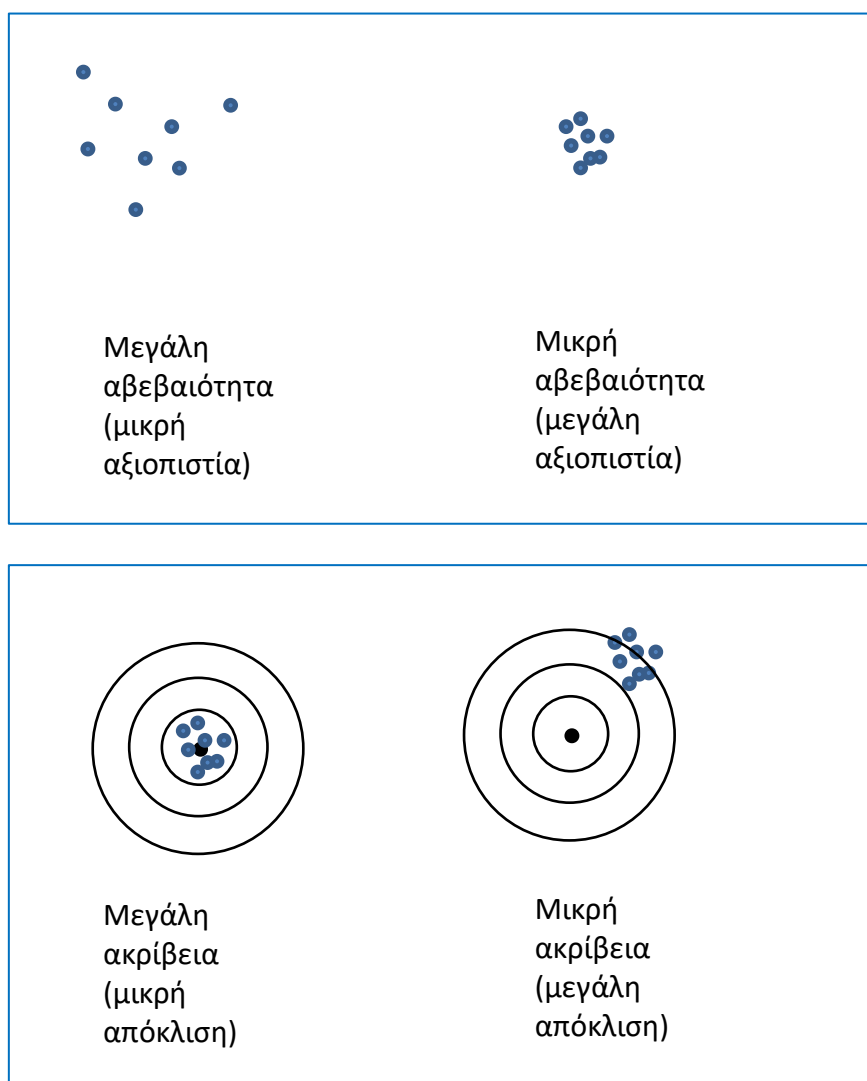
Σκοπός:

- Παίρνουμε μετρήσεις,
- καταγράφουμε σε πίνακες,
- επεξεργασία των μετρήσεων,
- ελέγχουμε ισχύ ενός νόμου. π.χ. εάν $A = c B$ τότε η γραφική παράσταση A συναρτήσει B, πρέπει να δίνει ευθεία
- Εάν δεν μπορούμε να επαληθεύσουμε τον νόμο, προσπαθούμε να αιτιολογήσουμε τι πήγε λάθος
- Επίσης μπορούμε να προτείνουμε βελτιώσεις στο πείραμά μας

A. ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ:

Όταν στο εργαστήριο μετρούμε μια ποσότητα, π.χ. ένα μήκος 2.4 cm (σημείωση: Στις παρούσες σημειώσεις χρησιμοποιείται η τελεία ως υποδιαστολή, π.χ. 3.14), πρέπει ταυτόχρονα να προσδιορίζουμε και τη λεγόμενη "αβεβαιότητα" της ή "σφάλμα", π.χ. ± 0.2 cm, το οποίο μας δείχνει ενδεικτικά την διακύμανση γύρω από την μετρήσιμη τιμή. Πως προκύπτει όμως αυτή η διακύμανση; Γιατί η μετρήσιμη τιμή να μην είναι ακριβώς 2.4 cm; Ας ορίσουμε όμως πρώτα δυο κοντινές αλλά διαφορετικές έννοιες, την αβεβαιότητα και την ακρίβεια:

1. Αβεβαιότητα και Ακρίβεια.



Έτσι στο εργαστήριο γράφουμε τις μετρήσεις με την μορφή

$$a = 10.4 \pm 0.2 \text{ m/s}^2$$

όπου το ± 0.2 cm εκφράζει την αβεβαιότητα. Η ακρίβεια έχει να κάνει με την σωστή μέτρηση π.χ. εάν η παραπάνω μέτρηση εκφράζει την επιτάχυνση της βαρύτητας, τότε έχει απόκλιση

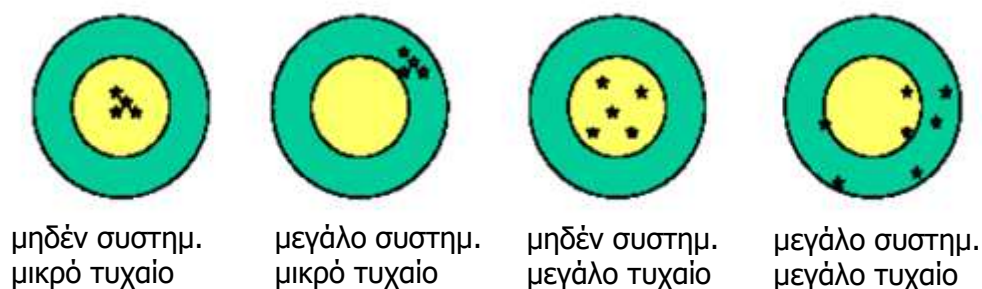
$$\frac{10.4 - 9.81}{9.81} = 0.06$$

ή 6%

2. Συστηματικά σφάλματα και τυχαία σφάλματα:

Σχετική έννοια με την πιστότητα είναι και το λεγόμενο "**συστηματικό σφάλμα**" το οποίο καμιά φορά όταν είναι παρόν, επηρεάζει τις τιμές μας προς μια κατεύθυνση, π.χ. ένας μη βαθμονομημένος ζυγός ο οποίος δείχνει τιμή 2 kg απουσία κάποιου βάρους επάνω του λόγω φθοράς του εσωτερικού του μηχανισμού (π.χ. χαλάρωση κάποιου ελατηρίου). Τότε αυτός ο ζυγός θα δείχνει όλες τις τιμές με αυξημένο βάρος 2 kg (προσοχή μην τον χρησιμοποιήσετε για να βρείτε το βάρος σας, θα απογοητευτείτε!). Τα συστηματικά σφάλματα αντιπαραβάλλονται με τα λεγόμενα "**τυχαία σφάλματα**" που είναι σφάλματα αστάθμητων παραγόντων που πολλές φορές δεν μπορούν να προβλεφθούν και να διορθωθούν αλλά επηρεάζουν την μέτρηση κατά τυχαίο τρόπο και όχι προς μια κατεύθυνση. Έτσι εάν ξανα-εξετάσουμε την παραπάνω εικόνα με κριτήρια συστηματικών - τυχαίων σφαλμάτων, παίρνουμε το εξής:

Σφάλματα: Συστηματικά Τυχαία



Πως όμως προσδιορίζουμε την αβεβαιότητα (ή σφάλμα) ± 0.2 μιας μετρούμενης ποσότητας;

2α. Μια μοναδική μέτρηση. Η αβεβαιότητα έχει να κάνει με την ακρίβεια του οργάνου μας. Μερικά παραδείγματα θα διαφωτίσουν την ιδέα της αβεβαιότητας:

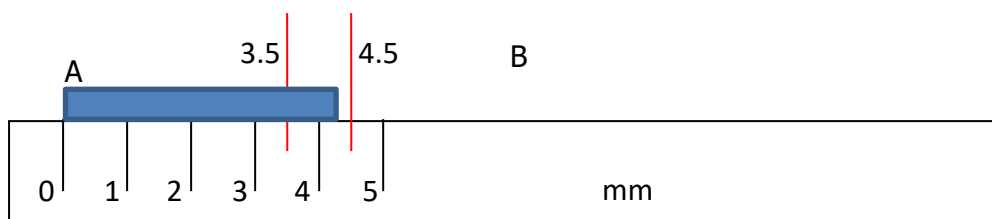
Παράδειγμα 1. Χρησιμοποιούμε ένα απλό χάρακα για να μετρήσουμε κάποιο μήκος χ. Ως γνωστόν, στον χάρακα αναγράφονται επάνω του τα εκατοστά όμως οι πολύ υψηλές γραμμές, γνωστές ως "**υποδιαίρέσεις**", είναι τα χιλιοστά. Αυτό γίνεται για οικονομία χώρου, δηλαδή εάν αναγράφονταν όλα τα χιλιοστά, θα έχει γεμίσει όλος ο χάρακας με τιμές και θα ήταν πολύ δύσκολη η χρήση του. Έτσι η ελάχιστη υποδιαίρεση του χάρακα είναι το 1 mm και λέμε ότι ο χάρακας έχει "**ακρίβεια**" ένα χιλιοστό, δηλαδή η ακρίβεια ενός οργάνου = ελάχιστη υποδιαίρεσή του.



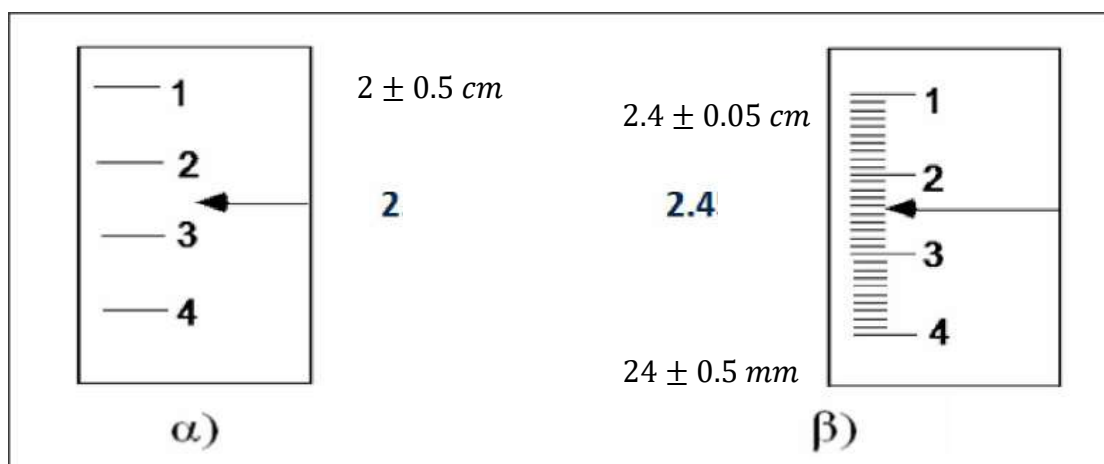
Παρακάτω απεικονίζονται τα 5 πρώτα mm του χάρακα σε μορφή σκίτσου και έστω ότι θέλουμε να μετρήσουμε το μήκος ενός μικρού αντικειμένου AB. Εάν το μετρήσιμο μήκος είναι ακριβώς 4 mm γράφουμε $x = 4 \text{ mm}$. Εάν όμως το μήκος είναι 4.1 mm και επειδή ο χάρακας δεν μας δίνει καλύτερη ακρίβεια από 1 mm, το γράφουμε και πάλι 4 mm. Ομοίως για το 4.2, το 4.3, το 4.4 και οριακά μέχρι και το 4.5. Από 4.6 και πάνω το μάτι μας το βλέπει το μήκος ως 5 mm. Με την ίδια λογική, ότι είναι από 3.5 έως και 4.0 το γράφουμε και πάλι 4 mm. Έτσι εάν μια μέτρηση είναι 4 mm πρέπει να γράψουμε

$$x = 4 \pm 0.5 \text{ mm}$$

που σημαίνει ότι το μήκος που μετρήσαμε μπορεί να έχει οποιαδήποτε τιμή μέσα στο εύρος από 3.5 έως και 4.5 mm. Αυτή η διακύμανση $\pm 0.5 \text{ mm}$ ονομάζεται "**σφάλμα**" της μέτρησης (**αβεβαιότητα**) το οποίο είναι στην ουσία το μισό της ακρίβειας του οργάνου



Π.χ. για δυο διαφορετικούς χάρακες που μετράνε το ίδιο μήκος με διαφορετική ακρίβεια:



Είδαμε ότι το σφάλμα το λαμβάνουμε ως το μισό της ακρίβειας του οργάνου. Αυτό δεν είναι πάντοτε ο κανόνας όπως φαίνεται και στο επόμενο παράδειγμα.

Παράδειγμα 2. Σε πολλά ποτάμια υπάρχει τοποθετημένη μια κλίμακα μέτρησης του βάθους του νερού (δείτε παρακάτω εικόνα). Έστω ότι η κλίμακα αυτή έχει ακρίβεια 0.02 m. Σε μια ήρεμη ημέρα χωρίς κυματισμό, έστω ότι μετράμε 2.60 m οπότε σε συμφωνία με το προηγούμενο παράδειγμα, πρέπει να γράψουμε

$$h = 2.60 \pm 0.01 \text{ m}$$



Κοιτώντας προσεκτικά την φωτογραφία βλέπουμε ότι στη δεξιά μεριά της κλίμακας η μέτρηση είναι κοντά στο 2.60 m ενώ στην αριστερή μεριά είναι πιο κοντά στο 2.58 m. Ποια τιμή είναι η σωστή; Απάντηση: Καμία από τις δύο! Εάν πάρουμε πάρα πολλές μετρήσεις θα δούμε ότι υπάρχει μία διακύμανση σε αυτές. Επομένως σε αυτή την περίπτωση πρέπει να πάρουμε το μέσον όρο και να εκφράσουμε κάπως και αυτή η διακύμανση.

Εάν παίρναμε μια μόνο μέτρηση, θα γράφαμε

$$h = 2.60 \pm 0.02 \text{ m}$$

δηλαδή το σφάλμα το εκτιμούμε με βάση την εμπειρία μας, δεν υπάρχει απόλυτος κανόνας.

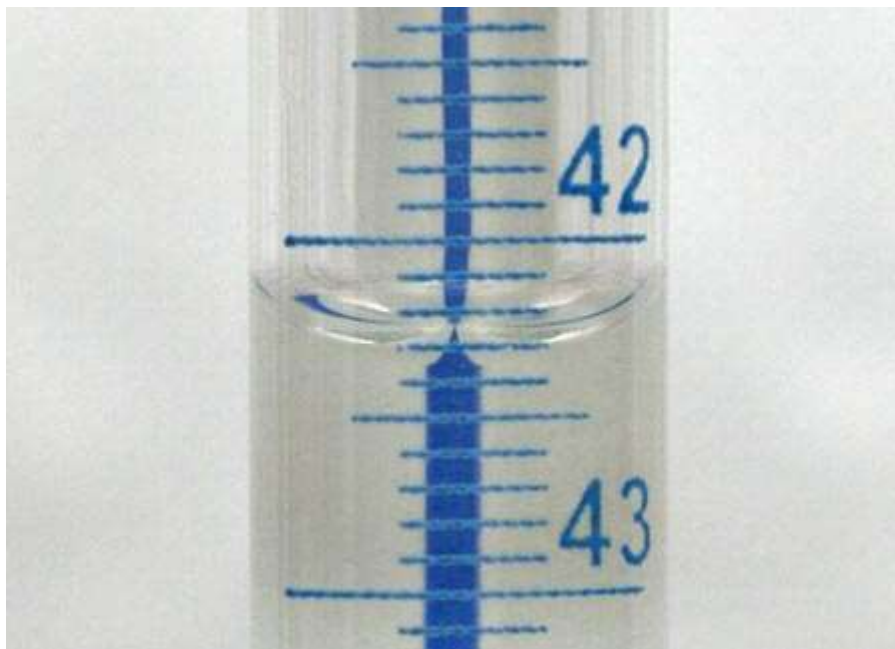
Έστω π.χ. μια άλλη μέρα με πιο άγρια νερά όπου το βάθος του ποταμού δεν έχει αλλάξει σε σχέση με αυτό της φωτογραφίας αλλά το κύμα φτάνει σε ύψος τα 0.06 m. Κοιτώντας την κλίμακα θα παίρναμε διάφορες τιμές από 2.54 έως και 2.66 m. Καταλαβαίνουμε ότι αυτές οι τιμές διακυμαίνονται γύρω από μια μέση τιμή η οποία είναι φυσικά η 2.60 m και επομένως σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να γράψουμε

$$h = 2.60 \pm 0.06 \text{ m}$$

Έτσι εδώ το σφάλμα είναι μεγαλύτερο από το μισό της ακρίβειας της κλίμακας και πρέπει να το εκτιμήσουμε με την βοήθεια των μετρήσεων μας και της εμπειρίας μας, δεν υπάρχει ένας δεδομένος κανόνας.

Παράδειγμα 3. Σε πολλά εργαστήρια Χημείας υπάρχει ο λεγόμενος δοκιμαστικός σωλήνας ο οποίος μετράει το ύψος της στάθμης ενός υγρού για να προσδιορίσει τον όγκο του, όπως φαίνεται και στην παρακάτω φωτογραφία. Παρατηρήστε ότι λόγω τριχοειδών φαινομένων του υγρού με τα γυάλινα τοιχώματα του σωλήνα, η στάθμη του υγρού δεν είναι τελείως επίπεδη αλλά παρουσιάζει μια καμπυλότητα, καθιστώντας την μέτρηση δύσκολη. Επίσης η επιφάνεια του υγρού δεν είναι αυστηρά καθορισμένη, είτε λόγω φαινομένων οπτικής διάθλασης είτε ακόμα και από την φύση του υγρού. Βέβαια εδώ δεν έχει νόημα να πάρουμε ένα μεγάλο πλήθος μετρήσεων κατά μήκος της καμπύλης της στάθμης και να βγάλουμε τον μέσον όρο, με μια πρώτη ματιά βλέπουμε ότι η στάθμη κυμαίνεται από 43.7 έως και 43.9 (δεν φαίνονται οι μονάδες, ίσως να είναι mL) οπότε μπορούμε να γράψουμε εμπειρικά

$$h = 42.2 \pm 0.1$$



Όπως φαίνεται και από τα παραπάνω παραδείγματα, το σφάλμα είναι μια εκτίμηση του χρήστη. Μπορεί κάλλιστα να μειωθεί εάν επαναληφθεί η ίδια μέτρηση πολλές φορές. Σε αυτή την περίπτωση, το σφάλμα υπολογίζεται από τις μετρήσεις, χρησιμοποιώντας τον τύπο της λεγόμενης “τυπικής απόκλισης” από την στατιστική. Το σφάλμα επίσης υπολογίζεται από την θεωρία διάδοσης σφαλμάτων για ποσότητες που δεν μετρώνται άμεσα αλλά υπολογίζονται από κάποια σχέση. Αυτές οι δυο περιπτώσεις εξετάζονται παρακάτω.

2β. Πλήθος N μετρήσεων. Εάν γίνουν N μετρήσεις μιας μη μεταβαλλόμενης ποσότητας τότε το αντίστοιχο σφάλμα είναι πολύ μικρότερο από το μισό της ακρίβειας του οργάνου (αυτός είναι και ο λόγος που παίρνουμε πολλές μετρήσεις) και το σφάλμα δίνεται από την λεγόμενη “**τυπική απόκλιση της μέσης τιμής**” σ στη Στατιστική

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$ $= \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$	(1)
---	-----

όπου το $i = 1, 2, 3 \dots N$ αριθμεί τις διαφορετικές μετρήσεις και $\bar{x}$ είναι ο μέσος όρος των μετρήσεων.

Παράδειγμα 4. Ένας φοιτητής μέτρησε τρεις φορές (σε άσχετες μεταξύ τους στιγμές) την περίοδο περιστροφής ενός περιστρεφόμενου δίσκου παλαιού πικ-άπ με ένα χρονόμετρο χειρός και βρήκε τις εξής τιμές: 1.32 , 1.33 και 1.35 sec. Παρόλο που το

χρονόμετρο του φοιτητή έχει ακρίβεια 0.01 sec το σφάλμα της κάθε μέτρησης ισούται με 0.1 sec που είναι ο χρόνος αντίδρασης του. Ο μέσος όρος των μετρήσεών του είναι $\bar{x} = (1.32 + 1.33 + 1.35)/3 = 1.333333 \dots \text{sec}$ (θα δούμε παρακάτω πόσα ψηφία κρατάμε) Εδώ υπάρχουν $N=3$ μετρήσεις και $i = 1,2,3$. Από την Εξ. (1) έχουμε για την τυπική απόκλιση

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{3 \times (3 - 1)}} \sqrt{(1.32 - 1.33)^2 + (1.33 - 1.33)^2 + (1.35 - 1.33)^2} = 0.0088$$

(προσέξτε ότι στον παραπάνω υπολογισμό κράτησα τόσα ψηφία για το $\bar{x}$ όσα έχουν και οι μετρήσεις). **Το σφάλμα το γράφουμε πάντα με ένα σημαντικό ψηφίο** (δες παρακάτω για ορισμό σημαντικών ψηφίων) και στρογγυλοποίηση και έτσι το σφάλμα σε αυτό το παράδειγμα ισούται με 0.009 sec. Επίσης **"ταιριάζουμε" τα ψηφία της μέσης τιμής με τα ψηφία του σφάλματος** και έτσι γράφουμε τελικά

$$x = \bar{x} \pm \sigma = 1.333 \pm 0.009 \text{ sec}$$

Κανόνας 1: Σφάλμα πάντα 1 ψηφίο, π.χ.

0.0363 -> 0.04

1.23 -> 1

45138 -> 40000 Π.χ. $134357 \pm 45138 \rightarrow 130,000 \pm 40,000$

Κανόνας 2: Ταιριάζουμε ψηφία της μέσης τιμής με αυτά του σφάλματος

Το παραπάνω αποτέλεσμα είναι πλήρες γιατί μας δείχνει α) τη μέση τιμή με το σωστό αριθμό ψηφίων β) το σφάλμα με 1 ψηφίο και γ) τις μονάδες. Όλοι οι τελικοί υπολογισμοί στην εργαστηριακή αναφορά πρέπει να καταλήγουν σε αυτή τη μορφή (όχι όλοι οι αριθμοί, μόνο το τελικό αποτέλεσμα).

2γ. Σφάλμα υπολογιζόμενης ποσότητας – Θεωρία Διάδοσης Σφαλμάτων. Στο εργαστήριο συναντούμε δυο ειδών ποσότητες, αυτές που μετρούμε απευθείας με κάποιο όργανο π.χ. το μήκος x με μετροταινία, τον χρόνο t με χρονόμετρο κτλ., και αυτές τις οποίες υπολογίζουμε όπως π.χ. η ταχύτητα $v = x/t$. Το ερώτημα είναι ποιο είναι το σφάλμα της ταχύτητας εάν γνωρίζουμε το σφάλμα του μήκους και του χρόνου ξεχωριστά; Την απάντηση σε αυτό μας την δίνει η λεγόμενη "Θεωρία Διάδοση Σφαλμάτων" σύμφωνα με την οποία το σφάλμα "διαδίδεται" από το μήκος και τον χρόνο στην ταχύτητα. Γενικά η θεωρία αυτή μας λέει πως εάν μια υπολογιζόμενη ποσότητα A είναι συνάρτηση N μετρήσιμων ποσοτήτων $x_1, x_2 \dots x_N$, δηλαδή $A = f(x_1, x_2 \dots x_N)$, και με αντίστοιχα σφάλματα $\delta x_1, \delta x_2 \dots \delta x_N$, τότε το σφάλμα δA της A δίνεται από την έκφραση:

$\delta A = \sqrt{(f_{x1} \delta x_1)^2 + (f_{x2} \delta x_2)^2 + \dots + (f_{xN} \delta x_N)^2}$	(2)
---	-------

όπου f_{xn} είναι η μερική παράγωγος της f ως προς την μεταβλητή x_n .

Παράδειγμα 5. Ένας φοιτητής θέλει να μετρήσει την ταχύτητα ενός οχήματος που εκτελεί ομαλή κίνηση. Μετράει ένα διάστημα $x = 4.2 \pm 0.2$ cm το οποίο το κινητό χρειάζεται χρόνο $t = 2.0 \pm 0.1$ sec για να το καλύψει. Η ταχύτητα v ισούται με $4.2/2.0 = 2.1$ cm/s. Για το σφάλμα της κάνουμε χρήση της Εξ. (2) σκεφτόμενοι ως εξής: Η ταχύτητα εξαρτάται από δυο μεταβλητές, το x και το t , έχουμε δηλαδή $v = f(x, t) = x/t$ και επομένως στην (2) χρειαζόμαστε τις μερικές παραγώγους $f_x = 1/t$ και $f_t = -x/t^2$. Χρησιμοποιώντας τα νούμερα της εκφώνησης έχουμε $f_x = 1/2.0 = 0.5$ sec⁻¹ και $f_t = -x/t^2 = -4.2/4 = -1.05$ cm/sec² και τα αντίστοιχα σφάλματα είναι $\delta_x = 0.2$ cm και $\delta_t = 0.1$ sec. Έτσι η Εξ. (2) δίνει για το σφάλμα της ταχύτητας

$$\delta v = \sqrt{(0.5 \times 0.2)^2 + (-1.05 \times 0.1)^2} = 0.145 \text{ cm/s}$$

Όπως όμως προαναφέρθηκε, το σφάλμα το γράφουμε πάντοτε με ένα ψηφίο και έτσι η ταχύτητα μαζί με το σφάλμα της πρέπει να γραφτεί ως 2.1 ± 0.1 cm/s

3. Απόλυτο Σφάλμα και Σχετικό Σφάλμα. Έστω ότι μετρήσαμε ένα σφάλμα ± 0.5 μέτρο για κάποια απόσταση. Είναι αυτό το σφάλμα μεγάλο ή μικρό; Εκ πρώτης όψεως μπορεί να φαίνεται μεγάλο αλλά η απάντηση εξαρτάται από το πόση απόσταση x μετρήσαμε. Έτσι εάν το x αυτό είναι το μήκος μιας γέφυρας 5 χιλιομέτρων, τότε προφανώς πρόκειται για ένα πολύ μικρό σφάλμα ενώ αντιθέτως εάν το x είναι το ύψος ενός ανθρώπου, τότε το σφάλμα είναι μεγάλο. Για αυτόν τον λόγο, το σφάλμα δx που περιγράψαμε στις παραπάνω ενότητες ονομάζεται "**απόλυτο σφάλμα**" και για να μπορούμε να κρίνουμε αν αυτό είναι μικρό ή μεγάλο τότε ορίζουμε το λεγόμενο "**σχετικό σφάλμα**" το οποίο ισούται με το $\delta x/x$ (καμιά φορά εκφράζεται σε %). Έτσι για παράδειγμα στις παραπάνω δυο περιπτώσεις έχουμε για την γέφυρα

$$\frac{\delta x}{x} = \frac{0.5}{5000} = 10^{-4}$$

ή 0.01 % ενώ για το ύψος του ανθρώπου

$$\frac{\delta x}{x} = \frac{0.5}{2} = 0.25$$

ή 25 %. Στο σχετικό σφάλμα κρατάμε ένα ή δυο ψηφία, π.χ. δεν έχει νόημα να γράφουμε 5.74340 % ή 27.4789 % αλλά 6% και 27% αντίστοιχα (με στρογγυλοποίηση, δείτε παρακάτω.)

B. ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ:

Απόσταση Γης – Ηλίου = 149,598,000 Km

Απόσταση Γης – Ηλίου = 149,598,674,345.4829 m

Όλα τα ψηφία ενός αριθμού που προκύπτουν από μια μέτρηση λέγονται σημαντικά ψηφία. Έτσι π.χ. ο 6.57 έχει τρία σημαντικά ψηφία (προσοχή μην τα μπερδεύετε με τα δεκαδικά ψηφία που εδώ είναι δυο). Τα μηδενικά δεν προσμετρώνται ως σημαντικά όταν απλά χρησιμοποιούνται για την συμπλήρωση του αριθμού ώστε να έχει την

επιθυμητή τάξη μεγέθους. Έτσι π.χ. στον αριθμό 0.00836 καταλαβαίνουμε ότι έχουμε τρία σημαντικά ψηφία, το 8, το 3 και το 6.

Οι τιμές στο εργαστήριο ξεκινούν από τις μετρήσεις. Εκεί γράφουμε όλα τα ψηφία που μας δίνει η μέτρηση. Πολλές φορές χρειάζεται να κάνουμε πράξεις μεταξύ των αριθμών. Π.χ. $1.3 \times 0.1234 = 0.16042$. Πόσα ψηφία πρέπει να κρατήσουμε; **Απάντηση. Όσα σημαντικά ψηφία έχει ο αριθμός με τα λιγότερα ψηφία**, εδώ δυο. Έτσι γράφουμε 0.16 και όχι 0.16042. Ομοίως το 12000 έχει **δυο** ψηφία. Εάν το πολλαπλασιάσουμε με 2.14 παίρνουμε 25680 αλλά πρέπει να γράψουμε 26000 (με στρογγυλοποίηση).

12 kN

Π.χ. $3.14^2 = 9.8596 \Rightarrow$ γράφω **9.86** (με στρογγυλοποίηση)

$\ln(10.2) = 2.322387720290225397$ (αριθμομηχανή) $\Rightarrow$ γράφω **2.32**

Προσθαφαίρεση εξαίρεση, κρατάμε τόσα **δεκαδικά** όσα είναι του λιγότερου, π.χ.

$0.14 + 3.634793249 = 3.774793249 \Rightarrow$ γράφω **3.77**

Γ. ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ: Εάν έχουμε ένα σύνολο τιμών x-y και μας ζητηθεί να τις τοποθετήσουμε επάνω σε γραφική παράσταση, ακολουθούμε τους εξής κανόνες:

α) Βρίσκουμε τα μέγιστα και ελάχιστα των τιμών και τα φέρνουμε σε κοντινές στρογγυλοποιημένες τιμές. Π.χ. εάν οι τιμές του x είναι από 8.17 μέχρι και 24.3 θα επιλέξουμε ένα εύρος από 8 έως και 26.

β) Οι υποδιαίρεσεις στους άξονες δεν χρειάζεται απαραίτητα να ξεκινάνε από το 0.

γ) Χωρίζουμε το εύρος σε εύκολες υποδιαίρεσεις με βάση το 1, 2 ή το 5. Π.χ. στο παραπάνω εύρος 8-24 θα πάρουμε υποδιαίρεσεις ανά 2 (ίσως και ανά 4 εάν δεν μας βγαίνει ανά 2 αλλά ποτέ ανά 3).

δ) Στους άξονες γράφουμε μόνο τις **υποδιαίρεσεις** και όχι τις τιμές (οι τιμές φαίνονται στους πίνακες μετρήσεων). Έτσι στον x άξονα του παραπάνω παραδείγματος θα γράψουμε τις υποδιαίρεσεις 2, 4, 6, ..., 24, 26, την **ποσότητα** (π.χ. χρόνος), τις **μονάδες** (π.χ. sec) και τίποτε άλλο.

ε) Εκμεταλλευόμαστε στο μέγιστο το χαρτί μιλιμετρέ απλώνοντας όσο μπορούμε το εύρος των υποδιαίρεσεων.

στ) Απεικονίζουμε το κάθε σημείο επάνω στο μιλιμετρέ χαρτί με μια απλή κουκίδα. Πολλές φορές μπορεί να χρειαστεί να θυσιάσουμε μέρος της ακρίβειας του αριθμού στην προσπάθεια να φέρουμε την κουκίδα με το μάτι όσο πλησιέστερα γίνεται στην θέση της.

ζ) Δεν ενώνουμε ποτέ τα σημεία μεταξύ τους. Φέρουμε σε όλα τα δεδομένα (και όχι ανά ζεύγη) ή μια ευθεία γραμμή ή μια καμπύλη προσπαθώντας να είμαστε όσο πιο κοντά γίνεται στην πλειονότητα των σημείων.

η) Εάν έχουμε την περίπτωση ευθείας, υπολογίζουμε την κλίση της από την $\lambda = \Delta y / \Delta x$ όπου Δy η κατακόρυφη και Δx η οριζόντια απομάκρυνση δυο σημείων επάνω στην

ευθεία και όχι δυο πειραματικών σημείων. Αντίθετα με τα Μαθηματικά, στη Φυσική η κλίση έχει μονάδες αφού είναι ένα πηλίκο δυο μεγεθών που έχουν μονάδες.

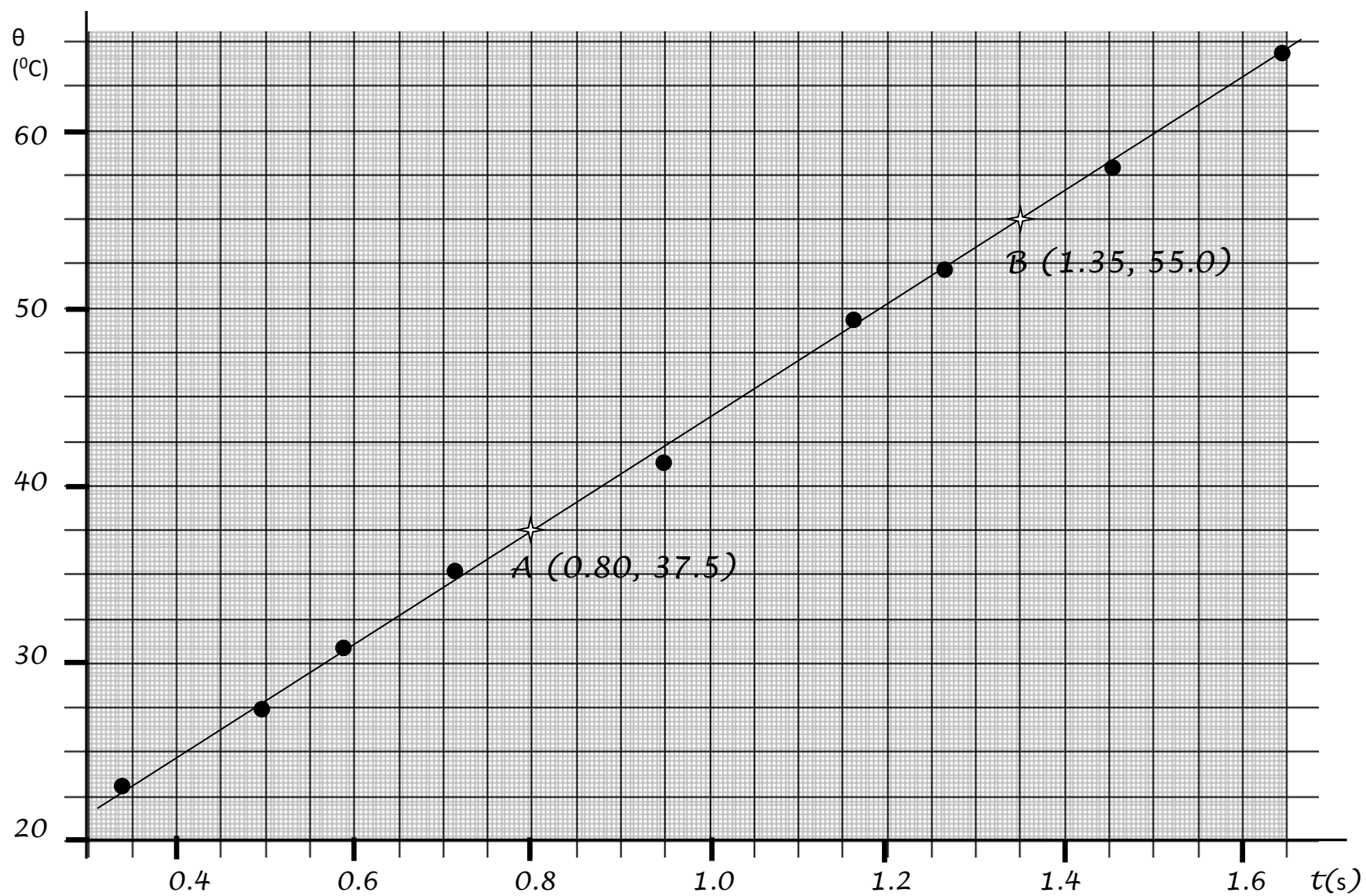
Παράδειγμα 5: Να γίνει η γραφική παράσταση των παρακάτω μετρήσεων

t(sec)	$\theta(^{\circ}\text{C})$
0,32	23,2
0,45	27,4
0,58	31,2
0,72	35,4
0,95	42,8
1,18	49,4
1,26	52,1
1,45	58,2
1,65	64,2

Στην επόμενη σελίδα φαίνεται μια καλή γραφική παράσταση. Τα σημεία καταλαμβάνουν το μεγαλύτερο μέρος της σελίδας και έτσι η γραφική παράσταση είναι αρκετά ευκρινής. Για να το πετύχουμε αυτό, ξεκινάμε από το 20 στον κατακόρυφο άξονα και από το 0.3 στον οριζόντιο. Όπως είναι προφανές, τα δεδομένα τείνουν σε μια ευθεία, συν-πλην κάποιο μικρή διακύμανση που είναι πάντοτε παρούσα σε κάθε μέτρηση. Έτσι σε αυτή την περίπτωση φέρουμε την καλύτερη δυνατή ευθεία όπως στο σχήμα, έτσι ώστε ο ίδιος αριθμός σημείων να είναι από πάνω από την ευθεία με τον αριθμό των σημείων που είναι από κάτω της (κατά το δυνατόν). Για να υπολογίσουμε την κλίση λ , επιλέγουμε δυο σημεία επάνω στην ευθεία όπως τα A(0.80, 37.5) και B(1.35, 55.0) και όχι δυο πειραματικά σημεία. Έτσι έχουμε $\Delta x = 1.35 - 0.80 = 0.45 \text{ sec}$ ενώ $\Delta y = 55.0 - 37.5 = 17.5 ^{\circ}\text{C}$. Προσέξτε ότι η ακρίβεια των Δy και Δx είναι η ίδια με την ακρίβεια των δεδομένων στον παραπάνω πίνακα. Επίσης αυτοί οι αριθμοί έχουν μονάδες. Η κλίση ισούται με

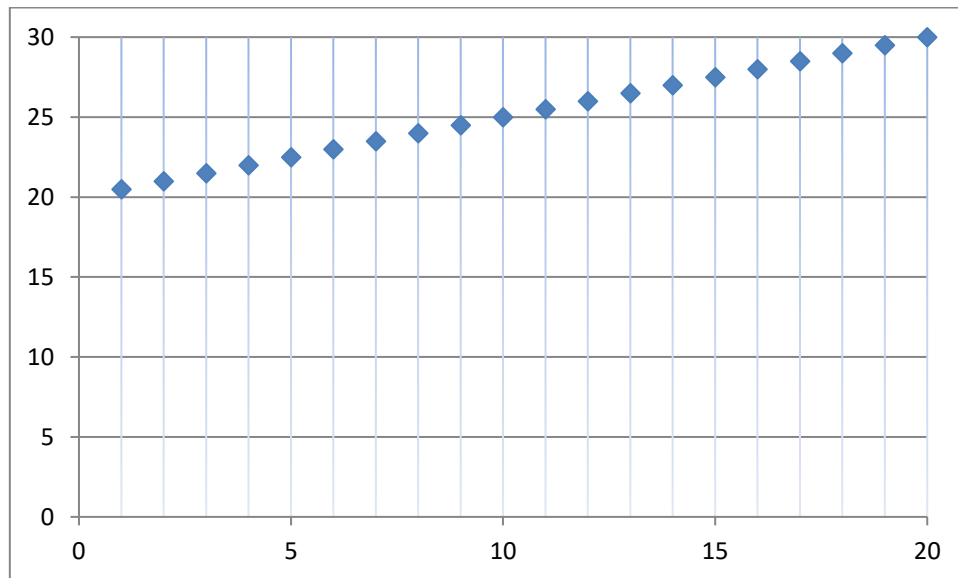
$$\lambda = \Delta y / \Delta x = 17.5 ^{\circ}\text{C} / 0.45 \text{ sec} = \mathbf{31.8 ^{\circ}\text{C sec}^{-1}}$$

(η διαίρεση δίνει 31.818181... αλλά όπως προαναφέρθηκε κρατάμε τρία ψηφία επειδή όλα τα δεδομένα μας έχουν τρία σημαντικά ψηφία και άρα και οι μεταξύ τους πράξεις πρέπει να είναι με τρία ψηφία)

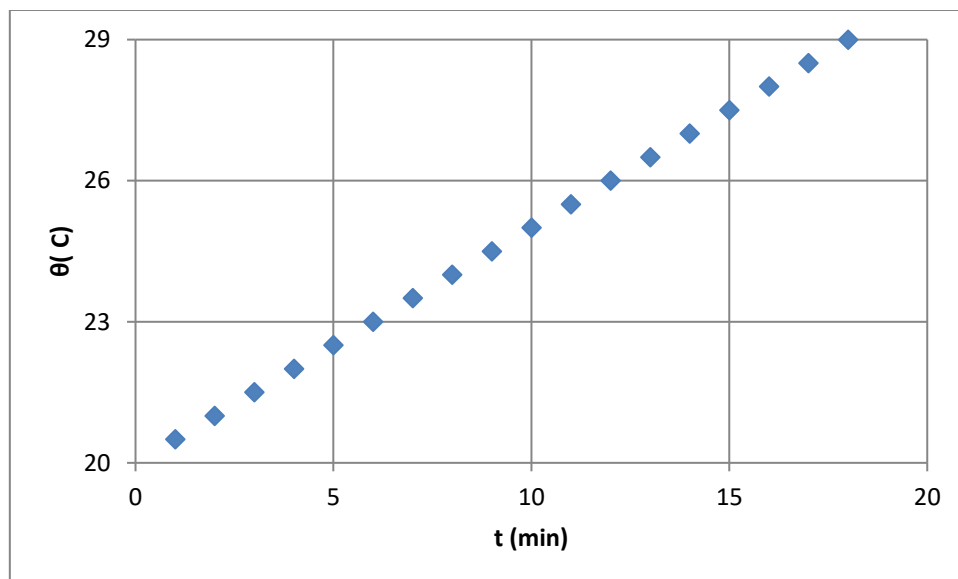


Ακολουθούν παραδείγματα κακών γραφικών παραστάσεων με τα ίδια δεδομένα:

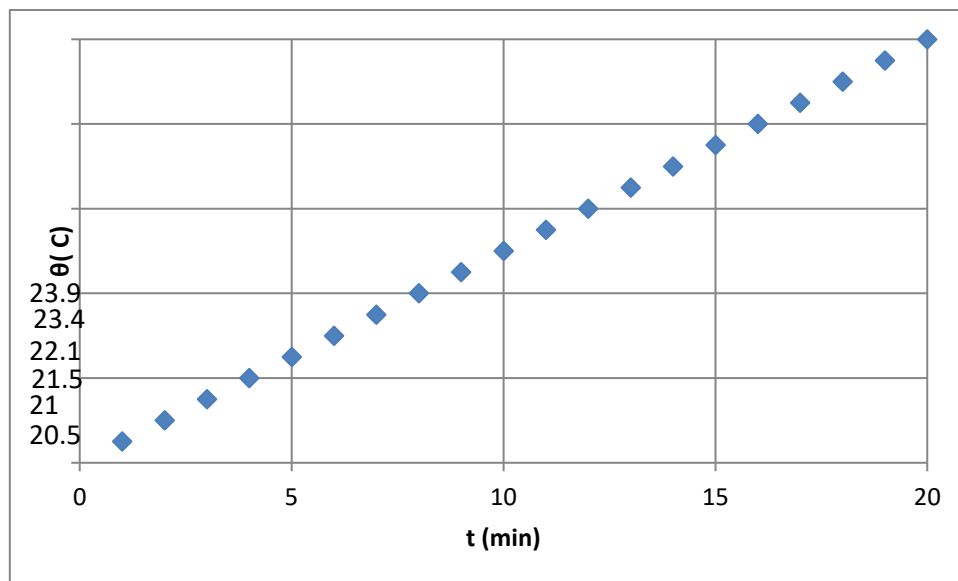
Παράδειγμα 6: Στην παρακάτω γραφική παράσταση υπάρχουν τα εξής λάθη: α) Δεν υπάρχουν μονάδες στους άξονες και β) Τα δεδομένα είναι συμπιεσμένα στο επάνω μέρος γιατί ο χρήστης συμπεριέλαβε και το 0 στον κατακόρυφο άξονα ενώ θα μπορούσε να έχει ξεκινήσει από το 20.



Παράδειγμα 7: Στην παρακάτω γραφική παράσταση απεικονίζονται τα ίδια δεδομένα αλλά ο χρήστης επέλεξε στον κατακόρυφο άξονα ως υποδιαίρεσεις πολλαπλάσια του τρία που είναι γενικώς δύσχρηστα.



Παράδειγμα 8: Στην παρακάτω γραφική παράσταση απεικονίζονται τα ίδια δεδομένα αλλά ο χρήστης γράφει επάνω στον κατακόρυφο άξονα τις τιμές των δεδομένων αντί για ισαπέχουσες υποδιαιρέσεις και έτσι κάνει δύσχρηστη την ανάγνωση των αριθμών.



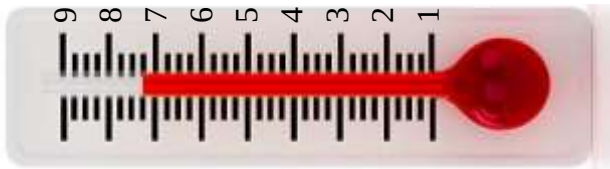
Δ. ΣΥΓΓΡΑΦΗ ΑΝΑΦΟΡΑΣ:

Η αναφορά πρέπει να περιέχει τις εξής ενότητες με την ακόλουθη σειρά:

- α) Μια κενή σελίδα
- β) Τίτλο και αριθμό άσκησης
- γ) Στοιχεία εκτέλεσης της άσκησης όπως ημερομηνία και συνεργάτες
- δ) Σκοπός της άσκησης (2-3 γραμμές)
- ε) Θεωρία της άσκησης
- στ) Σχήμα πειραματικής διάταξης
- ζ) Πειραματική διαδικασία (πως πάρθηκαν οι μετρήσεις)
- η) Πίνακες μετρήσεων
- θ) Ανάλυση αποτελεσμάτων όπως υπολογισμοί, γραφικές παραστάσεις κλπ.
- ι) Συμπεράσματα

Ε. ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

1. Δίνεται το παρακάτω θερμόμετρο σε βαθμούς °C. Να γράψετε την ακρίβεια, την τιμή και το απόλυτο σφάλμα της μέτρησης.



2. Δίνονται οι αριθμοί της πρώτης στήλης του ακόλουθου πίνακα. Να γράψετε στη δεύτερη στήλη το πλήθος των σημαντικών ψηφίων του καθενός.

838,65	
1230	
0,0073	
4,000	
10×10^{-6}	

3. Ξαναγράψτε τις ακόλουθες τιμές με τον ενδεδειγμένο τρόπο, έτσι ώστε να είναι σύμφωνες με όσα διδαχθήκατε περί σωστής αναγραφής των πειραματικών αποτελεσμάτων:

(α) Μετρήσιμο ύψος: $h \pm \delta h = 4,028 \pm 0,5 \text{ m}$

(β) Μετρήσιμος χρόνος: $t \pm \delta t = 27,5321 \pm 1 \text{ sec}$

(γ) Μετρήσιμο φορτίο: $q \pm \delta q = -3,21 \times 10^{-19} \pm 5,0 \times 10^{-20} \text{ Cb}$

4. Γιατί η παρακάτω μέτρηση είναι άχρηστη;

Μετρούμενη τάση: $V = 0,16 \pm 0,50 \text{ V}$

