Εισαγωγή στη Χημική Μηχανική

Ενότητα 3: Διαστατική Ανάλυση - Βασικοί αδιάστατοι αριθμοί - Εφαρμογές στην εύρεση καταστατικών εξισώσεων

Κωνσταντίνος Βαγενάς – Αλέξανδρος Κατσαούνης
Τμήμα Χημικών Μηχανικών

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΣΠΑ 2007-2013 πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Η ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΑΣ ΠΑΡΕΧΕΙ ΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟ ΤΡΟΠΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΕΝΟΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ, ΟΤΑΝ ΔΕΝ ΕΠΑΡΚΕΙ ΠΡΟΣ ΤΟΥΤΟ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ ΔΙΑΘΕΣΙΜΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ.

Για να είναι ορθή μία εξίσωση ενός προτύπου πρέπει κάθε όρος της εξίσωσης να έχει τις ίδιες διαστάσεις με όλους τους άλλους.

Παράδειγμα 1

Πρότυπο Δεξαμενής

$$\boxed{\frac{d(\rho V)}{dt} = -\rho \dot{q}_{ΕΞ}}$$

διαστάσεις $T^{-1}ML^{-3}L^{3} = ML^{-3}L^{3}T^{-1} \Rightarrow MT^{-1}=MT^{-1}$

Παράδειγμα 2

Ισοζύγιο μάζας του συστατικού Α του πρότυπου του κύκλου του Lotka

$$\boxed{\frac{d[A]}{dt} = K_1[A] - K_2[A][B]}$$

διαστάσεις $ML^{-3}T^{-1}=T^{-1}ML^{-3}=T^{-1}M^{-1}L^{3}(ML^{-3})^{2}$

$$\frac{d\ [A]/[A_0]}{d(K_1 t)} = \frac{[A]}{[A_0]} - \frac{K_2[A_0]}{K_1} \cdot \frac{[A]}{[A_0]} \cdot \frac{[B]}{[B_0]} \qquad (1)$$

ΑΔΙΑΣΤΑΤΟΠΟΙΗΣΗ

Αρχικές εξισώσεις
$$\begin{cases} \dfrac{d[A]}{dt} = K_1[A] - K_2[A][B] & \text{Ο.Σ.: } t=0,\ [A]=[A_0],\ [B]=1/4[A_0] \\ \dfrac{d[B]}{dt} = K_2[A][B] - K_3[B] \end{cases}$$

$\tau = K_1 t$	: Αδιάστατη ανεξάρτητη μεταβλητή (χρόνος)
$C_A=[A]/[A_0]$, $C_B = [B]/[A_0]$	: Αδιάστατες εξαρτημένες μεταβλητές
$\varphi_1 = K_2[A_0]/K_1$, $\varphi_2 = K_3/K_1$	: Αδιάστατοι αριθμοί

Αδιαστατοποιημένες εξισώσεις
$$\begin{cases} \dfrac{dC_A}{dt} = C_A - \varphi_1 C_A C_B & \text{Ο.Σ.: } \tau=0,\ C_A=1,\ C_B=1/4 \\ \dfrac{dC_B}{dt} = \varphi_1 C_A C_B - \varphi_2 C_B \end{cases}$$

- Στην περίπτωση των διαστατικών εξισώσεων είναι απαραίτητες οι τιμές τεσσάρων παραμέτρων (K_1, K_2, K_3, $[A_0]$) για να περιγραφεί η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος.
- Στην περίπτωση των αδιάστατων εξισώσεων αρκεί να γνωρίζουμε τις τιμές δύο παραμέτρων, δηλαδή των αδιάστατων αριθμών φ_1 και φ_2.
- Σε <u>κάθε</u> διαστατική εξίσωση είναι <u>πάντοτε δυνατό</u> να γίνει ομαδοποίηση των μεταβλητών έτσι που να προκύψει μία <u>ισοδύναμη αδιάστατη εξίσωση</u>.

Η ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Έστω ότι απαιτούνται οι φυσικές μεταβλητές X_1, $X_2,...,X_n$ για την περιγραφή ενός φυσικού ή χημικού συστήματος ή φαινομένου.

ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ

Η κάθε βασική ή καταστατική εξίσωση του προτύπου μπορεί να γραφεί στην αδιάστατη μορφή:

$$\alpha X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} \ldots X_n^{\alpha_n} = \beta X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \ldots X_n^{\beta_n} + \nu X_1^{\nu_1} X_2^{\nu_2} \ldots X_n^{\nu_n} + \ldots$$

$$+ \varepsilon \exp\left(X_1^{\varepsilon_1} X_2^{\varepsilon_2} \ldots X_n^{\varepsilon_n} \right) + \lambda \ln\left(X_1^{\lambda_1} X_2^{\lambda_2} \ldots X_n^{\lambda_n} \right) + \ldots \qquad (2)$$

όπου $\alpha, \beta, \gamma, \ldots, \varepsilon, \lambda, \ldots, X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} \ldots X_n^{\alpha_n}$:αδιάστατοι αριθμοί

Ας συμβολίσουμε με y_1, y_2,...y_D (D<n) τα <u>βασικά</u> φυσικά μεγέθη του προβλήματος (π.χ. L, M, T, Q) που οι διαστάσεις τους εμφανίζονται στα X_1,X_2,...,X_n.
Θα ισχύει γενικά:

$$\left\{\begin{array}{l} X_1 = y_1^{\delta_{1,1}} \cdot y_2^{\delta_{1,2}} \ldots y_D^{\delta_{1,D}} \\ \vdots \\ X_n = y_1^{\delta_{n,1}} \cdot y_2^{\delta_{n,2}} \ldots y_D^{\delta_{n,D}} \end{array}\right\} \qquad (3)$$

Επομένως:

$$X_1^{a_1} X_2^{a_2} \ldots X_n^{a_n} = y_1^{(a_1\delta_{1,1}+\ldots+a_n\delta_{n,1})} \cdot y_2^{(a_1\delta_{1,2}+\ldots+a_n\delta_{n,2})} \ldots \cdot y_D^{(a_1\delta_{1,D}+\ldots+a_n\delta_{n,D})} \qquad (4)$$

Το $X_1^{a_1} X_2^{a_2} \ldots X_n^{a_n}$ είναι εξ ορισμού αδιάστατο, οπότε τελικά έχουμε:

$$\left\{\begin{array}{l} a_1\delta_{1,1} + a_2\delta_{2,1} + \ldots + a_n\delta_{n,1} = 0 \\ a_1\delta_{1,2} + a_2\delta_{2,2} + \ldots + a_n\delta_{n,2} = 0 \\ \vdots \\ a_1\delta_{1,1} + a_2\delta_{2,} + \ldots + a_n\delta_{n,D} = 0 \end{array}\right\} \qquad (5)$$

Στην ειδική περίπτωση n-D=1, τα διανύσματα [α_1, α_2, …., α_n], [β_1, β_2, …, β_n], [γ_1,γ_2,…,γ_n] κλπ. είναι όλα παράλληλα μεταξύ τους, δηλαδή υπάρχουν αριθμοί Β, Γ κλπ., τέτοιοι που:

$$B = \frac{\beta_1}{\alpha_1} = \frac{\beta_2}{\alpha_2} = ... = \frac{\beta_n}{\alpha_n}, \qquad \Gamma = \frac{\gamma_1}{\alpha_1} = \frac{\gamma_2}{\alpha_2} = ... = \frac{\gamma_n}{\alpha_n} \tag{6}$$

Επομένως θέτοντας:

$$X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} ... X_n^{\alpha_n} \equiv N \tag{7}$$

Λαμβάνοντας από την (2)

$$\alpha N = \beta N^{B} + \gamma N^{\Gamma} + ... + \varepsilon \exp(N^{E}) + \lambda \ln(N^{\Lambda}) + ... \tag{8}$$

Έστω N_0 μία ρίζα της (7). Τότε η εξίσωση

$$X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} ... X_n^{\alpha_n} = N_0 \tag{9}$$

παριστάνει μία <u>καταστατική</u> εξίσωση του προβλήματος.

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ <u>n-D>1</u>

Θεώρημα του Buckinham

Υπάρχουν G=n-D τον αριθμό ανεξάρτητες <u>αδιάστατες</u> ομάδες μεταβλητών της μορφής (8). Αν ονομάσουμε τις αδιάστατες αυτές ομάδες μεταβλητών N_1, N_2, ..., N_G, τότε η (7) εκφράζει μια εξίσωση της μορφής:

$$N_1 = f(N_2, \ldots\ldots, N_G)$$

Ενώ στην περίπτωση G=1 απαιτείται ο πειραματικός προσδιορισμός μιας μόνο σταθεράς, της N_0, στην περίπτωση G>1 απαιτείται ο πειραματικός προσδιορισμός <u>μιας συνάρτησης</u> G-1 μεταβλητών.

<u>Παράδειγμα 1</u>

<u>Διαστατική ανάλυση για εύρεση καταστατικής εξίσωσης στο πρόβλημα αποστράγγισης της δεξαμενής</u>

Βασικά φυσικά μεγέθη: M, L και T, δηλαδή D=3.

Επιζητούμε μια καταστατική εξίσωση της μορφής $\dot{q}_{E\Xi} = \dot{q}_{E\Xi}(h)(G=1)$

- Θεώρημα του Buckinham: n=4

Εξαρτημένες μεταβλητές: $\dot{q}_{E\Xi}$, ΔP, ρ και d

- Διαμορφώνουμε τώρα τον γενικό όρο $X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} \ldots X_n^{\alpha_n}$ της εξίσωσης (2):

$$\dot{q}_{E\Xi}^{\alpha_1} \cdot (\Delta P)^{d_2} \cdot \rho^{\alpha_3} \cdot d^{\alpha_4} \text{ με διαστάσεις } (L^3 T^{-1})^{\alpha_1} \cdot (ML^{-1} T^{-2})^{\alpha_2} \cdot (ML^{-3})^{\alpha_3} \cdot (L)^{\alpha_4}$$

- Κάθε όρος της (2) είναι αδιάστατος, οπότε:

$$L : 3\alpha_1 - \alpha_2 - 3\alpha_3 + \alpha_4 = 0$$
$$M : \alpha_2 + \alpha_3 = 0$$
$$T : -\alpha_1 - 2\alpha_2 = 0$$

Επιλύοντας ως προς α_1 έχουμε:

$$a_2 = -\frac{1}{2}a_1$$

$$a_3 = \frac{1}{2}a_1$$

$$a_4 = -2a_1$$

Επομένως κάθε όρος της εξίσωσης (2) πρέπει να έχει για το πρόβλημά μας την μορφή:

$$\dot{q}_{E\Xi}^{a_1} \cdot (\Delta P)^{-\frac{1}{2}a_1} \cdot \rho^{\frac{1}{2}a_1} \cdot d^{-2a_1} = \left[\frac{\dot{q}_{E\Xi}}{d^2} \cdot \left(\frac{\rho}{\Delta\rho}\right)^{1/2}\right]^{a_1}$$

Οπότε η

$$\frac{\dot{q}_{E\Xi}}{d^2} \cdot \left(\frac{\rho}{\Delta\rho}\right)^{1/2} = N_0 \qquad (10)$$

πρέπει να είναι μια <u>καταστατική εξίσωση</u>, που μπορεί να ξαναγραφεί σαν:

$$\dot{q}_{E\Xi} = N_0 d^2 \left(\frac{\Delta P}{\rho}\right)^{1/2} \qquad (11)$$

Όμως ΔP/ρ=gh, οπότε η (11) γίνεται:

$$\dot{q}_{E\Xi} = N_0 d^2 g^{1/2} h^{1/2} \qquad (12)$$

και επειδή $\dot{q}_{E\Xi} = \dfrac{\pi d^2}{4}\upsilon$, έπεται ότι :

$$\upsilon = \frac{4N_0}{\pi} g^{1/2} h^{1/2} \qquad (13)$$

Και εφόσον $N_0 = \dfrac{\pi\sqrt{2}}{4}$ τελικά έχουμε:

$$\upsilon = \sqrt{2} g^{1/2} h^{1/2} \qquad (14)$$

- Η ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΝ ΟΔΗΓΕΙ ΑΝΑΓΚΑΣΤΙΚΑ ΣΕ ΟΡΘΕΣ ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ.
- ΕΙΝΑΙ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΟ ΝΑ ΣΥΓΚΡΙΝΟΥΜΕ ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΝ ΑΠΟ ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.

Παράδειγμα 2

Εύρεση της καταστατικής εξίσωσης των ιδανικών αερίων με διαστατική ανάλυση.

Έστω ότη moles ιδανικού αερίου υπό πίεση P σε δοχείο όγκου V.
Βασικά μεγέθη: M (μάζα), L (μήκος), T (χρόνος)
Εξαρτημένες μεταβλητές: P, V, m (μάζα του αερίου στο δοχείο) και u (μέση ταχύτητα των μορίων στο δοχείο).
Διαμορφώνουμε το γενικό όρο της εξίσωσης (2):

Οπότε:
$$P^{\alpha_1} \cdot u^{\alpha_2} \cdot m^{\alpha_3} \cdot V^{\alpha_4} = (ML^{-1}T^{-2})^{\alpha_1} \cdot (LT^{-1})^{\alpha_2} \cdot (M)^{\alpha_3} \cdot (L^3)^{\alpha_4}$$

$M : \alpha_1+\alpha_3=0$
$L : -\alpha_1+\alpha_2+3\alpha_4=0$
$T : -2\alpha_1-\alpha_2=0$

Επιλύοντας ως προς α_1 έχουμε:

$\alpha_2 = - 2\alpha_1$
$\alpha_3 = - \alpha_1$
$\alpha_4 = \alpha_1$

Επομένως κάθε όρος της εξίσωσης (2) για το πρόβλημά μας έχει τη μορφή $(Pu^{-2}m^{-1}\gamma)^{\alpha}{}_{1}$, συνεπώς η ζητούμενη καταστατική εξίσωση είναι:

$$\frac{PV}{mu^2} = N_0 \qquad (15)$$

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ενός ιδανικού αερίου είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας Τ:

$$\tfrac{1}{2} M_W u^2 = CT \qquad (16)$$

όπου M_W το μοριακό βάρος του αερίου και C σταθερά

Αντικαθιστώντας στη (15) και παίρνοντας υπ' όψη ότι προφανώς $m=nM_W$ έχουμε:

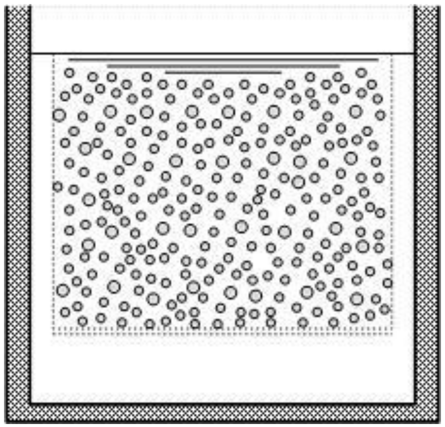
$$PV = 2N_0CnT \qquad (17)$$

Το πείραμα έχει δείξει ότι $2N_0C$(=R)=8.314 J/mole. Η (17) ισχύει με καλή προσέγγιση μόνο για ορισμένα αέρια σε ψηλές θερμοκρασίες και χαμηλές πιέσεις.

Παράδειγμα 3

Εφαρμογή διαστατικής ανάλυσης στην εύρεση της ταχύτητας ανόδου φυσαλίδων μέσα σε υγρά.

Εξαρτημένες φυσικές μεταβλητές



u $[LT^{-1}]$	Η ζητούμενη ταχύτητα ανόδου
d $[L]$	Η διάμετρος των φυσαλίδων
ρ_L $[ML^{-3}]$	Η πυκνότητα του υγρού
μ_L $[ML^{-1}t^{-1}]$	Το ιξώδες του υγρού
g $[LT^{-2}]$	Η επιτάχυνση της βαρύτητας
ρ_g $[ML^{-3}]$	Η πυκνότητα του αερίου
μ_g $[ML^{-1}T^{-1}]$	Το ιξώδες του αερίου

Μπορούν να παραληφθούν καθώς οι ιδιότητες του αερίου έχουν πολύ μικρότερη επίδραση στο u από ότι οι ιδιότητες του υγρού

Βασικά μεγέθη: M, L, T

Πρέπει να υπάρχουν δύο αδιάστατες ομάδες μεταβλητών στην καταστατική εξίσωση.

Γενικός όρος

$$u^{\alpha_1}\cdot d^{\alpha_2}\cdot \rho_L^{\alpha_3}\cdot g^{\alpha_4}\cdot \mu^{\alpha_5} = (LT^{-1})^{\alpha_1}(L)^{\alpha_2}(ML^{-3})^{\alpha_3}(LT^{-2})^{\alpha_4}(ML^{-1}T^{-1})^{\alpha_5} \Rightarrow$$

M : $\alpha_3+\alpha_5 = 0$
L : $\alpha_1+\alpha_2-3\alpha_3+\alpha_4-\alpha_5 = 0$
T : $-\alpha_1-2\alpha_4-\alpha_5 = 0$

Επίλυση ως προς δύο οποιεσδήποτε μεταβλητές π.χ. τις
α_3 και α_4
$\alpha_1=\alpha_3-2\alpha_4$
$\alpha_2=\alpha_3+\alpha_4$
$\alpha_5=-\alpha_3$

κάθε όρος στην αδιάστατη εξίσωση του συστήματος έχει την μορφή:

$$u^{\alpha_3-2\alpha_4}\cdot d^{\alpha_3+\alpha_4}\cdot \rho_L^{\alpha_3}\cdot g^{\alpha_4}\cdot {\mu_L}^{-\alpha_3} = \left(\frac{\rho_L\cdot u\cdot d}{\mu_L}\right)^{\alpha_3}\cdot\left(\frac{gd}{u^2}\right)^{\alpha_4}$$

Οπότε

$$\left(\frac{\rho_L \cdot u \cdot d}{\mu_L}\right)^{\alpha_3} \cdot \left(\frac{u^2}{gd}\right)^{-\alpha_4} = N_0 \qquad (18)$$

Αδιάστατοι αριθμοί

$$N_{Re} \equiv \frac{\rho_L \cdot u \cdot d}{\mu_L}$$ Reynolds

$$N_{Fr} \equiv \frac{u^2}{gd}$$ Froude

ΥΠΑΡΧΕΙ ΜΙΑ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΠΟΥ ΥΠΑΚΟΥΟΥΝ ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ REYNOLDS ΚΑΙ FROUDE

$$N_{Fr} = f(N_{Re}) \Leftrightarrow \frac{u^2}{gd} = f\left(\frac{\rho_L u d}{\mu_L}\right) \qquad (19)$$

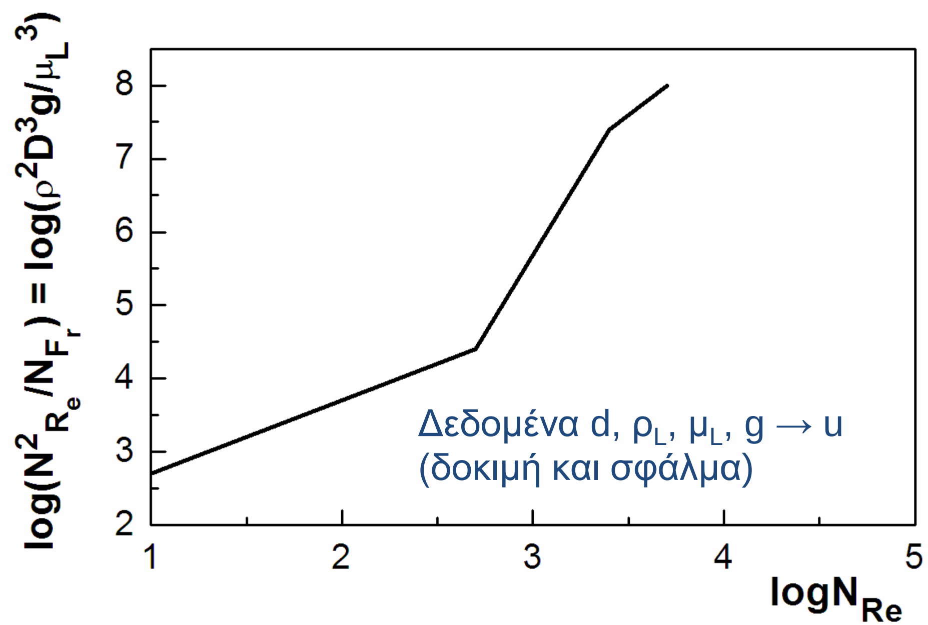
Γνωρίζουμε ότι η f υπάρχει, δε γνωρίζουμε τη μορφή της, για το λόγο αυτό καταφεύγουμε στο πείραμα…

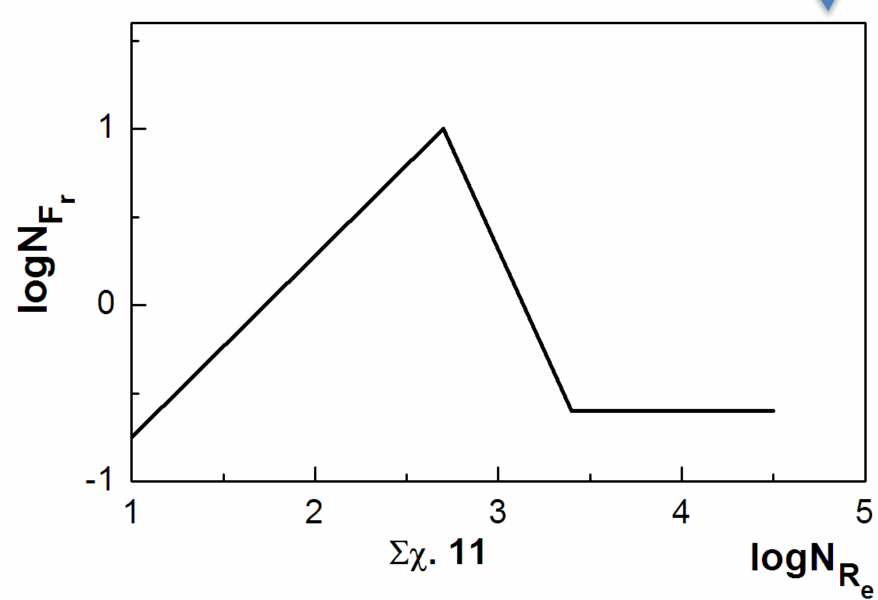
ΧΩΡΙΣ ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΑ ΧΡΕΙΑΖΟΤΑΝ ΝΑ ΒΡΟΥΜΕ ΜΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΡΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ, ΤΗΝ $y=f(d,\rho_L,\mu_L)$ ΕΝΩ ΤΩΡΑ ΕΧΟΥΜΕ ΝΑ ΒΡΟΥΜΕ ΜΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

Πειραματικός προσδιορισμός της f

- $N_{Re} < 500$ $$N_{Fr} = C_1 N_{Re} \Rightarrow u = C_1 \frac{g d^2 \rho_L}{\mu_L} \qquad (20)$$
- $N_{Re} > 3000$ $$N_{Fr} = C_2 \Rightarrow u = C_2 \sqrt{gd} \qquad (21)$$
- $500 < N_{Re} < 3000 \rightarrow$ γραμμική ελάττωση του N_{Fr} με αυξανόμενο N_{Fr}

$$N \equiv N_{Re}^2 / N_{Fr} = \frac{\rho^2 \cdot d^3 \cdot g}{\mu_L^2}$$





Σχ. 11

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης