



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Εισαγωγή στη Χημική Μηχανική

Ενότητα 1: Εισαγωγή

Κωνσταντίνος Βαγενάς – Αλέξανδρος Κατσαούνης
Τμήμα Χημικών Μηχανικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Επιστήμη του Χημικού Μηχανικού

- ✓ Μελέτη, σχεδιασμός και κατασκευή χημικών εγκαταστάσεων
- ✓ Λειτουργία και τεχνική εξυπηρέτηση χημικών εγκαταστάσεων
- ✓ Έρευνα, ανάπτυξη και βελτίωση προϊόντων, μεθόδων και εγκαταστάσεων
- ✓ Έλεγχος και διάθεση των παραγόμενων προϊόντων και υλικών
- ✓ Μελέτη, σχεδιασμός και λειτουργία εγκαταστάσεων καθαρισμού υγρών και αέριων αποβλήτων για την προστασία του περιβάλλοντος

Φοιτητικά Εργ. Τμήματος Χημικών Μηχανικών

Υπολογιστές & Αλγόριθμοι

Εργαστήριο Υπολογιστικών Εφαρμογών

Εργαστήριο Αναλυτικής Χημείας

Εργαστήριο Φυσικής

Εργαστήριο Οργανικής Χημείας

Προγραμ/σμός Η/Υ για Χημικούς Μηχανικούς

Εργαστήριο Φυσικοχημείας

Τεχνικοοικονομικές Σχεδιάσεις & Μηχανουργικές Εφαρμογές

Εργαστήριο Υλικών

Αριθμητική Ανάλυση

Εργαστήριο Πολυμερών

Φυσικές Διεργασίες I

Εργαστήριο Φυσικών Διεργασιών

Εργαστήριο Χημικών & Βιοχημικών Διεργασιών

Φυσικές Διεργασίες II

Εργαστήριο Σχεδιασμού Εργοστασίων

Ερευνητικά Εργ. Τμήματος Χημικών Μηχανικών

Μεταλλογνωσίας

Υλικών και Μεταλλουργίας

Κεραμικών και Σύνθετων Υλικών

Οργανικής Χημικής Τεχνολογίας

Ανόργανης Χημικής Τεχνολογίας

Ανόργανης και Αναλυτικής Χημείας

Φυσικοχημείας, Δομής και Δυναμικής Άμορφων Υλικών και Ρευστών

Στατιστικής Θερμοδυναμικής και Μακρομορίων

Πολυμερών

Τεχνολογίας Πλάσματος

Ετερογενούς Κατάλυσης

Χημικών Διεργασιών και Ηλεκτροχημείας

Επιστήμης Επιφανειών

Βιοχημικής Μηχανικής και Τεχνολογίας Περιβάλλοντος

Δυναμικής Συστημάτων

Φαινομένων Μεταφοράς και Φυσικοχημικής Υδροδυναμικής

Μηχανικής Ρευστών και Ενέργειας

Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής

Ρύθμισης Διεργασιών

Πληροφορικής για Μηχανικούς

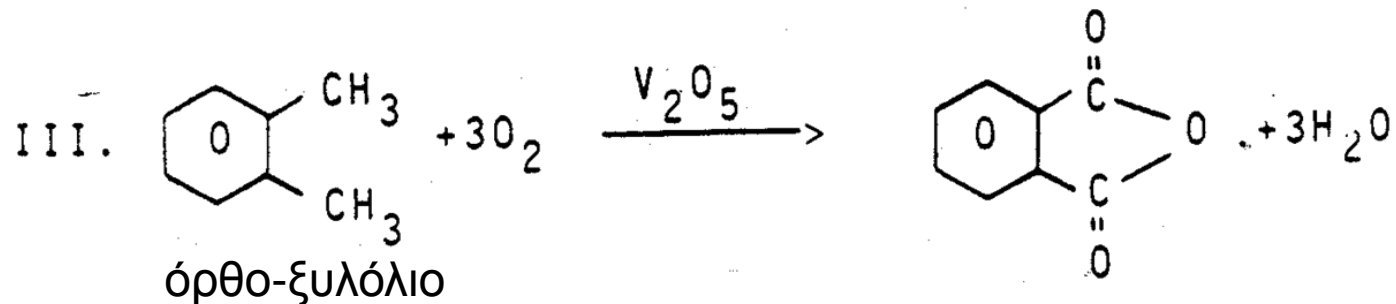
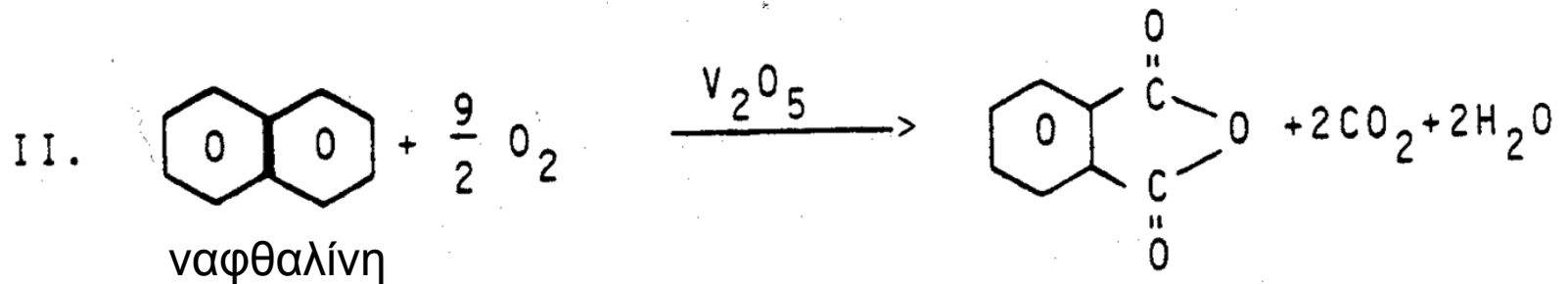
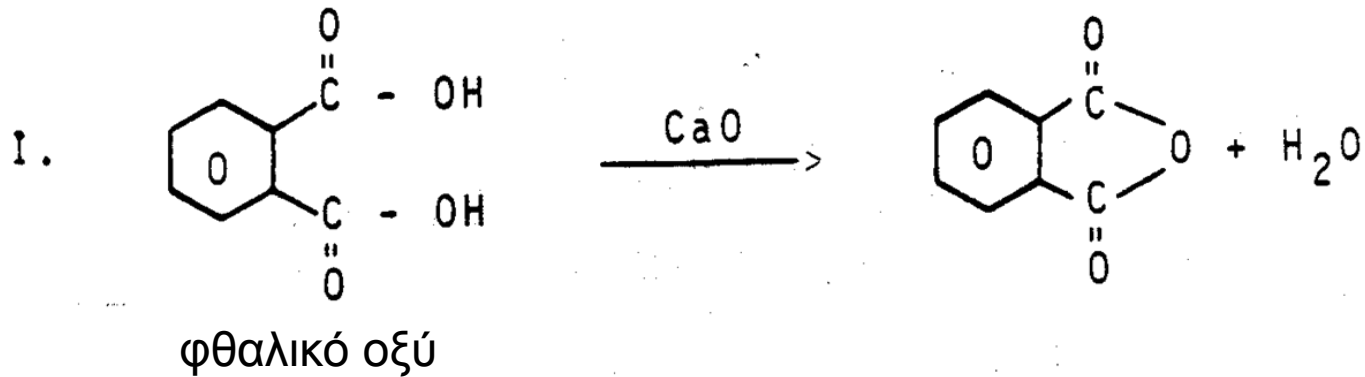
Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Δραστηριότητες ΧΜ στην Ελλάδα

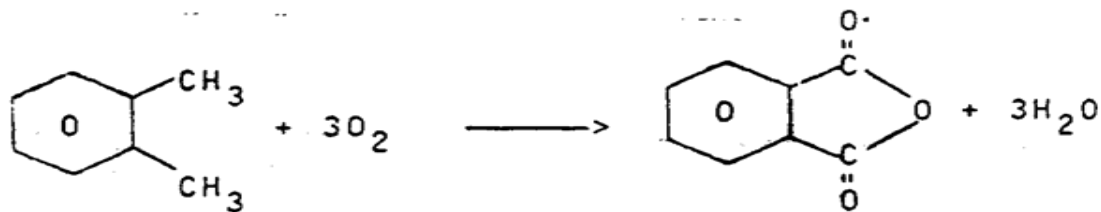
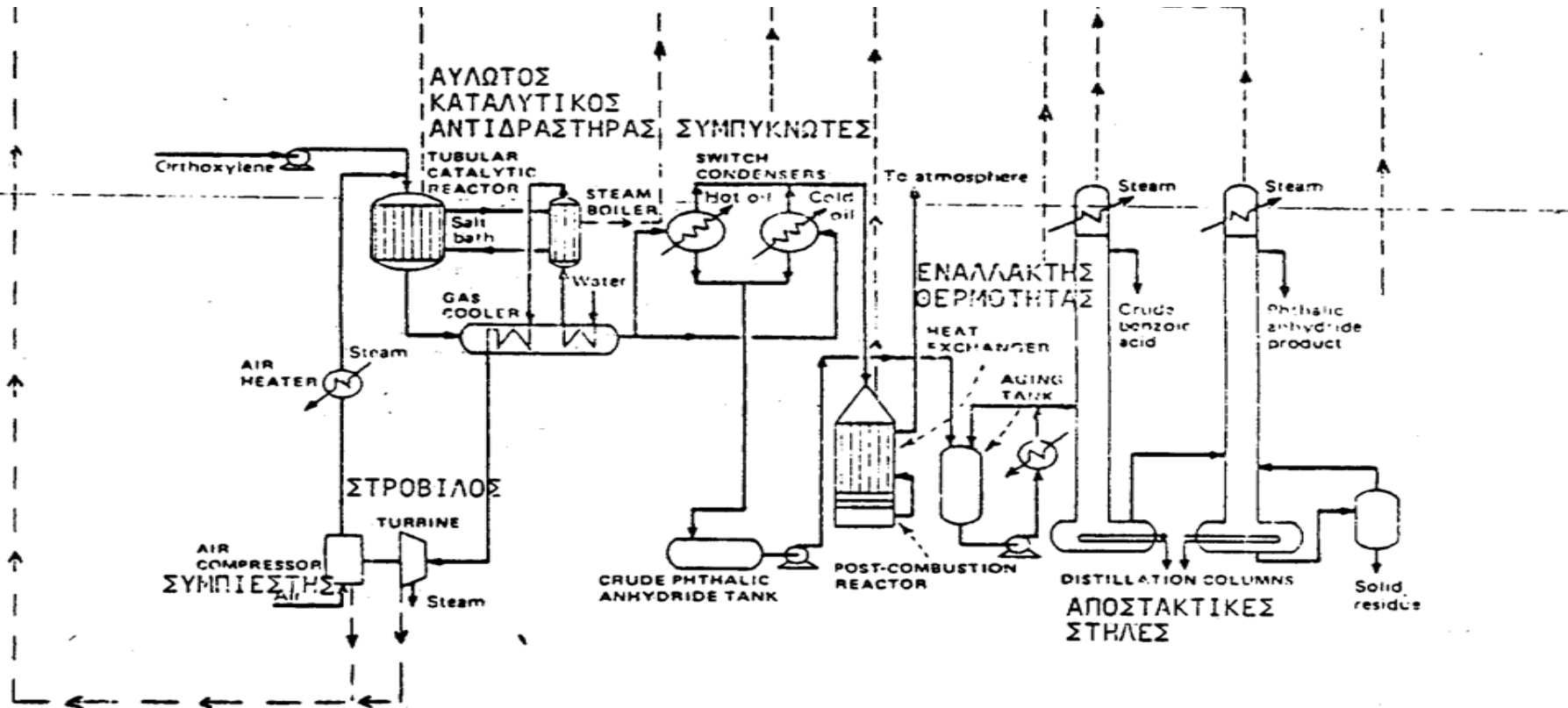
- ✓(45%) Παραγωγή. Βιομηχανικές παραγωγικές διαδικασίες
- ✓(11%) Τεχνικές συμβουλές και προώθηση πωλήσεων χημικών προϊόντων
- ✓(13%) Δημόσιοι οργανισμοί
- ✓(3%) Μελετητές, Σχεδιαστές, Κατασκευαστές
- ✓(8%) Βιομήχανοι - βιοτέχνες
- ✓(6%) Ερευνητές
- ✓(9%) Εκπαιδευτικοί στην Ανώτερη και Μέση Εκπαίδευση

Διάγραμμα ροής μιας χημικής βιομηχανίας

Παράδειγμα: παραγωγή φθαλικού ανυδρίτη

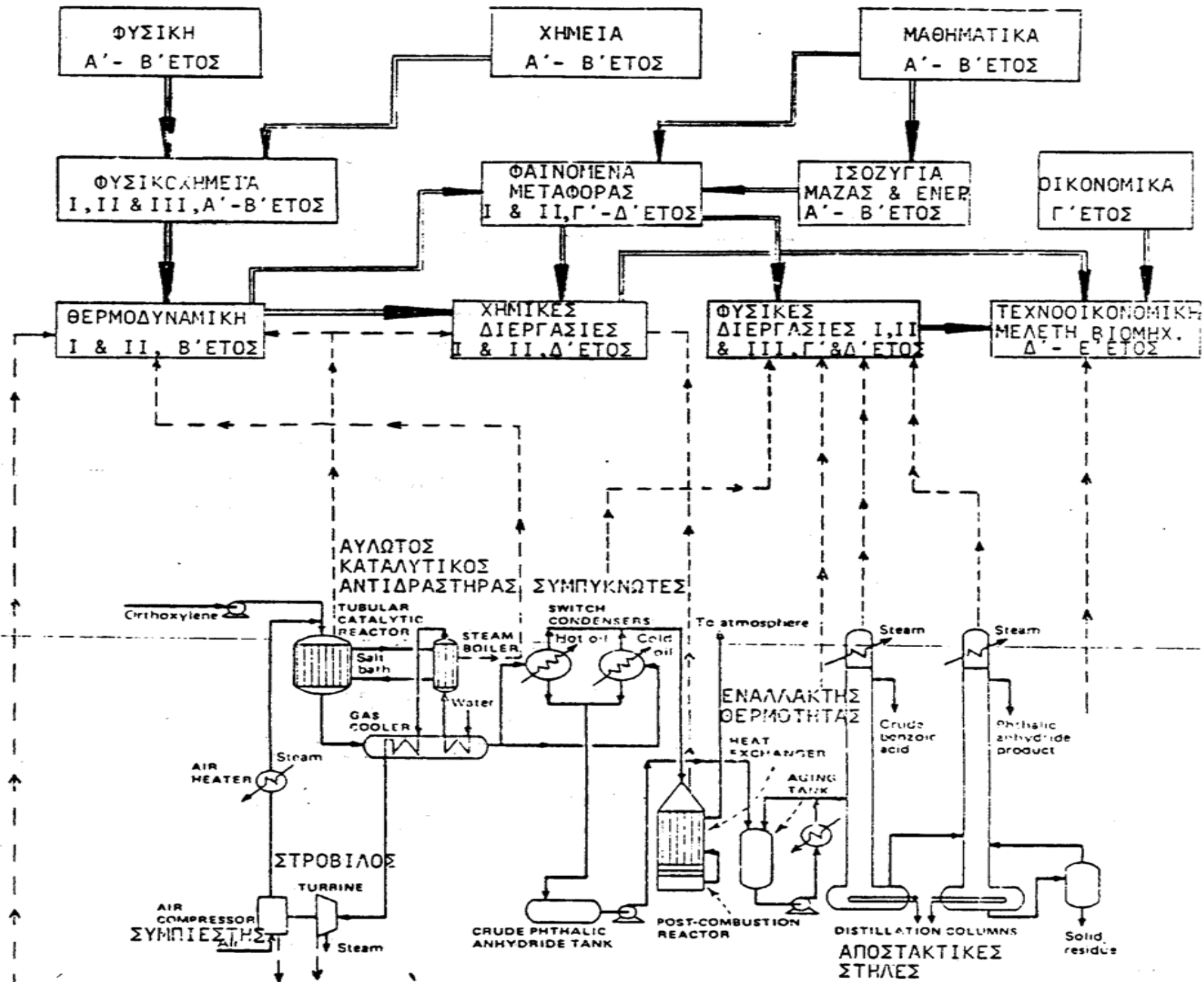


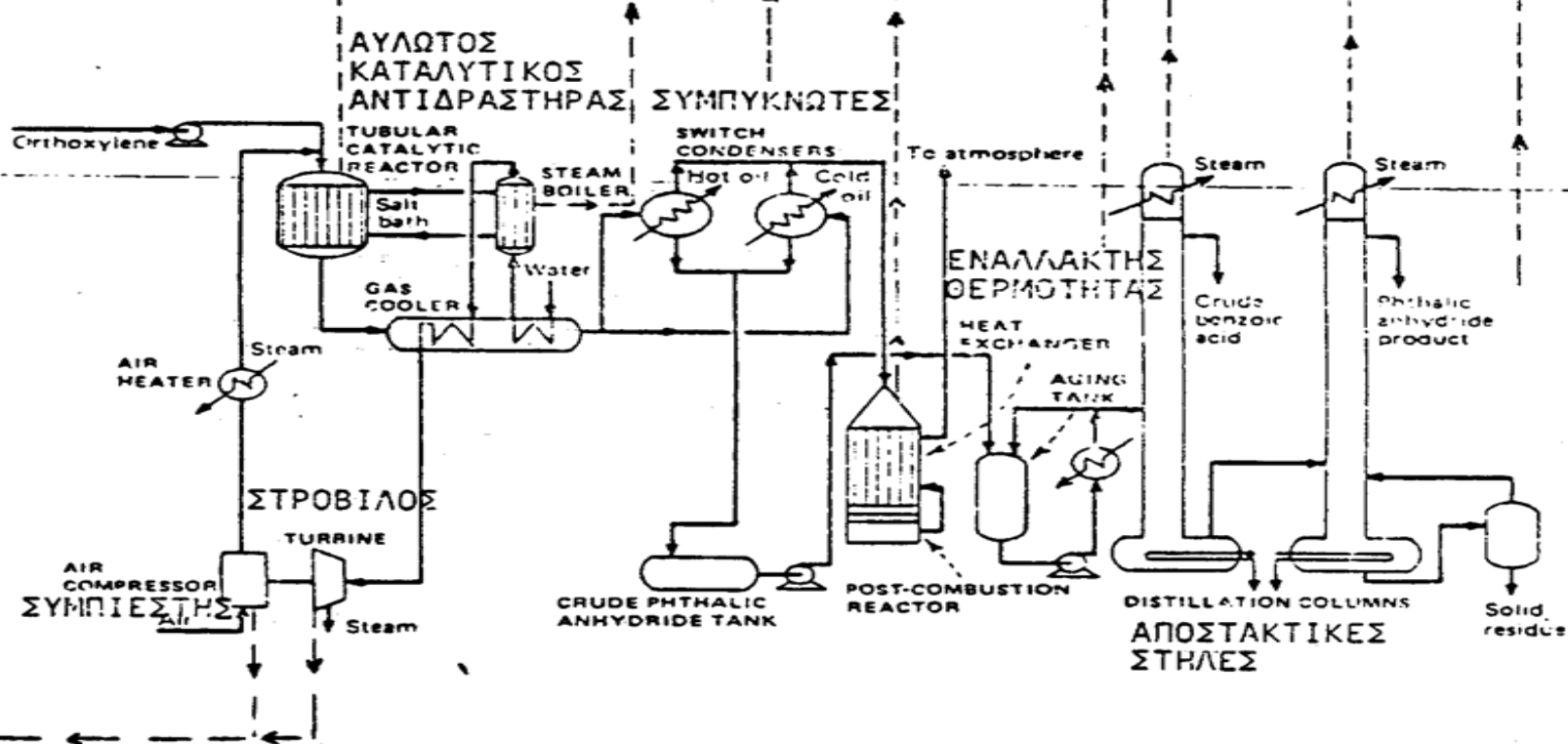
Διάγραμμα ροής μιας χημικής βιομηχανίας



Βασικά ερώτημα προς απάντηση

- Ποιοι παράγοντες επηρεάζουν τις σχετικές ποσότητες ανυδρίτη και παραπροϊόντων που παράγει ο πρώτος αντιδραστήρας;
- Ποιο πρέπει να είναι το είδος, μέγεθος και σχήμα των δύο αντιδραστήρων. Ποιοί είναι οι καλύτεροι δυνατοί καταλύτες;
- Ποιο πρέπει να είναι το σχήμα, μέγεθος και εμβαδόν επιφάνειας θερμικής εναλλαγής των εναλλακτών;
- Τι είδους και μεγέθους αποστακτικές στήλες μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε. Πόσα "πατώματα" πρέπει να έχει η κάθε μία;
- Τι τήγμα αλάτων πρέπει να χρησιμοποιήσουμε στον πρώτο αντιδραστήρα; Τι κατασκευαστικά υλικά πρέπει να χρησιμοποιήσουμε στα διάφορα στοιχεία της μονάδας;
- Ποιες είναι οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις από τη λειτουργία της μονάδας και πως μπορούν να ελαχιστοποιηθούν;
- Πώς μπορεί να βελτιστοποιηθεί ενεργειακά η λειτουργία της μονάδας ώστε να ελαχιστοποιηθεί η απαιτούμενη ενέργεια;

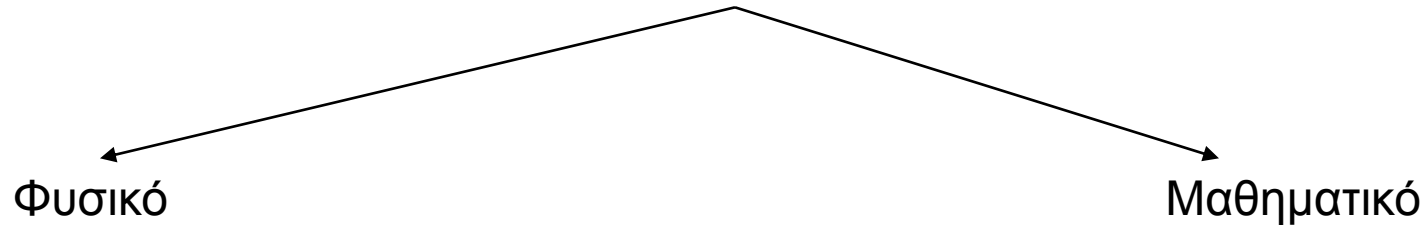




Το ξυλόλιο αναμιγνύεται με συμπιεσμένο και προθερμασμένο αέρα και οδηγείται στον πρώτο αντιδραστήρα που παράγει ανυδρίτη, CO , CO_2 , H_2O , O_2 βενζοϊκό οξύ και σε μικρότερες ποσότητες CH_4 καθώς και προϊόντα διμερισμού ή πολυμερισμού του ανυδρίτη. Επίσης εκλύονται μεγάλα ποσά θερμότητας που απάγονται από τήγμα αλάτων που ψύχουν τον καταλυτικά (V_2O_5) αντιδραστήρα-εναλλάκτη. Η θερμότητα που παίρνει το τήγμα των αλάτων χρησιμοποιείται για παραγωγή ατμού υψηλής πίεσης που, αφού προψύξει τα προϊόντα του αντιδραστήρα, κινεί ένα στρόβιλο συνδεδεμένο ομοαξονικά με τον συμπιεστή του αέρα. Τα προψυγμένα προϊόντα του αντιδραστήρα οδηγούνται σε δύο συμπυκνωτές-εναλλάκτες θερμότητας που συμπυκνώνουν όλα τα προϊόντα εκτός από τα πτητικά O_2 , CO , CO_2 , CH_4 και H_2O . Τα πτητικά οδηγούνται στο δεύτερο αντιδραστήρα όπου τα CH_4 , CO οξειδώνονται πριν αφεθούν στην ατμόσφαιρα. Η παραγόμενη θερμότητα χρησιμοποιείται πάλι για παραγωγή ατμού. Το προϊόν της συμπύκνωσης αποτελείται κυρίως από ανυδρίτη και διοχετεύεται σε δύο αποστακτικές στήλες εν σειρά που διαχωρίζουν τον ανυδρίτη από το πτητικότερο βενζοϊκό οξύ και από τα βαρύτερα στερεά προϊόντα πολυμερισμού.

Πρότυπα φυσικών και χημικών φαινομένων

Σαν Πρότυπο ορίζεται γενικά η απεικόνιση (παράσταση, μεταφορά) των φαινομένων με ένα δομημένο σύστημα στοιχείων



Η σύλληψη του φυσικού προτύπου περιλαμβάνει:

- Τον ορθό ορισμό του προβλήματος.
- Την κατανόηση όλων των δεδομένων πληροφοριών και στοιχείων που αναφέρονται στη διεργασία καθώς και την κατανόηση των ζητούμενων στοιχείων.
- Την απεικόνιση σε απλό διάγραμμα της εξελικτικής πορείας της διεργασίας.
- Τον καθορισμό του συστήματος (όγκου ελέγχου) μέσα στον οποίο θα εφαρμόσουμε τις αρχές διατήρησης.
- Τον καθορισμό των αρχικών συνθηκών του προβλήματος.

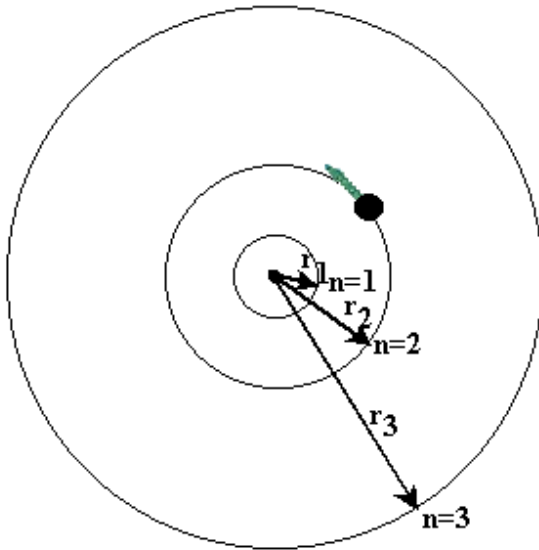
Πρότυπα φυσικών και χημικών φαινομένων

Σαν Πρότυπο ορίζεται γενικά η απεικόνιση (παράσταση, μεταφορά) των φαινομένων με ένα δομημένο σύστημα στοιχείων

Φυσικό

Μαθηματικό

Το Πρότυπο του Bohr



$$r = n^2 \frac{e^2}{\epsilon m a^2 c^2} = n^2 \frac{\epsilon \hbar^2}{m e^2} = n^2 a_0$$

$$T = (1/2) m v^2 = (1/2) m \frac{a^2 c^2}{n^2} = \frac{1}{2 n^2} \frac{m e^4}{\epsilon^2 \hbar^2}$$

$$V = -\frac{e^2}{\epsilon r} = -\frac{1}{n^2} \frac{m e^4}{\epsilon^2 \hbar^2}$$

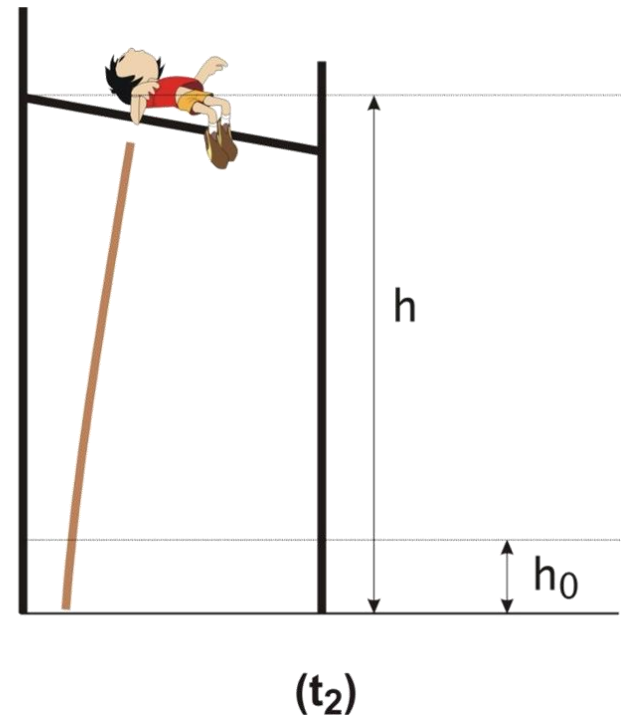
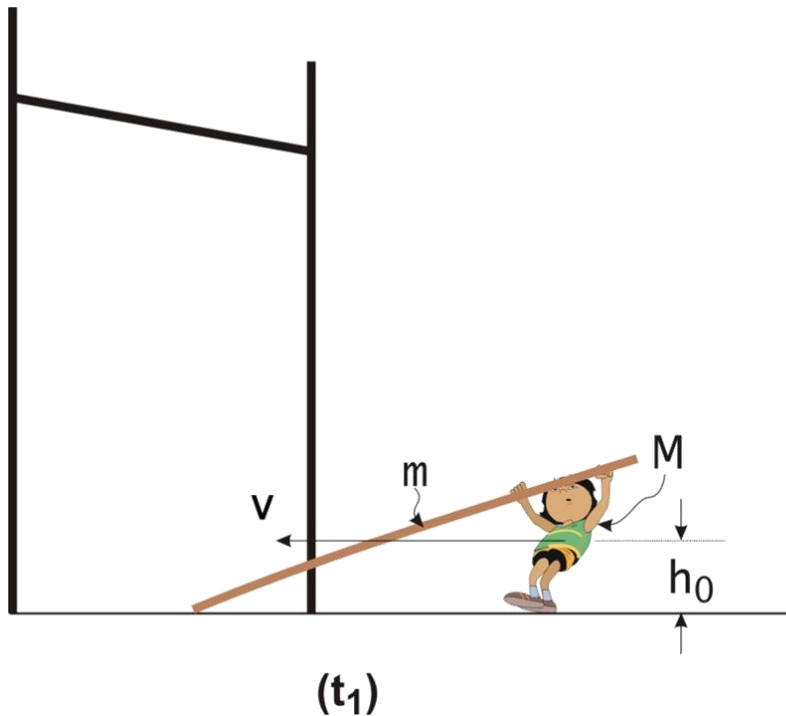
$$E = T + V = -\frac{1}{n^2} \frac{m e^4}{2 \epsilon^2 \hbar^2} = -\frac{1}{n^2} (13.8) \text{ eV}$$

Παράδειγμα: άλμα επί κοντώ

Ορισμός προβλήματος:

Περιγραφή άλματος επικοντιστή και πρόβλεψη της μέγιστης δυνατής επίδοσής του.

Φυσικό πρότυπο



Όγκος ελέγχου (σύστημα): ο αθλητής και το κοντάρι του

Αρχική συνθήκη: σε χρόνο $t_1=0$ ο αθλητής έχει οριζόντια ταχύτητα v και δυναμική ενέργεια Mgh_0 .

Παράδειγμα: άλμα επί κοντώ

Ορισμός προβλήματος:

Περιγραφή άλματος επικοντιστή και πρόβλεψη της μέγιστης δυνατής επίδοσής του.

Μαθηματικό πρότυπο

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας στο σύστημα που έχουμε ορίσει, στις χρονικές στιγμές t_1 και t_2

$$\left(Mgh_o + \frac{1}{2}Mv^2 \right)_{t_1} = (Mgh + \frac{1}{2}Mv^2)_{t_2} \Rightarrow h = h_o + \frac{v^2}{2g}$$

Με βάση τα δεδομένα $h_o=1\text{m}$, $v=10\text{m/s}$, $g=9.81\text{m/s}^2$ βρίσκουμε $h=6.81\text{m}$

*** Η επικρατέστερη σήμερα φιλοσοφία στον χώρο της μοντελοποίησης φυσικών ή χημικών φαινομένων είναι πως το προτιμότερο πρότυπο είναι το απλούστερο που εξασφαλίζει ικανοποιητική συμφωνία με την πραγματικότητα

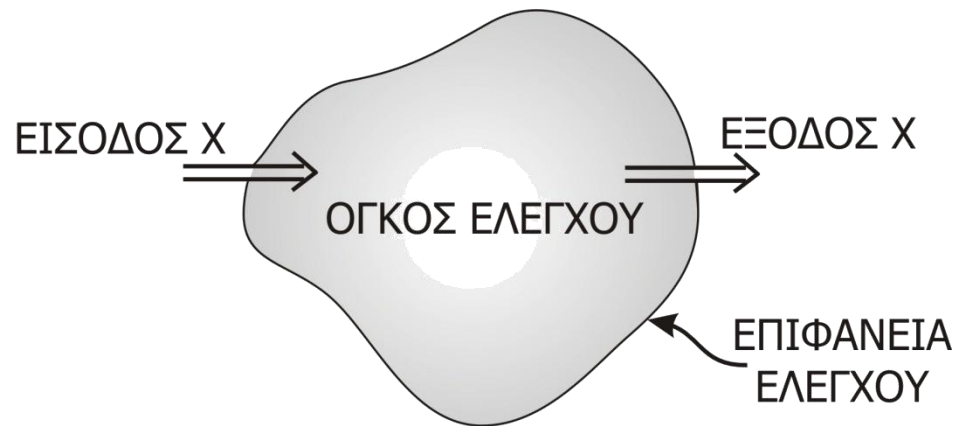
Ασκήσεις

Αναπτύξτε ένα λεπτομερέστερο φυσικό και μαθηματικό πρότυπο για την πρόβλεψη του ρεκόρ στο επί κοντώ.

Αναπτύξτε ανάλογα απλά φυσικά πρότυπα για την πρόβλεψη του ρεκόρ στα άλματα εις μήκος και εις ύψος.

Πηγές εξισώσεων Μαθηματικών Προτύπων

Θεμελιακές εξισώσεις του Προτύπου: (εφαρμογή των θεμελιακών αρχών της φυσικής για τη διατήρηση μάζας, ενέργειας και ορμής)



$$X_{t_2} = X_{t_1} + Q_{\text{ΕΙΣ}}(t_1, t_2) - Q_{\text{ΕΞ}}(t_1, t_2)$$

Πηγές εξισώσεων Μαθηματικών Προτύπων

$$X_{t_2} = X_{t_1} + Q_{\text{ΕΙΣ}}(t_1, t_2) - Q_{\text{ΕΞ}}(t_1, t_2)$$

Στα περισσότερα προβλήματα Χημικής Μηχανικής η πιο χρήσιμη μορφή των εξισώσεων διατήρησης είναι η διαφορική μορφή, την οποία λαμβάνουμε εξετάζοντας το όριο $t_2 \rightarrow t_1$:

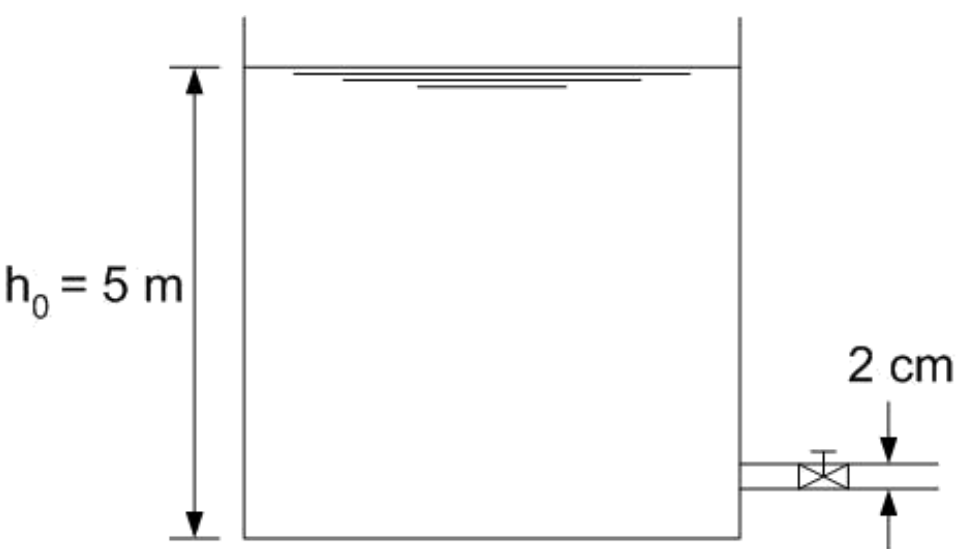
$$\lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{X_{t_2} - X_{t_1}}{t_2 - t_1} = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{Q_{\text{ΕΙΣ}}(t_1, t_2)}{t_2 - t_1} - \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{Q_{\text{ΕΞ}}(t_1, t_2)}{t_2 - t_1}$$



$$\frac{dX}{dt} = \dot{Q}_{\text{ΕΙΣ}} - \dot{Q}_{\text{ΕΞ}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ρυθμός συσσώρευσης} \\ X \text{ μέσα στον} \\ \text{όγκο ελέγχου} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Παροχή} \\ \text{Εισόδου } X \\ \text{στον όγκο} \\ \text{ελέγχου} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Παροχή} \\ \text{Εξόδου } X \\ \text{στον όγκο} \\ \text{ελέγχου} \end{array} \right\}$$

Παράδειγμα: Διαθέτουμε κυλινδρική δεξαμενή νερού διαμέτρου $D=2\text{m}$, η οποία αδειάζει από σωλήνα διαμέτρου $d=2\text{cm}$ που βρίσκεται στον πυθμένα της δεξαμενής. Σε χρόνο $t=0$, οπότε ανοίγεται η στρόφιγγα εξόδου, το ύψος του νερού στη δεξαμενή είναι $h_0=5\text{m}$. Να γραφεί η εξίσωση διατήρησης μάζας με αντικειμενικά σκοπό την εύρεση του χρόνου αποστράγγισης της δεξαμενής.



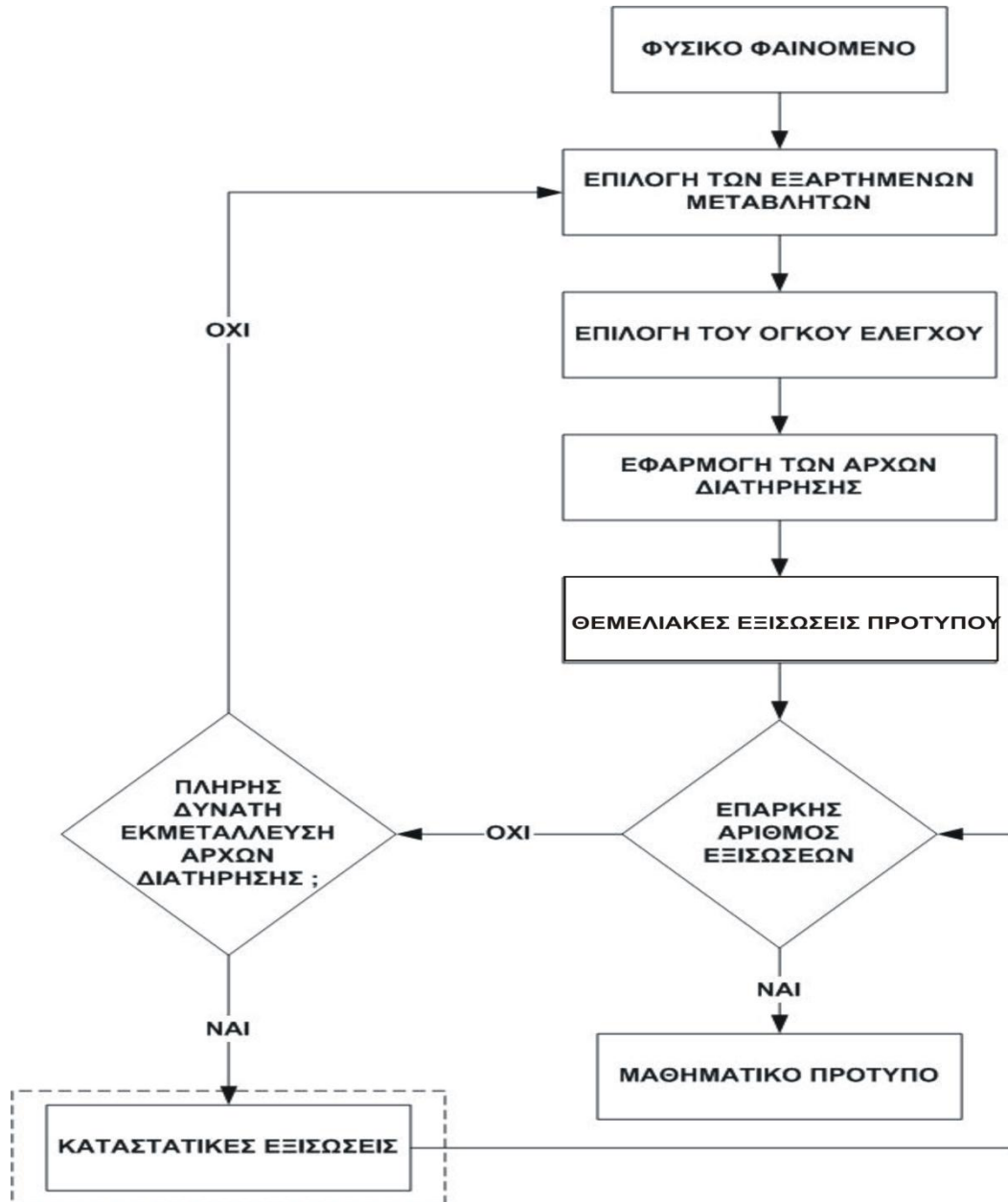
$$\frac{dX}{dt} = \dot{Q}_{\text{EΙΣ}} - \dot{Q}_{\text{ΕΞ}}$$

$$\frac{dm}{dt} = 0 - \dot{m}_{\text{ΕΞ}}$$

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = -\rho \dot{q}_{\text{ΕΞ}}$$

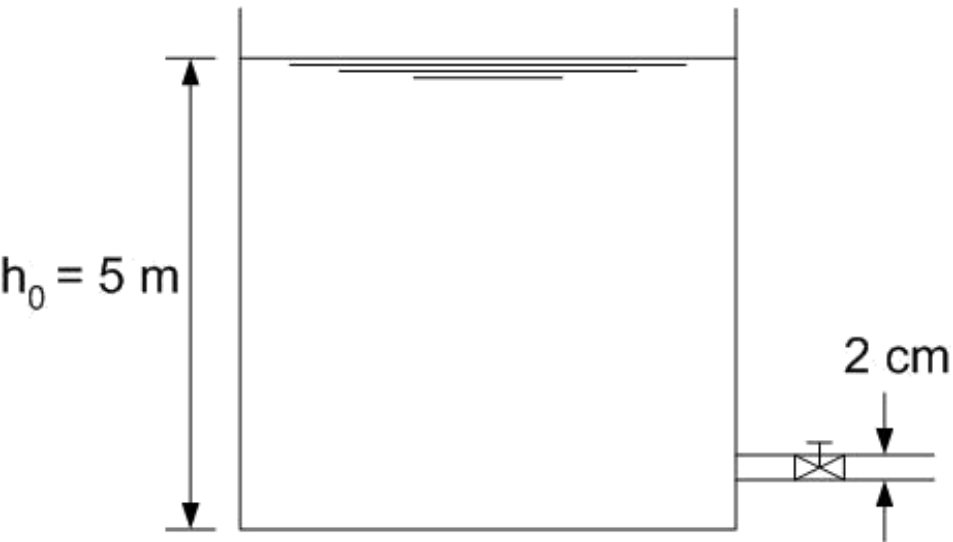
$$D^2 \frac{dh}{dt} = -d^2 v \Rightarrow \boxed{\frac{dh}{dt} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 v}$$

Καταστατικές εξισώσεις



Παράδειγμα: Αναζήτηση καταστατικής συσχέτισης για την ανάπτυξη μαθηματικού προτύπου για το πρόβλημα της δεξαμενής.

$$D^2 \frac{dh}{dt} = -d^2 v \Rightarrow \boxed{\frac{dh}{dt} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 v}$$



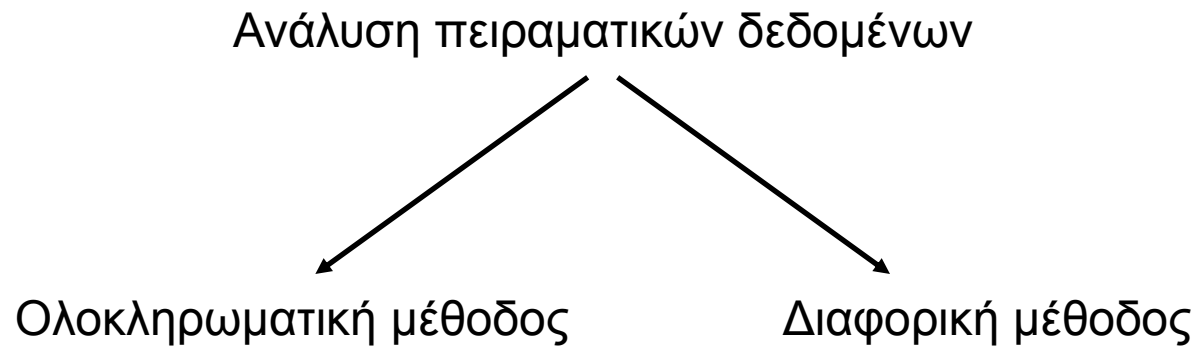
Στόχος: η εύρεση μιας σχέσης $v=v(h)$ που θα μας επιτρέψει να λύσουμε τη διαφορική μορφή του ισοζυγίου μάζας

Επιλογή διαστάσεων
δεξαμενής εργαστηριακής
κλίμακας

?

Απόκτηση πειραματικών δεδομένων

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι	
h (cm)	t (s)
50	0
47	100
38	400
31	700
24	1000
16	1400
9	1800
5	2200
2	2600
0.2	3000



Ανάλυση πειραματικών δεδομένων

Ολοκληρωματική μέθοδος

Η διαδικασία είναι εντελώς εμπειρική. Υποθέτουμε μια συγκεκριμένη $v(h)$, επιλύουμε την εξίσωση και συγκρίνουμε με το πείραμα.

Αν η συμφωνία δεν είναι καλή, δοκιμάζουμε άλλη $v(h)$ μέχρι που η συμφωνία να είναι ικανοποιητική.

Ανάλυση πειραματικών δεδομένων

Δοκιμή πρώτη: Υποθέτουμε $u=K_0 h^0$

$$\frac{dh}{dt} = \left(\frac{d}{D}\right)^2 K_0 \Rightarrow dh = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 K_0 dt \Leftrightarrow \int dh = \int -\left(\frac{d}{D}\right)^2 K_0 dt \Leftrightarrow h = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 K_0 t + C$$

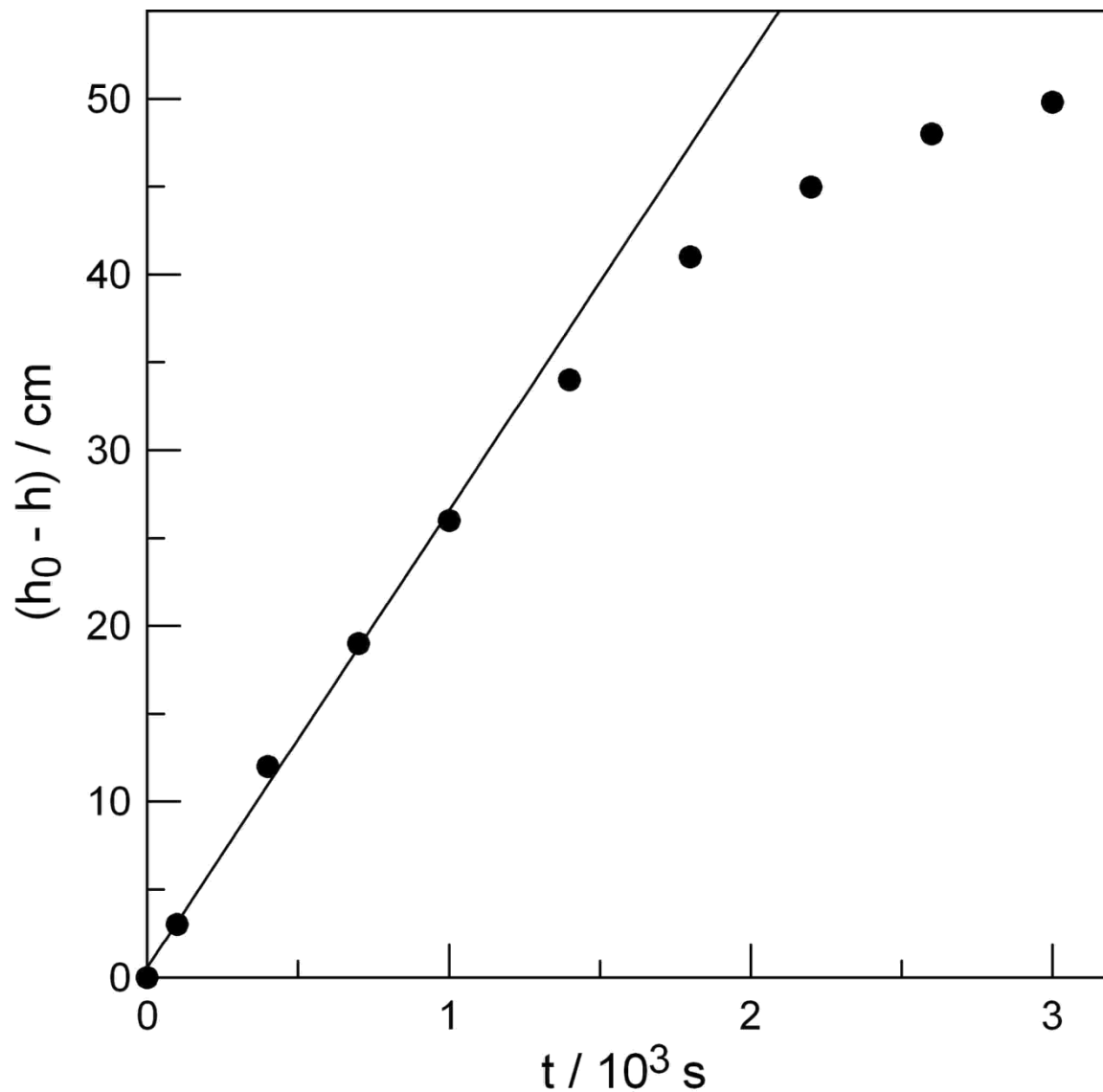
Για να βρούμε την C πρέπει να χρησιμοποιήσουμε την αρχική (ή οριακή) συνθήκη: $h=h_0$ για $t=0$

$$h_0 - h = \left(\frac{d}{D}\right)^2 K_0 t$$

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι

h (cm)	t (s)
50	0
47	100
38	400
31	700
24	1000
16	1400
9	1800
5	2200
2	2600
0.2	3000

$$h_0 - h = \left(\frac{d}{D}\right)^2 K_0 t$$

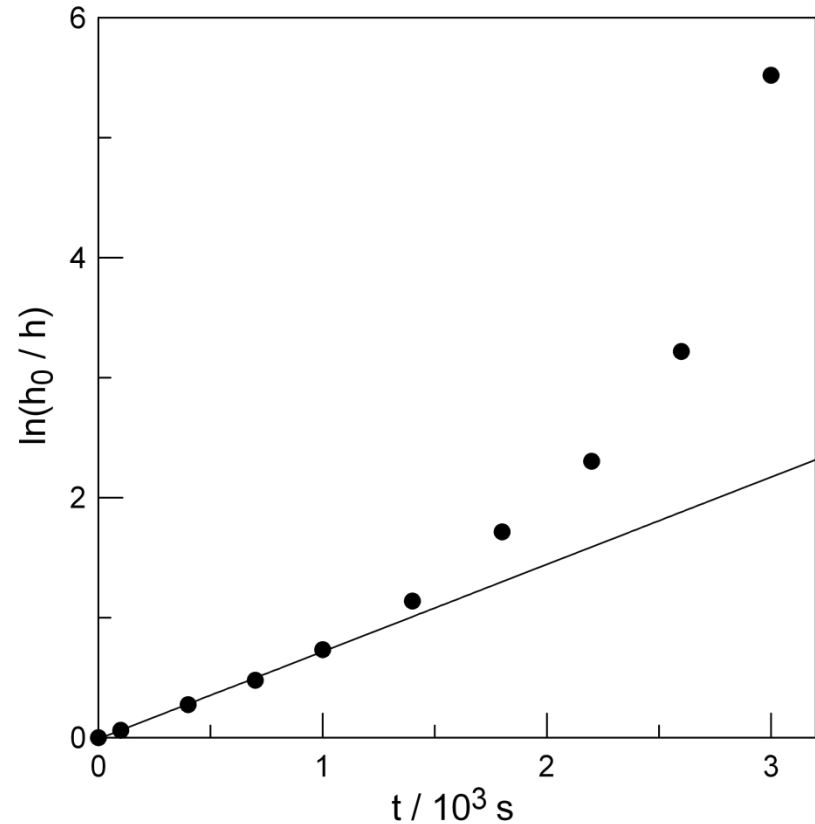


Ανάλυση πειραματικών δεδομένων

Δοκιμή δεύτερη: Υποθέτουμε $u=K_1h^1$

$$\frac{dh}{dt} = \left(\frac{d}{D}\right)^2 K_1 h \Rightarrow \frac{dh}{h} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 K_1 dt \Leftrightarrow \int \frac{dh}{h} = -\int \left(\frac{d}{D}\right)^2 K_1 dt \Leftrightarrow \ln h = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 K_1 t + C$$

$$\ln \frac{h}{h_0} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 K_1 t \Leftrightarrow h = h_0 e^{-\left(\frac{d}{D}\right)^2 K_1 t}$$

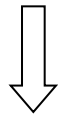


Ανάλυση πειραματικών δεδομένων

Δοκιμή τρίτη: Υποθέτουμε $u=K_n h^n$

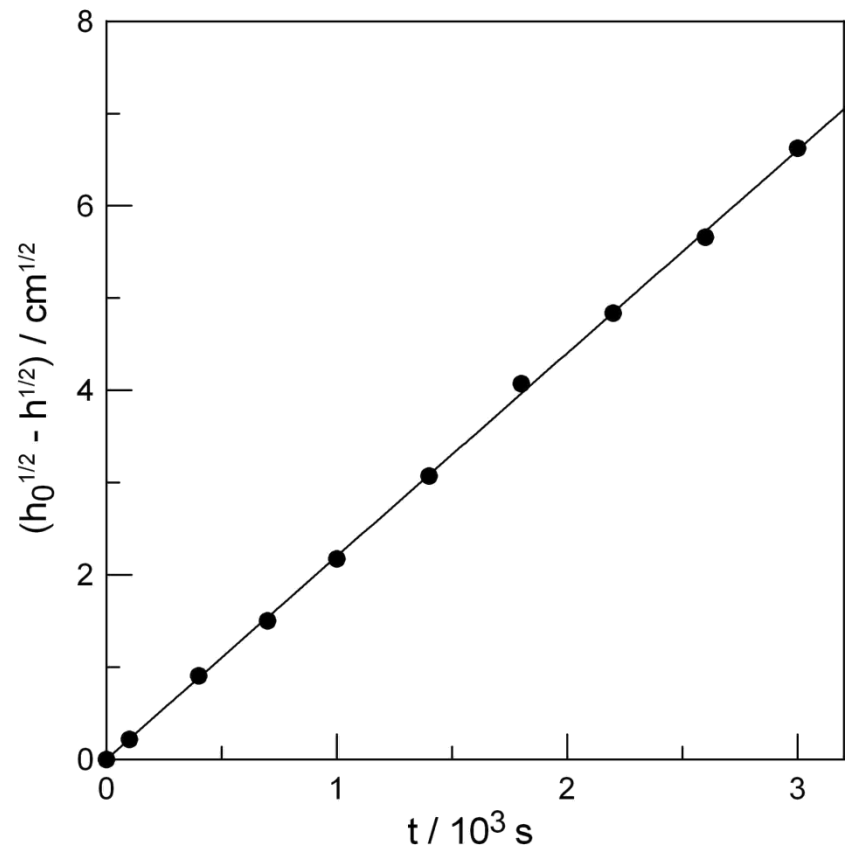
$$\frac{dh}{dt} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 K_n h^n \Rightarrow h^{-n} dh = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 K_n dt \Leftrightarrow \int h^{-n} dn = -\int \left(\frac{d}{D}\right)^2 K_n dt \Bigg\}_{n \neq 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1-n} h^{1-n} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 K_n t + C$$



$$h_0^{1-n} - h^{1-n} = (1-n) \left(\frac{d}{D}\right)^2 K_n t$$

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι	
h (cm)	t (s)
50	0
47	100
38	400
31	700
24	1000
16	1400
9	1800
5	2200
2	2600
0.2	3000



Από την κλίση της ευθείας:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d}{D} \right)^2 K_n = 2.21 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{1/2} / \text{s} \Rightarrow K_n = 4.42 \text{ m}^{1/2} / \text{s}$$

$$\text{ΣΥΝΕΠΩΣ: } v = K_n h^{1/2}, \quad K_n = 4.42 \text{ m}^{1/2} / \text{s}$$

$$h_0^{1-n} - h^{1-n} = (1-n) \left(\frac{d}{D} \right)^2 K_n t$$

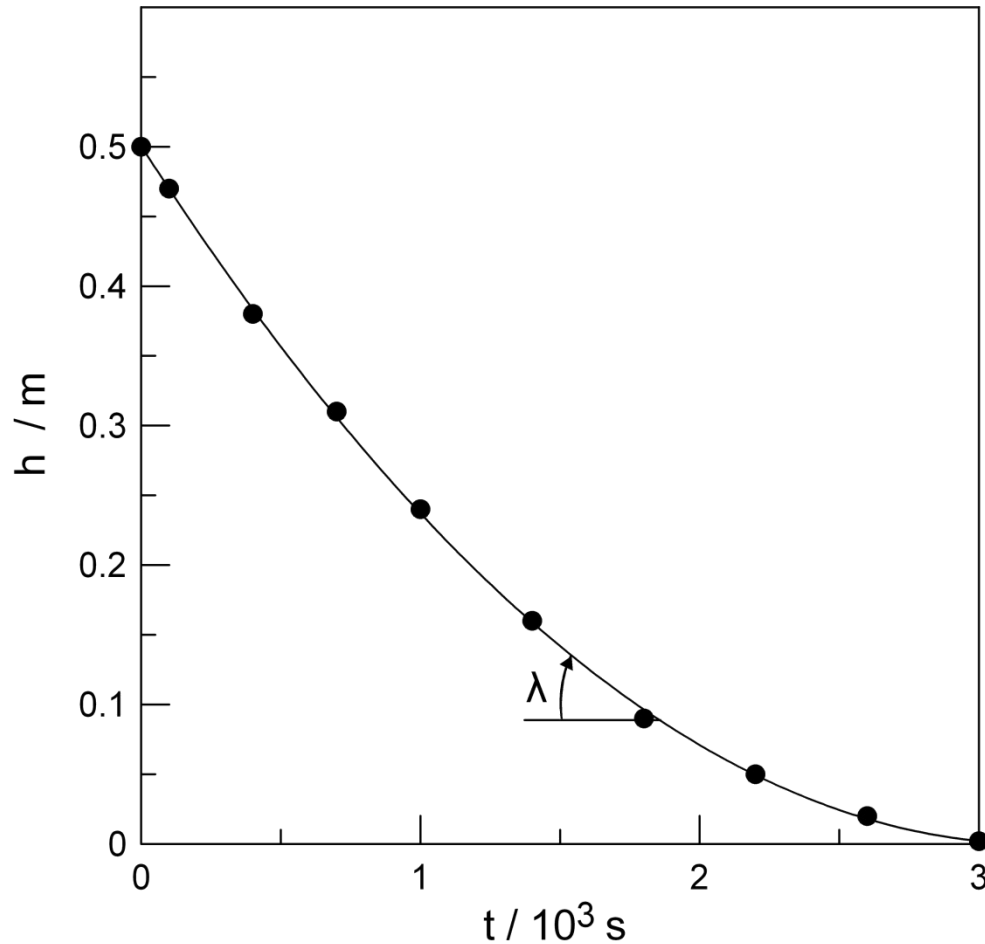
$$D^2 \frac{dh}{dt} = -d^2v \Rightarrow \boxed{\frac{dh}{dt} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 v}$$

$$v = K_n h^{1/2}, \quad K_n = 4.42 \text{m}^{1/2} / \text{s}$$

$$h_0^{1/2} - h^{1/2} = \frac{1}{2} \left(\frac{d}{D} \right)^2 K_n t$$

Ανάλυση πειραματικών δεδομένων

Διαφορική μέθοδος – γεωμετρική επίλυση



$$\frac{dh}{dt} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 v$$

$$\lambda = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 v$$

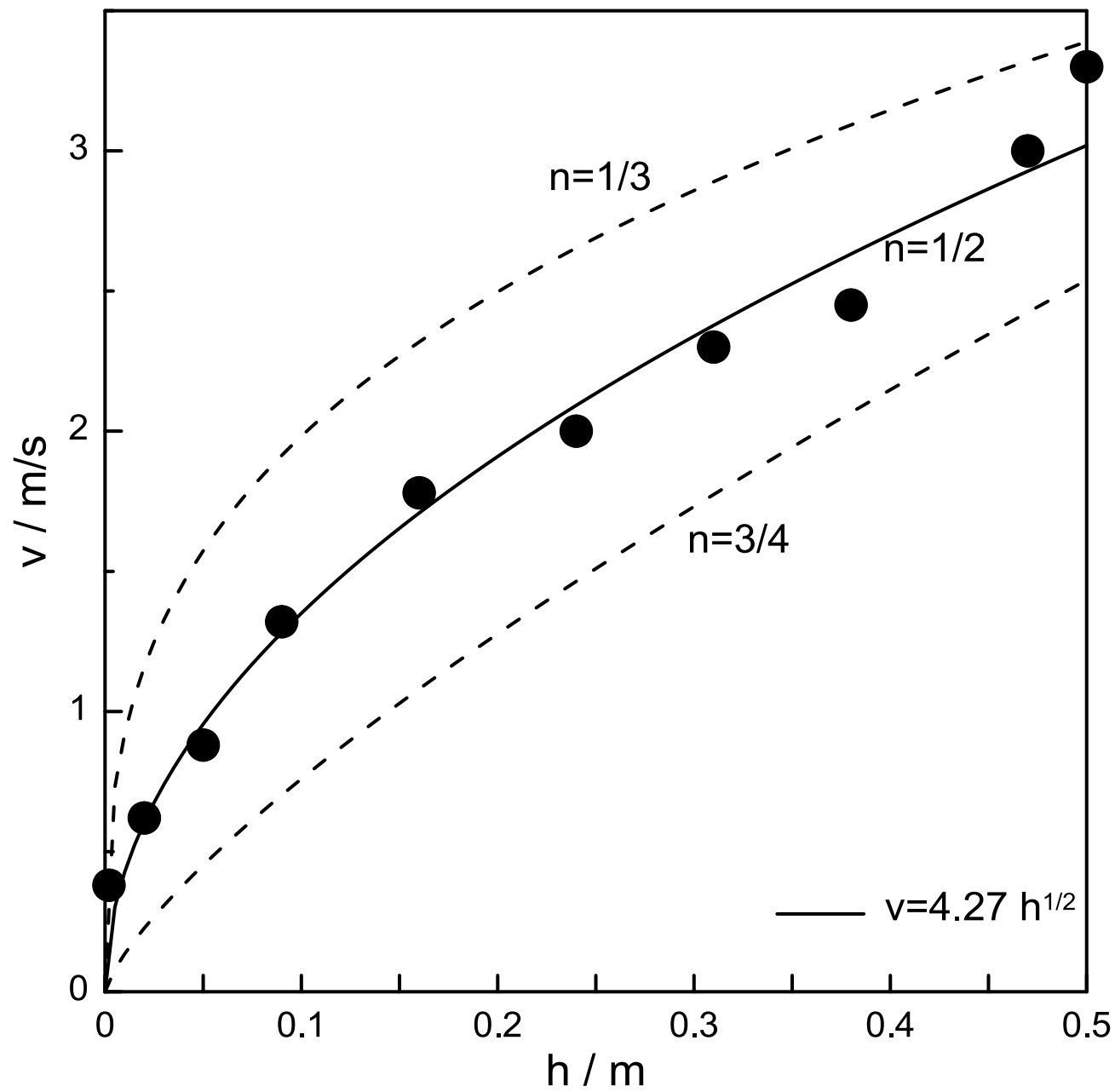
$$v = -\lambda \left(\frac{D}{d}\right)^2$$

Ανάλυση πειραματικών δεδομένων

Διαφορική μέθοδος – γεωμετρική επίλυση

t(s)	h(m)	-λ(m/s)	v(m/s)
0	0.5	$3.3 \cdot 10^{-4}$	3.3
100	0.47	$3.0 \cdot 10^{-4}$	3.0
400	0.38	$2.45 \cdot 10^{-4}$	2.45
700	0.31	$2.30 \cdot 10^{-4}$	2.30
1000	0.24	$2.00 \cdot 10^{-4}$	2.00
1400	0.16	$1.78 \cdot 10^{-4}$	1.78
1800	0.09	$1.32 \cdot 10^{-4}$	1.32
2200	0.05	$0.88 \cdot 10^{-4}$	0.88
2600	0.02	$0.62 \cdot 10^{-4}$	0.62
3000	0.002	$0.38 \cdot 10^{-4}$	0.38

$$v = -\lambda \left(\frac{D}{d} \right)^2$$

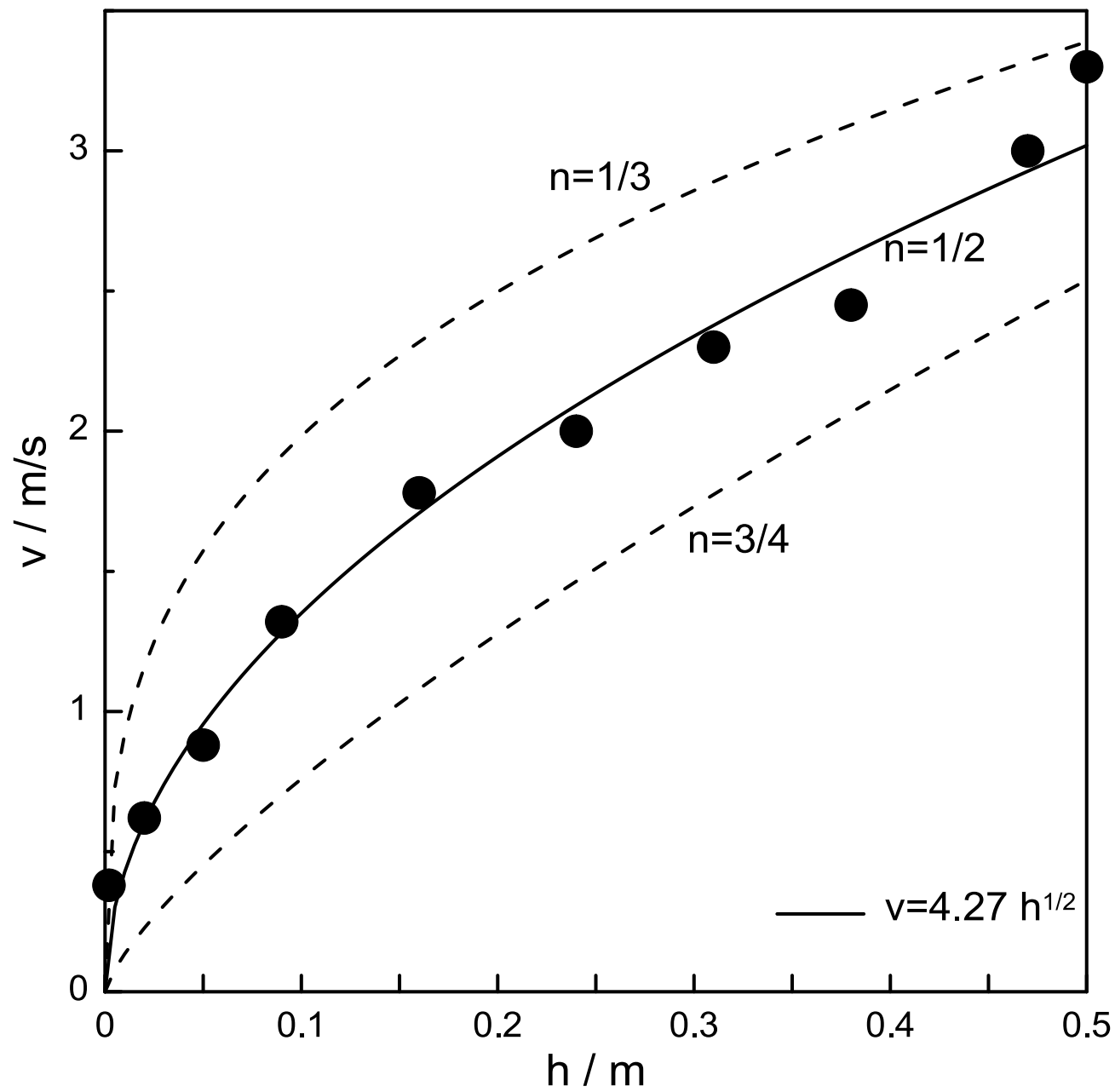


Ανάλυση πειραματικών δεδομένων

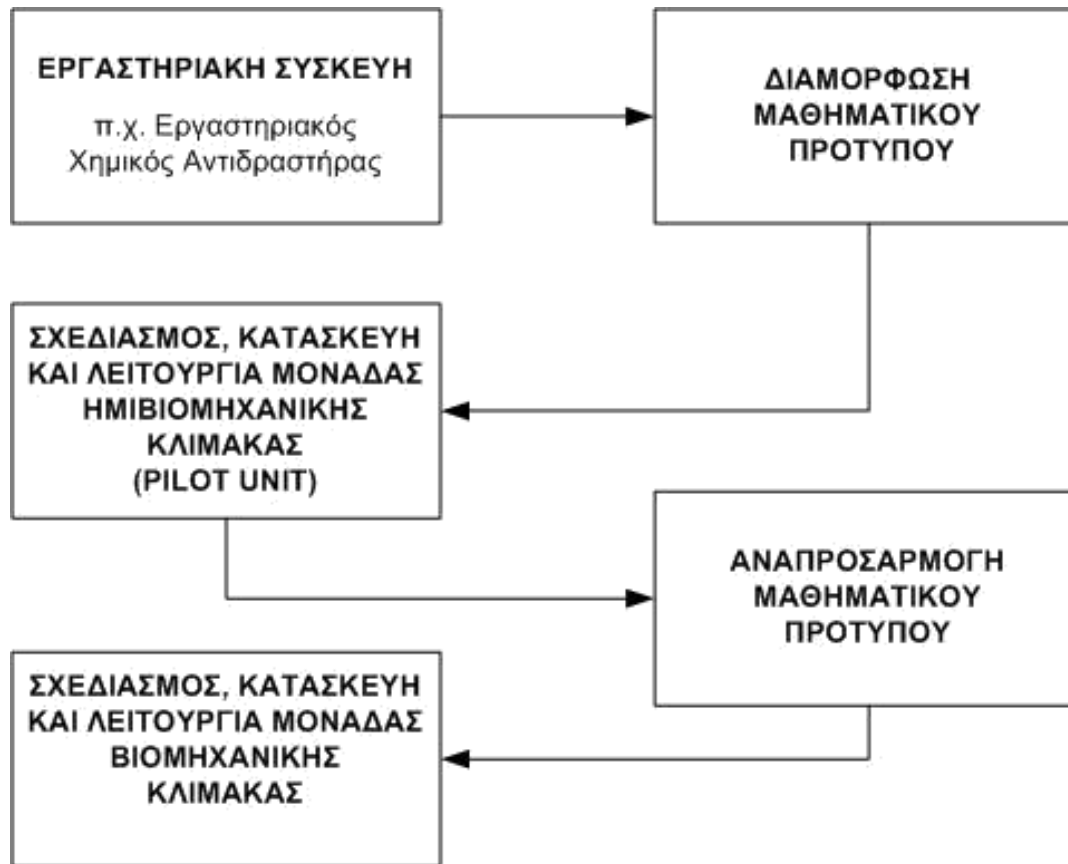
Διαφορική μέθοδος – αλγεβρική επίλυση

t(s)	$\Delta t_i = t_{j+1} - t_j (s)$	h(m)	$\Delta h_i = h_{j+1} - h_j (m)$	$\frac{\Delta h_j}{\Delta t_j} \approx \frac{dh}{dt} (m/s)$	v(m/s)
0	100	0.5	0.03	$3 \cdot 10^{-4}$	3.
100	300	0.47	0.09	$3 \cdot 10^{-4}$	3.
400	300	0.38	0.07	$2.3 \cdot 10^{-4}$	2.3
700	300	0.31	0.07	$2.3 \cdot 10^{-4}$	2.3
1000	400	0.24	0.08	$2.0 \cdot 10^{-4}$	2.0
1400	400	0.16	0.07	$1.75 \cdot 10^{-4}$	1.75
1800	400	0.09	0.04	$1.0 \cdot 10^{-4}$	1.0
2200	400	0.05	0.03	$0.75 \cdot 10^{-4}$	0.75
2600	400	0.02	0.018	$0.45 \cdot 10^{-4}$	0.45
3000		0.002			

$$\frac{\Delta h_j}{\Delta t_j} \approx \frac{dh}{dt} (m/s)$$



Η έννοια της κλιμάκωσης μεγέθους



Οι θεμελιακές εξισώσεις ενός προτύπου, αυτές που πηγάζουν από τις αρχές διατήρησης, εξακολουθούν να ισχύουν και στην μονάδα βιομηχανικής κλίμακας.

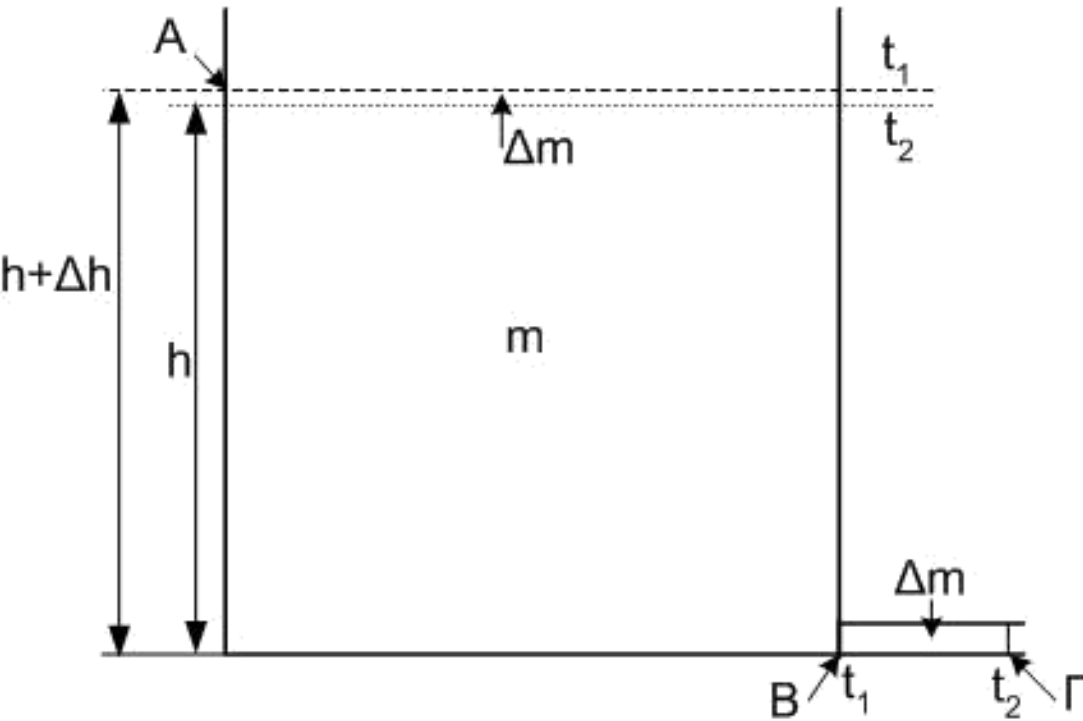
Αυτό δεν ισχύει κατ' ανάγκη για τις καταστατικές εξισώσεις, που μπορεί να ισχύουν για περιορισμένη περιοχή τιμών των παραμέτρων του προβλήματος.

Η έννοια της κλιμάκωσης μεγέθους



κλιμάκωση μεγέθους (scale-up) είναι η διαδικασία σχεδιασμού και κατασκευής μονάδων βιομηχανικής κλίμακας, ξεκινώντας από δεδομένα πειραμάτων εργαστηριακής κλίμακας.

Χρήση δεύτερου ισοζυγίου



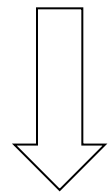
$$\frac{dh}{dt} = - \left(\frac{d}{D} \right)^2 v$$

$$mg \frac{h}{2} + \Delta mg \left(h + \frac{\Delta h}{2} \right) + 0 = mg \frac{h}{2} + \frac{1}{2} \Delta m v^2 \implies g \left(h + \frac{\Delta h}{2} \right) = \frac{1}{2} v^2 \implies v = (2g)^{1/2} h^{1/2}$$

Χρήση δεύτερου ισοζυγίου

$$\frac{dh}{dt} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 v$$

$$mg\frac{h}{2} + \Delta mg\left(h + \frac{\Delta h}{2}\right) + 0 = mg\frac{h}{2} + \frac{1}{2}\Delta mv^2 \implies g\left(h + \frac{\Delta h}{2}\right) = \frac{1}{2}v^2 \implies v = (2g)^{1/2}h^{1/2}$$



Με βάση τα δεδομένα:

($h_0=5\text{m}$, $D=2\text{m}$, $d=2\text{cm}$):

ο χρόνος αποστράγγισης της δεξαμενής
είναι $t=1\times 10^4\text{ s}$.

$$h_0^{1/2} - h^{1/2} = \left(\frac{d}{D}\right)^2 \left(\frac{g}{2}\right)^{1/2} t$$

Το τελικό μαθηματικό πρότυπο βασίζεται πάνω στην εφαρμογή δύο αρχών διατήρησης (μάζας και ενέργειας) και μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε με εμπιστοσύνη για δεξαμενές οποιουδήποτε μεγέθους.

Παραδοχές

1. ρ σταθερό, όπως βέβαια και το g .
2. Καμιά εναλλαγή θερμότητας ή έργου με το περιβάλλον.
3. Το πιο σημαντικό: Καμιά ενεργειακή απώλεια λόγω τριβών.

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.0.



Σημείωμα Αναφοράς

- Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών. Καθηγητής, Κωνσταντίνος Βαγενάς
«ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΧΗΜΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ». Έκδοση: Πάτρα 2013.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/CMNG2141/>

*Όλα τα διαγράμματα είναι κατασκευασμένα από την ομάδα του μαθήματος,
εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά.*



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού- Μη Εμπορική Χρήση- Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.