

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ Δ

### Άσκηση Δ1

Κυλινδρική δεξαμενή διαμέτρου  $D=3\text{m}$  και βάθους  $H=5\text{m}$  περιέχει αρχικώς ( $t<0$ )  $\text{H}_2\text{O}$  μέχρι ύψους  $h_0=1\text{m}$  και τροφοδοτείται από την κορυφή με σταθερή ογκομετρική παροχή νερού  $F[\text{m}^3/\text{s}]$  για  $t\geq 0$ . Όταν η στάθμη του  $\text{H}_2\text{O}$  στη δεξαμενή φτάσει σε ύψος  $h^*=3\text{m}$  τότε αυτόματα ανοίγει μια βαλβίδα διαμέτρου  $d=5\text{cm}$  που βρίσκεται στον πυθμένα της δεξαμενής. Η βαλβίδα αυτή αυτομάτως κλείνει αν η στάθμη του  $\text{H}_2\text{O}$  πέσει στο  $1\text{m}$  και ξανανοίγει μόνο αν η στάθμη ξαναφτάσει τα  $3\text{m}$ .

- Να βρεθεί η συνάρτηση  $h(t)$  που δίνει την στάθμη της δεξαμενής σαν συνάρτηση του χρόνου πρώτου για  $F=12.5\text{ l/s}$  και δεύτερο για  $F=50\text{ l/s}$ .
- Να γίνει γραφική παράσταση σε χαρτί millimetré της  $h(t)$  για τις δύο τιμές του  $F$ . Μπορείτε να θεωρήσετε ότι το  $\text{H}_2\text{O}$  είναι αρκετά λεπτόρευστο (μη ιξώδες) έτσι που η ταχύτητα εκροής στον πυθμένα είναι  $u = \sqrt{2gh}$ .

### Άσκηση Δ2

Κυλινδρικό δοχείο διαμέτρου  $D=10\text{cm}$  και ύψους  $H=10\text{cm}$  περιέχει αρχικώς κυλινδρικό κομμάτι πάγου ύψους  $4\text{cm}$  και διαμέτρου  $4\text{cm}$ . Στο δοχείο τροφοδοτούμε για  $t\geq 0$  υγρό  $\text{H}_2\text{O}$  στους  $0^\circ\text{C}$  με παροχή  $5\text{cm}^3/\text{s}$  μέχρις ότου η στάθμη του  $\text{H}_2\text{O}$  φτάσει σε  $H=8\text{cm}$  οπότε διακόπτεται η παροχή  $\text{H}_2\text{O}$ . Τούτο συμβαίνει σε χρόνο  $t-t_1$ . Δεχόμαστε ότι το χρονικό αυτό διάστημα ο πάγος δε λιώνει καθόλου.

- Να βρεθεί το  $t_1$  και η συνάρτηση  $h(t)$  για  $0\leq t\leq t_1$ . (Προσοχή).
- Να γίνει γραφική παράσταση της  $h(t)$  σε χαρτί millimetré.
- Για  $t\geq t_1$  το κομμάτι του πάγου λιώνει. Να βρεθεί η τελική στάθμη  $h_f$  του νερού στο δοχείο.

Δεδομένα:  $\rho_{\text{H}_2\text{O}(l)} = 1,03\text{ g/cm}^3$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}(s)} = 0.91\text{ g/cm}^3$$

### Άσκηση Δ3

Κυλινδρική δεξαμενή διαμέτρου  $D=3\text{m}$  και ύψους  $H=3\text{m}$  είναι γνωστό πως, όταν είναι αρχικά εντελώς γεμάτη, χρειάζεται  $45\text{min}$  για να αδειάσει από βάνια που είναι στον πυθμένα της.

Η δεξαμενή αυτή περιέχει αρχικά ( $t=0$ ) καθαρό  $H_2O$  μέχρι ύψους  $h_0=2$  m. Σε χρόνο  $t=0$  ανοίγει η βάννα του πυθμένα ενώ ταυτόχρονα αρχίζει η τροφοδοσία της δεξαμενής με υδατικό διάλυμα αιθανόλης παροχής  $10\text{m}^3/\text{h}$  και περιεκτικότητας  $0.2$  mole % σε αιθανόλη.

Θεωρώντας προσεγγιστικά ότι η πυκνότητα του διαλύματος είναι ίση με  $1$  g/cc, προσδιορίστε:

- Το χρόνο  $t_1$  που απαιτείται ώστε η στάθμη της δεξαμενής να απέχει  $1\%$  από την τελική τιμή της στη μόνιμη κατάσταση.
- Το διαφορικό ισοζύγιο μάζας της αιθανόλης (A) που είναι διαλυμένη μέσα στη δεξαμενή (Γράψτε μόνο τη διαφορική εξίσωση στην τελική μορφή. Όχι λύση).

#### Άσκηση Δ4

Αντιδραστήρας διαλείποντας έργου (batch) περιέχει αρχικά διάλυμα αιθανόλης συγκέντρωσης  $1$  mole/l. Σε χρόνο  $t=0$  προστίθεται καταλύτης που επιτρέπει την οξείδωση της αιθανόλης από το διαλελυμένο οξυγόνο προς οξικό οξύ.

Ελήφθησαν οι εξής μετρήσεις:

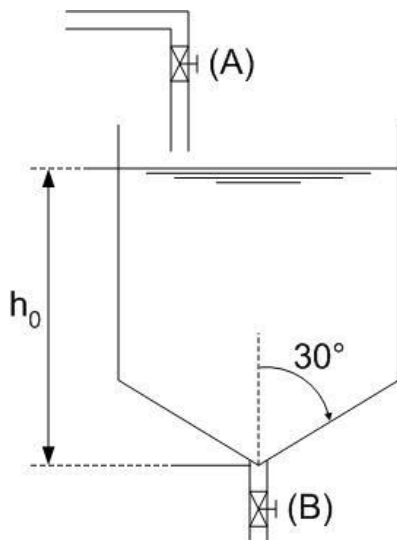
Χρόνος $t/s$	Συγκέντρωση αιθανόλης $[A]/(\text{mole/l})$
0	1.0
5	0.80
10	0.67
20	0.51
30	0.39
50	0.28
70	0.21
100	0.16

Να γίνει επεξεργασία των μετρήσεων τόσο με τη διαφορική όσο και με την ολοκληρωματική μέθοδο και να βρεθεί η τάξη της αντίδρασης και η κινητική σταθερά (με σωστές μονάδες).

#### Άσκηση Δ5

Διαθέτουμε κυλινδρική δεξαμενή διαμέτρου  $3\text{m}$ , ο πυθμένας της οποίας έχει κωνικό σχήμα, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Η δεξαμενή αδειάζει από σωλήνα διαμέτρου  $4$  cm του ανεστραμμένου κώνου. Σε χρόνο  $t=0$ , οπότε ανοίγεται η στρόφιγγα εξόδου, το ύψος του νερού στη δεξαμενή είναι  $h_0=6$  m.

- Να βρεθεί πόσος χρόνος απαιτείται για να αδειάσει η δεξαμενή



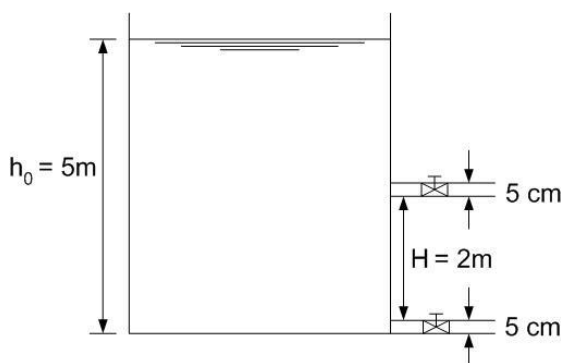
- β. Να γίνει γραφική παράσταση της στάθμης  $h$  του υγρού σαν συνάρτηση του χρόνου.
- γ. Ας υποθέσουμε ότι την χρονική στιγμή  $t=0$  ( $h_0=6$  m) ανοίγουμε ταυτόχρονα με την στρόφιγγα εξόδου (B) και την στρόφιγγα (A) που τροφοδοτεί τη δεξαμενή με σταθερή ογκομετρική παροχή νερού  $F=3$  L/s. Βρείτε το ύψος όπου θα ισορροπήσει η στάθμη του νερού.
- δ. Σε πόσο χρόνο θα ισορροπήσει η στάθμη του νερού;

### Άσκηση Δ6

Διαθέτουμε μια κυλινδρική δεξαμενή διαμέτρου 2 m, η οποία αδειάζει από ένα σωλήνα διαμέτρου 5 cm που βρίσκεται στον πυθμένα της δεξαμενής. Σε χρόνο  $t=0$ , οπότε ανοίγεται η στρόφιγγα εξόδου, το ύψος του νερού στη δεξαμενή είναι  $h_0=5$  m.

- α. Να βρεθεί πόσος χρόνος απαιτείται για να αδειάσει η δεξαμενή.
- β. Να γίνει γραφική παράσταση της στάθμης  $h$  του υγρού στη δεξαμενή σαν συνάρτηση του χρόνου  $t$ .

### Άσκηση Δ7



Η δεξαμενή της Άσκησης Δ6 έχει και μία δεύτερη κυλινδρική έξοδο σε ύψος  $H=2$  m. Η διάμετρος του δεύτερου σωλήνα εξόδου είναι επίσης 5 cm.

Σε χρόνο  $t=0$  ανοίγουν ταυτόχρονα και οι δυο στρόφιγγες.

Επαναλάβετε το ερώτημα α της Άσκησης Δ6 και δώστε ποιοτικά την γραφική παράσταση του  $h$  συναρτήσει του χρόνου  $t$ . Σε τι διαφέρει από αυτήν του ερωτήματος Β της Άσκησης Δ6. (Για διευκόλυνση δίνεται ότι:

$$\int \frac{dh}{(h-H)^{1/2} + h^{1/2}} = \frac{2}{3H} [h^{3/2} - (h-H)^{3/2}] + c$$