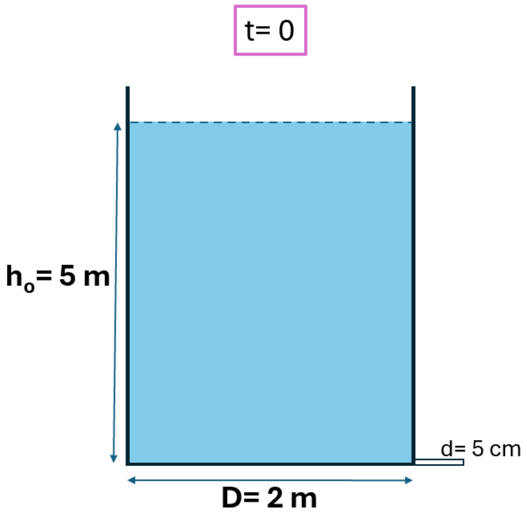
Άσκηση Δ6



Δεδομένα

Διάμετρος δεξαμενής: D= 2 m

Ύψος νερού αρχικά: h_o= 5 m

Διάμετρος εξόδου: d= 5 cm

Ζητούμενα

α) t= ; για να αδειάσει η δεξαμενή

β) γραφική παράσταση h vs t

Επίλυση

Ως όγκος ελέγχου ορίζεται το νερό της δεξαμενής.

Εφαρμόζουμε ισοζύγιο μάζας:

$$\frac{dm}{dt} = \cancel{\dot{m}_{in}} - \dot{m}_{out} \xrightarrow[\rho=\frac{m}{V}]{} \frac{d(\rho V)}{dt} = -\rho\, F_{out} \xrightarrow[\rho=\sigma\tau\alpha\theta]{} \frac{dV}{dt} = -A\, u$$

$$\pi \frac{D^2}{4}\frac{dh}{dt} = -\pi \frac{d^2}{4}\sqrt{2g}\sqrt{h} \rightarrow \frac{dh}{\sqrt{h}} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 \sqrt{2g}\, dt$$

$$\rightarrow \int \frac{dh}{\sqrt{h}} = -\int \left(\frac{d}{D}\right)^2 \sqrt{2g}\, dt \rightarrow 2\sqrt{h} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 \sqrt{2g}\, t + C$$

Για την εύρεση της σταθεράς ολοκλήρωσης, εφαρμόζουμε την αρχική συνθήκη:

$$\Gamma\iota\alpha\ t = 0 \rightarrow\ h = h_o = 5\, m\ \rightarrow c = 2\sqrt{h_o}$$

Άρα:

$$2\sqrt{h} = -\left(\frac{d}{D}\right)^2 \sqrt{2g}\, t + 2\sqrt{h_o} \rightarrow \sqrt{h} = \sqrt{5} - \left(\frac{0.05}{3}\right)^2 \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}}\ t$$

$$\rightarrow\ h = (2.236 - 0.00138 \cdot t)^2 \quad (1)$$

Για να αδειάσει η δεξαμενή, πρέπει h=0:

$$(1) \rightarrow \quad 0 = (2.236 - 0.00138 \cdot t)^2 \rightarrow t = 1620.3\ s$$

Η γραφική παράσταση του ύψους με τον χρόνο απεικονίζεται παρακάτω: