



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Αριθμητική Ανάλυση

Ενότητα 2: Αριθμητική Παραγωγή

Φραγκίσκος Κουτελιέρης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Χημικών Μηχανικών

Λίγα Μαθηματικά (για αρχή)

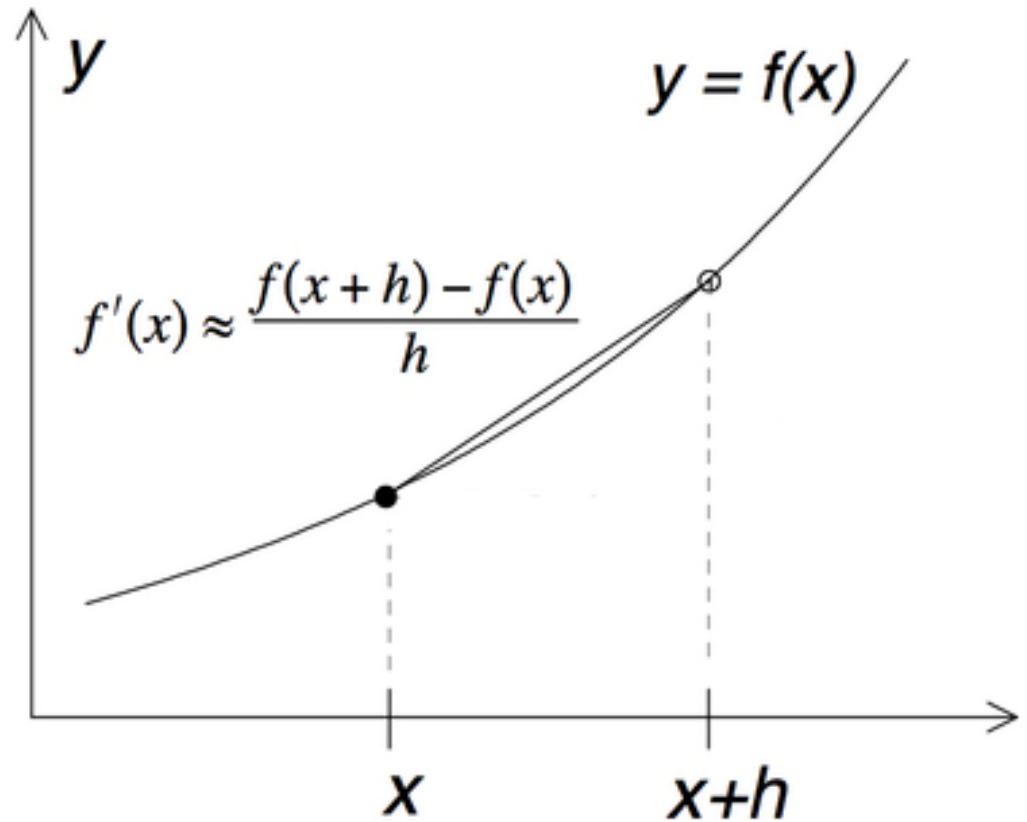
Η παράγωγος σε ένα σημείο x είναι

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Διαδικασία με Άπειρο !!!!

Αριθμητική προσέγγιση

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



Διακριτοποίηση σχέσης

$$f'(x) = \frac{df}{dx} =$$
$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Συνεχής

$$f'(x) \approx \frac{\Delta f}{\Delta x} =$$
$$= \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Διακριτή

Αλλιώς (Σειρά Taylor)...

$$f(x) = f(x_0) + hf'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \dots +$$



$$f(x) \approx f(x_0) + hf'(x_0) \Rightarrow$$

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x) - f(x_0)}{h}$$

Σφάλματα

$$f(x) = f(x_0) + hf'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \dots +$$

$O(h^2)$

Διαδικασία διακριτοποίησης

1. Διαμερίζουμε (χωρίζουμε) το πεδίο ορισμού $[a,b]$ της συνάρτησης σε N -το-πλήθος υποδιαστήματα, που το καθένα τους έχει μήκος

$$h = \frac{|b - a|}{N}$$

2. Υπολογίζουμε την

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h}$$

Προσοχή στο N

Μπορεί να είναι

- το πλήθος **των διαστημάτων**

$$h = \frac{|b - a|}{N}$$

- το πλήθος **των εσωτερικών σημείων**

$$h = \frac{|b - a|}{N + 1}$$

- το πλήθος **όλων των σημείων**

$$h = \frac{|b - a|}{N - 1}$$

Παρατήρηση

Όσο πιο **πυκνή** είναι η διαμέριση, τόσο πιο **μικρό** είναι το **h**



τόσο πιο κοντά στην παράγωγο βρίσκεται η αριθμητική έκφραση

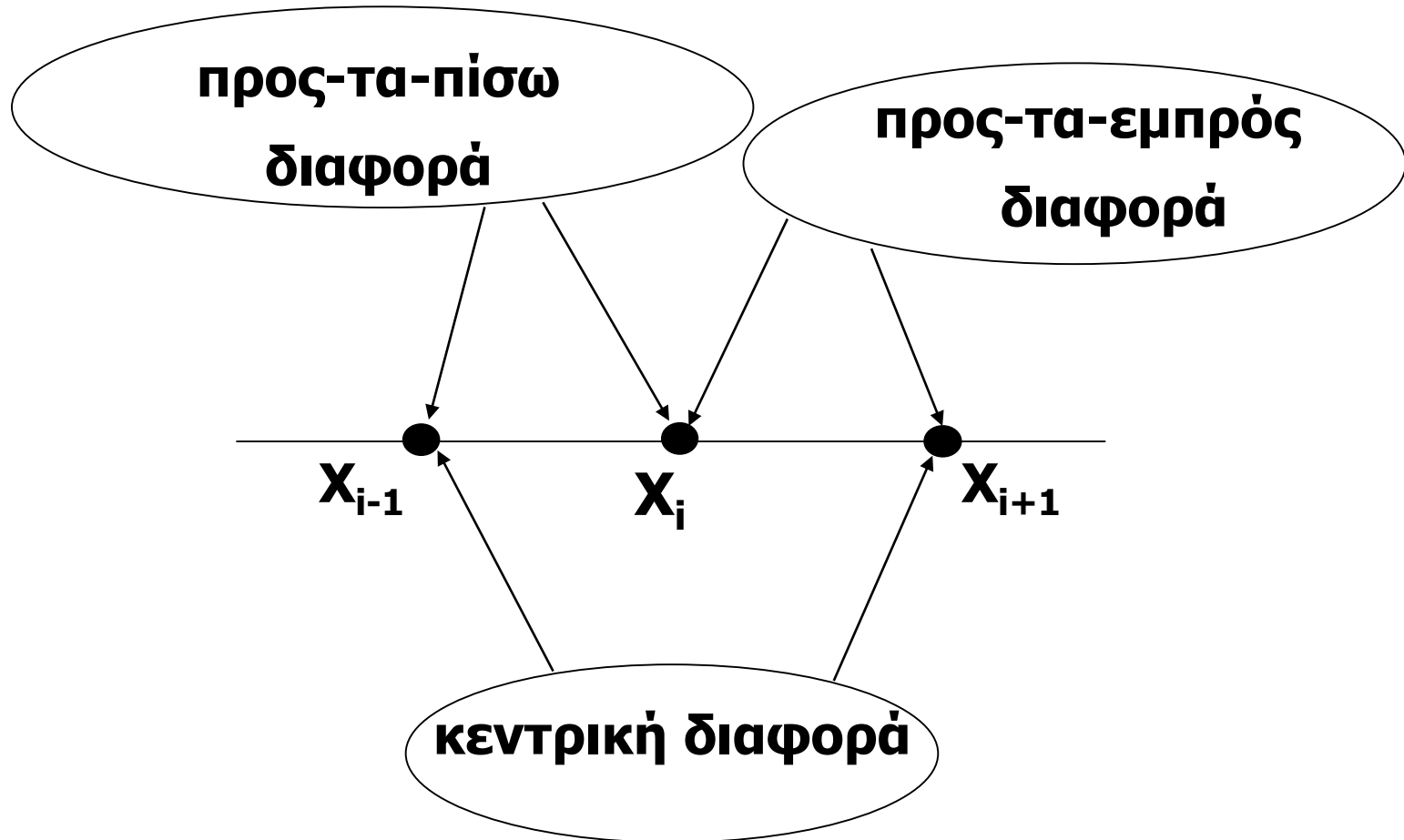
Διάφορες ... Διαφορές

Προς τα εμπρός (forward) $f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h}$

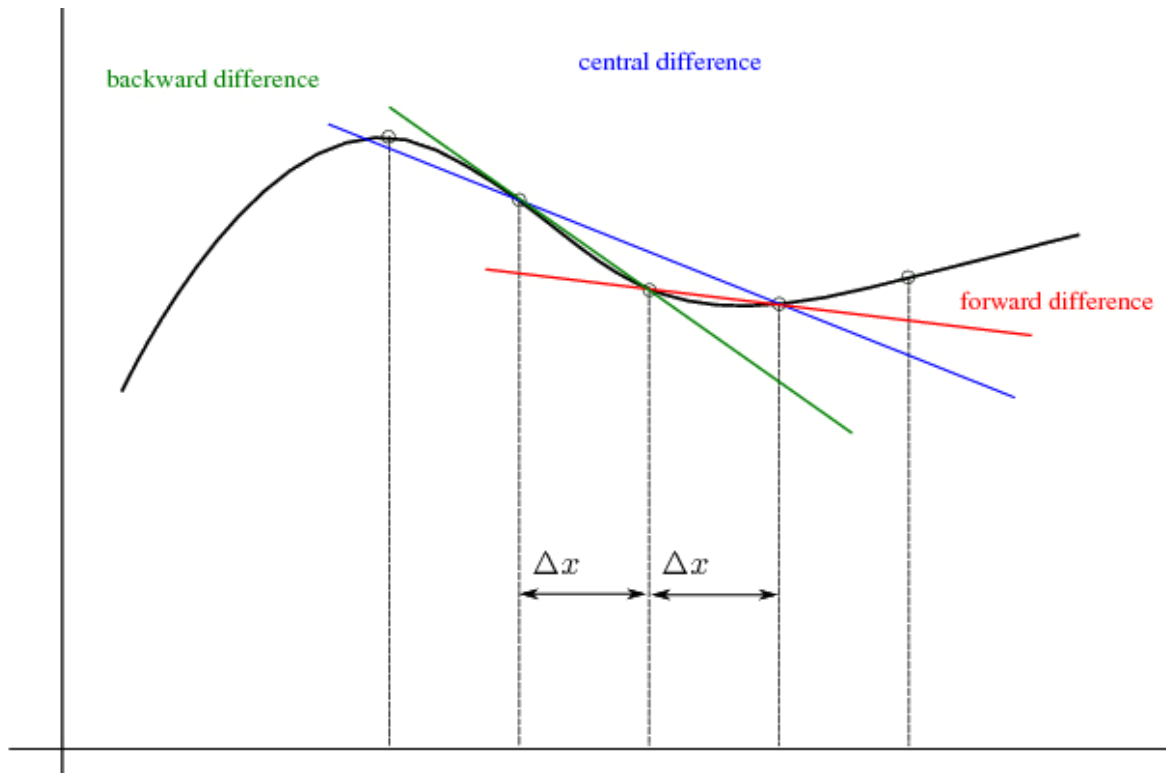
Προς τα πίσω (backward) $f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{h}$

Κεντρικές (central) $f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2h}$

Διάφορες ... Διαφορές



Διάφορες ... Διαφορές



Αριθμητική Ανάλυση

Εφαρμογές

Δυο παράδειγμα στο EXCEL

«Το υλικό της παρουσίασης προέρχεται από τις πανεπιστημιακές παραδόσεις του
καθηγητή Φρ. Κουτελιέρη».

Αριθμητική Ανάλυση

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.