

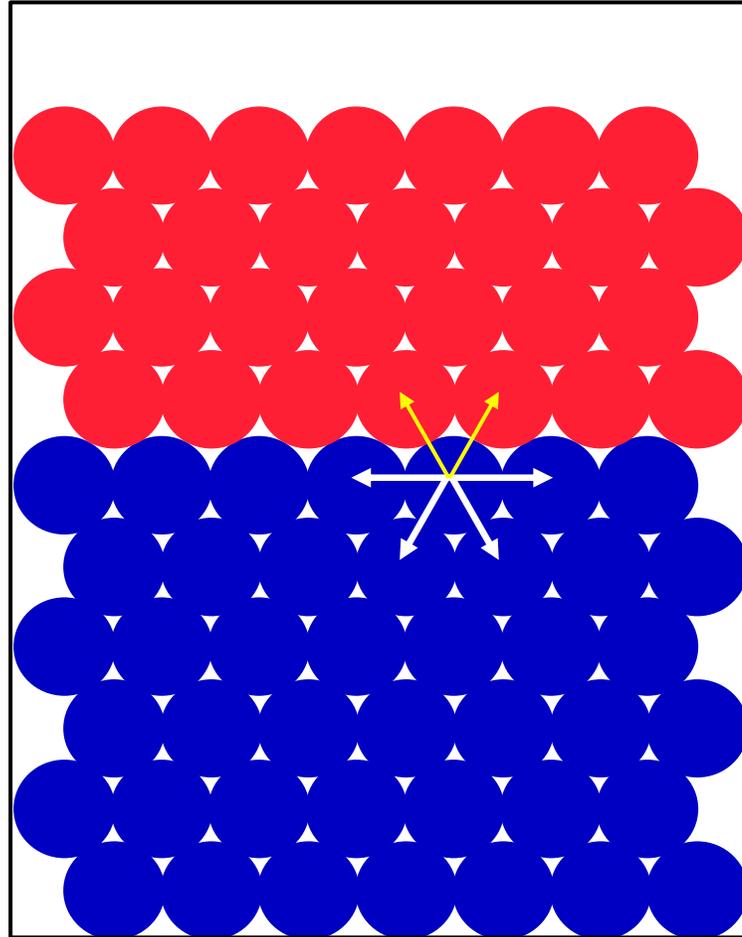
# CHM\_E\_B6 (και GCHM\_C661) Αιωρήματα & Γαλακτώματα



Εαρινό εξάμηνο Ακ.  
Έτους 2025-26

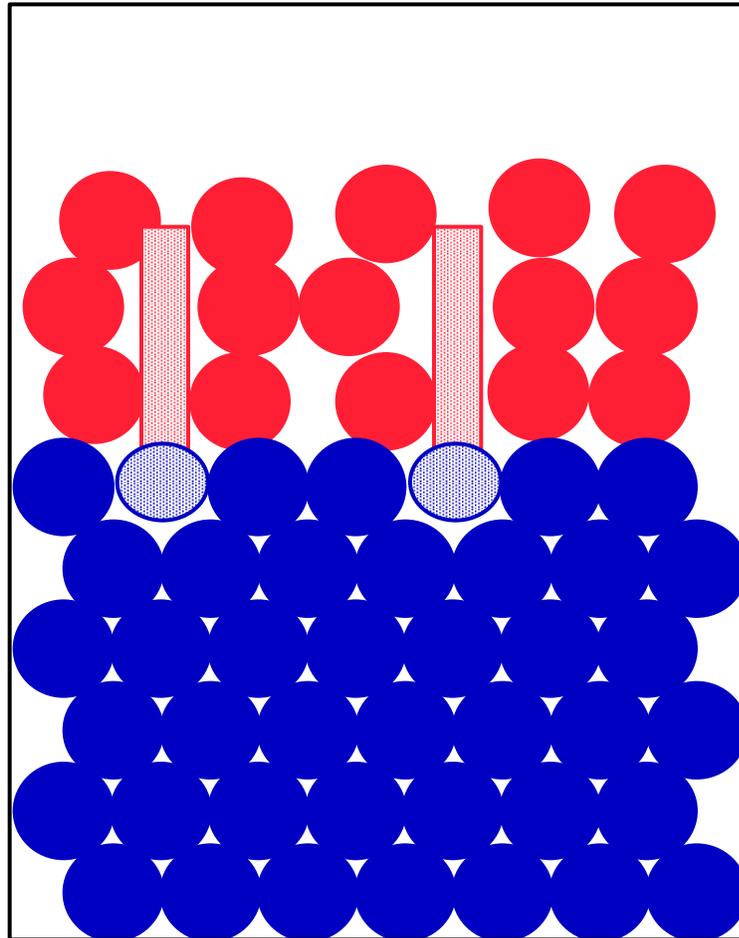
Μάθημα 3<sup>ο</sup>

# Μοριακές δυνάμεις στην διεπιφάνεια Υγρού/Ατμού



Δυνάμεις διασποράς στην διεπιφάνεια. Όσο μεγαλύτερη η πυκνότητα της γειτονικής υγρής φάσης, τόσο πλησιέστερα βρίσκονται τα μόρια τα οποία και μπορούν ως εκ τούτου να αλληλεπιδράσουν. Μείωση της έλξης στο εσωτερικό των μορίων

# Μοριακές δυνάμεις στην διεπιφάνεια Υγρού/Ατμού

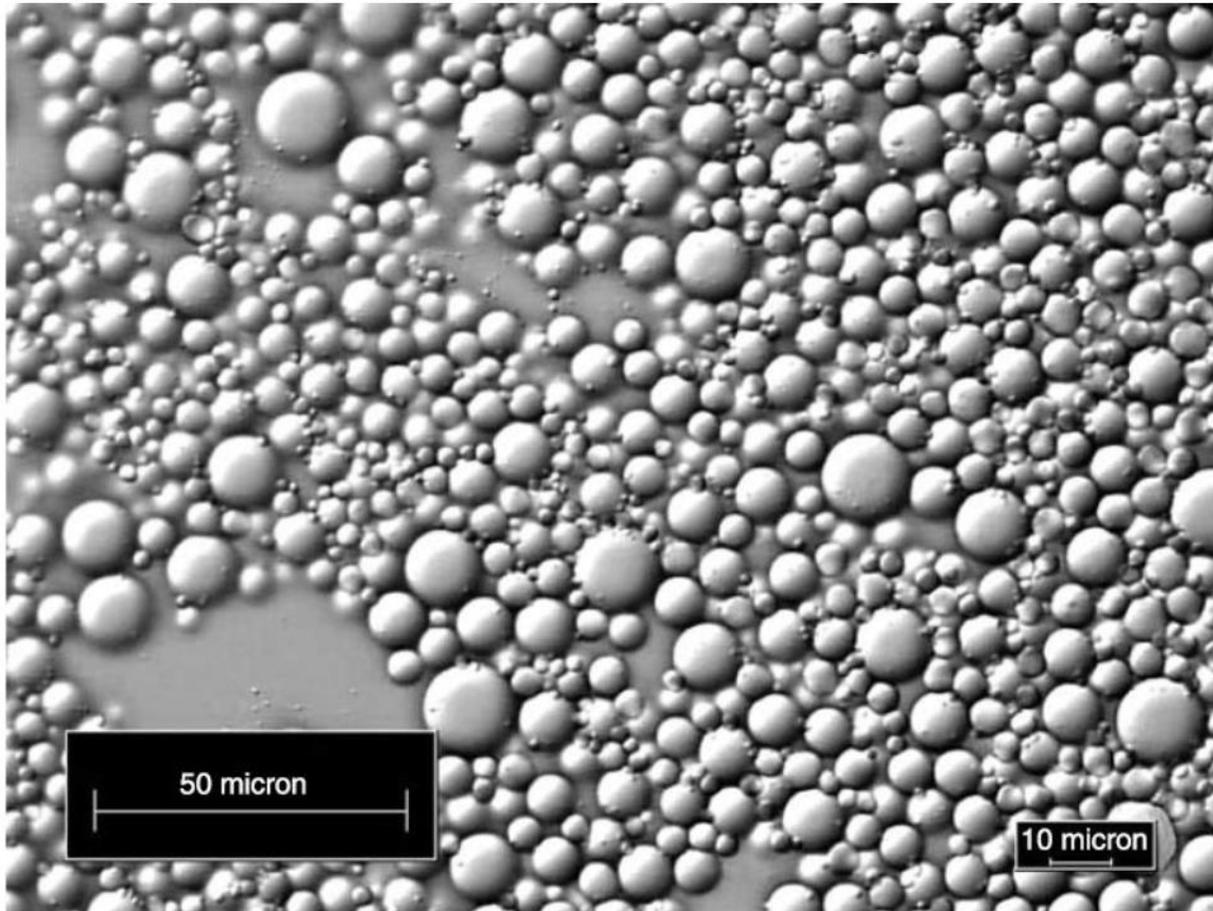


Τα αμφίφιλα μόρια  
εντοπίζονται στην  
διεπιφάνεια και μειώνουν  
την διαφορά μεταξύ των  
δύο φάσεων.

Η εικόνα ενός γαλακτώματος εξαρτάται από τη διάμετρο των σφαιριδίων (σταγονιδίων) των φάσεων. Εάν η διάμετρός τους είναι μεταξύ 0.15  $\mu\text{m}$  και 100  $\mu\text{m}$ , τότε το γαλάκτωμα έχει θολή - γαλακτώδη εμφάνιση. Αντιθέτως, τα μικρογαλακτώματα (με διάμετρο σταγονιδίων 0.0015-0.15  $\mu\text{m}$ ) είναι διαφανή και σαφώς πιο σταθερά, καθώς ο ρυθμός καθίζησης και άρα και η σταθερότητά τους εξαρτάται από τη διάμετρο των σωματιδίων.

Η συγκέντρωση των σφαιριδίων (σταγονιδίων) σε ένα γαλάκτωμα περιγράφεται με καμπύλες κατανομής ανάλογα με την κατ' όγκο περιεκτικότητά τους και ανάλογα το μέγεθός τους. Η διαδικασία μείωσης του μεγέθους των σταγονιδίων σε ένα γαλάκτωμα είναι γνωστή ως ομογενοποίηση. Στη βιομηχανία τροφίμων η μέθοδος αυτή συνήθως εφαρμόζεται σε διατάξεις που ονομάζονται ομογενοποιητές, όπου τα γαλακτώματα υποβάλλονται σε έντονη μηχανική ανάδευση με εφαρμογή πίεσης.

Τα γαλακτώματα στην πραγματικότητα περιέχουν σωματίδια με μεγέθη μεγάλου εύρους που συνήθως ξεκινούν από 0.1  $\mu\text{m}$  και φτάνουν έως και 3000~4000  $\mu\text{m}$  (Dickinson, 1992).



*Γαλάκτωμα βρωσίμου ελαίου σε νερό.  
Σταγονίδια ελαίου διεσπαρμένα σε νερό*

# Ιδιότητες Γαλακτώματων

## Κλάσμα όγκου διασπαρμένης φάσης

Η συγκέντρωση των σταγονιδίων σε ένα γαλάκτωμα παίζει σημαντικό ρόλο στην εμφάνιση, την υφή, τη γεύση, και τη σταθερότητα του γαλακτώματος όπως και στον καθορισμό του κόστους του. Για αυτό το λόγο θα πρέπει να προσδιορίζεται με ακριβή και αξιόπιστο τρόπο η συγκέντρωση των σφαιριδίων (σταγονιδίων) στα γαλακτώματα. Η συγκέντρωση σφαιριδίων συνήθως περιγράφεται με όρους του κλάσματος όγκου της φάσης διασποράς ( $\Phi$ ), η οποία είναι ίση με τον όγκο των σταγονιδίων γαλακτώματος ( $V_D$ ) διαιρούμενο με το συνολικό όγκο του γαλακτώματος ( $V_E$ ):

$$\Phi = \frac{V_D}{V_E}$$

Σε ορισμένες περιπτώσεις, είναι πιο εύχρηστο να εκφράζεται η συγκέντρωση σταγονιδίων σε όρους του κλάσματος μάζας φάσης διασποράς ( $\Phi_m$ ), η οποία είναι ίση με τη μάζα των σταγονιδίων γαλακτώματος ( $MD$ ) διαιρούμενο με τη συνολική μάζα του γαλακτώματος ( $ME$ ):

$$\Phi_m = \frac{MD}{ME}$$

Το κλάσμα μάζας και κλάσμα όγκου συνδέονται μεταξύ τους μέσω των ακόλουθων εξισώσεων:

$$\Phi_m = \frac{\Phi \rho_2}{\Phi \rho_2 + (1 - \Phi) \rho_1}$$

$$\Phi = \frac{\Phi_m \rho_1}{\Phi_m \rho_1 + (1 - \Phi_m) \rho_2}$$

όπου  $\rho_1$  και  $\rho_2$  είναι οι πυκνότητες της συνεχούς και διεσπαρμένης φάσης αντιστοίχως. Όταν οι πυκνότητες των δύο φάσεων είναι ίσες, το κλάσμα μάζας είναι ισοδύναμο με το κλάσμα όγκου.

Το κλάσμα όγκου της διεσπαρμένης φάσης ενός γαλακτώματος είναι πάντα γνωστό, επειδή η συγκέντρωση των συστατικών που χρησιμοποιούνται για την παρασκευή του ελέγχεται προσεκτικά. Παρόλα αυτά, λαμβάνουν χώρα τοπικές μεταβολές των τιμών της συγκέντρωσης μέσα στα γαλακτώματα, όταν για παράδειγμα τα σφαιρίδια συσσωρεύονται είτε στην κορυφή ή στο κάτω μέρος ενός γαλακτώματος λόγω κρεμοποίησης ή καθίζησης αντίστοιχα.

Επιπλέον, το κλάσμα όγκου ενός γαλακτώματος μπορεί να ποικίλει κατά τη διάρκεια επεξεργασίας τροφίμων, για παράδειγμα, αν ένας αναμίκτης δεν λειτουργεί αποτελεσματικά. Κατά συνέπεια, είναι συχνά σημαντικό να προσδιορίζεται με αναλυτικές τεχνικές μέτρησης το κλάσμα όγκου της διεσπαρμένης φάσης.

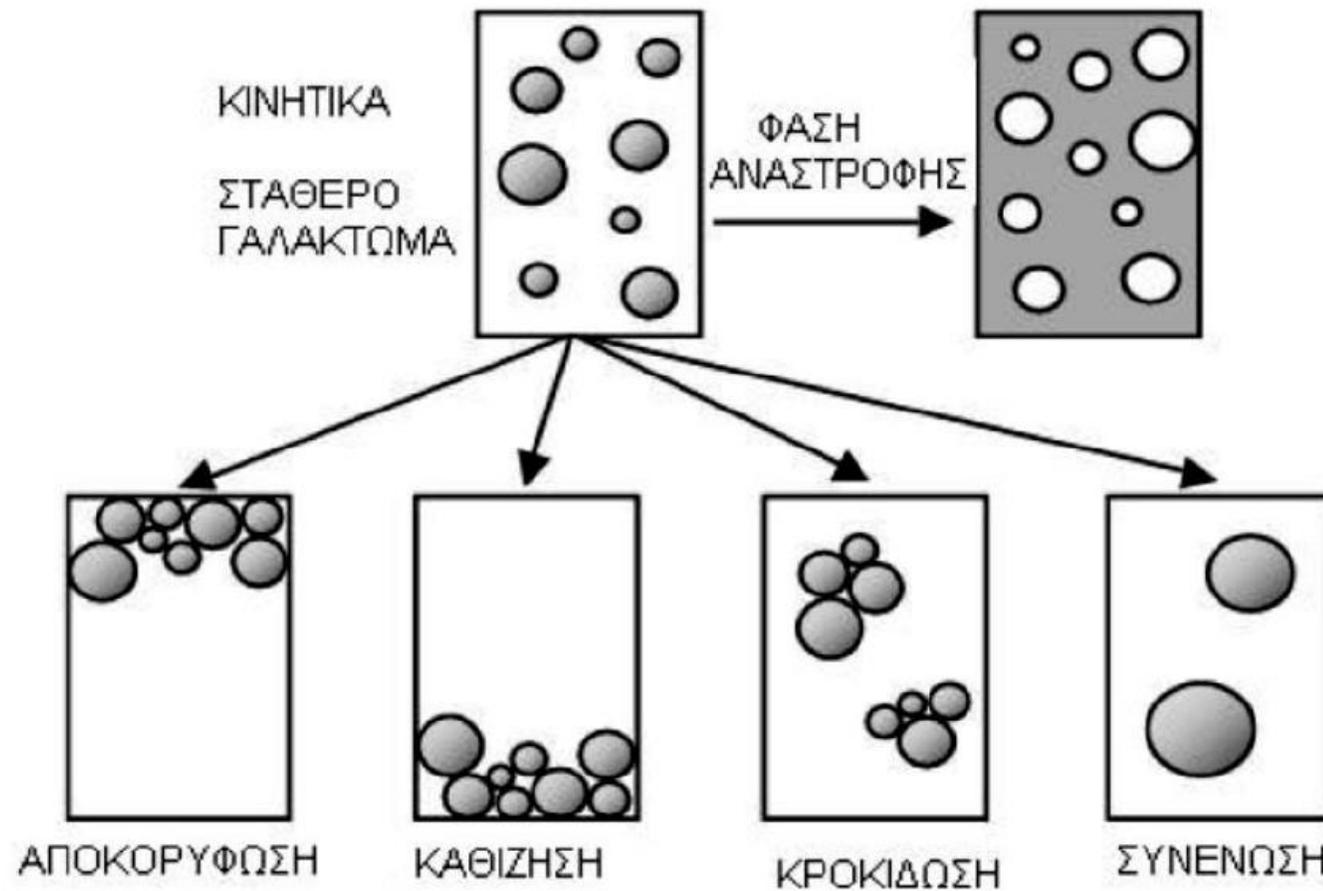
## Κατανομή μεγέθους σωματιδίων

Πολλές από τις πιο σημαντικές ιδιότητες των γαλακτωμάτων τροφίμων, όπως η διάρκεια ζωής, η εμφάνιση, η υφή, το άρωμα κ.α., προσδιορίζονται από το μέγεθος των σφαιριδίων που περιέχουν. Ως εκ τούτου, είναι σημαντικό για την επιστήμη των τροφίμων να είναι σε θέση να ελέγχει κανείς με αξιοπιστία, να προβλέπει, να μετρά, και να προσδιορίζει **το μέγεθος των σταγονιδίων στα γαλακτώματα.**

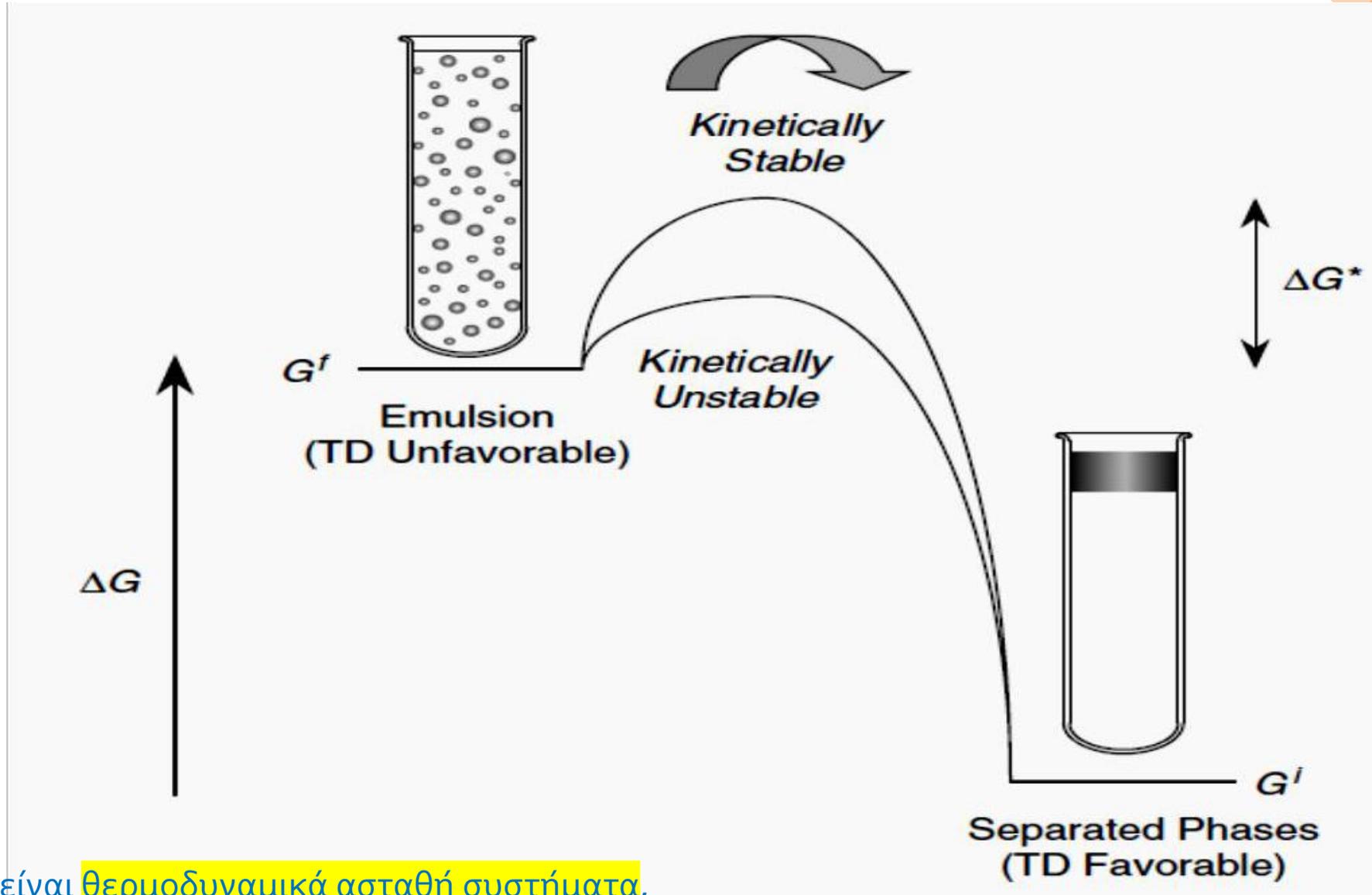
Αν όλα τα σταγονίδια σε ένα γαλάκτωμα είναι του ίδιου μεγέθους, τότε αυτό ονομάζεται **γαλάκτωμα μονοδιασποράς**. Αν υπάρχει μεγάλο εύρος από μεγέθη σταγονιδίων, τότε γίνεται λόγος για **γαλάκτωμα πολυδιασποράς**. Παρόλα αυτά, τα γαλακτώματα τροφίμων δεν περιέχουν πάντα ένα μέγεθος σταγονιδίων, και έτσι ο προσδιορισμός του μεγέθους των σταγονιδίων αυτών είναι πιο περίπλοκος από ότι για τα γαλακτώματα μονοδιασποράς. Σε ορισμένες περιπτώσεις, είναι σημαντικό να υπάρχουν πληροφορίες σχετικά με την πλήρη κατανομή μεγέθους των σωματιδίων ενός γαλακτώματος, ενώ σε άλλες περιπτώσεις η γνώση του μέσου μεγέθους των σταγονιδίων και το εύρος της κατανομής αρκεί.

Επίδραση του μεγέθους των σταγονιδίων για διασπορά ελαίου σε νερό

Ακτίνα σταγονιδίων (μm)	Πλήθος σταγονιδίων ανά 1 g ελαίου (g <sup>-1</sup> )	Επιφάνεια σταγονιδίων ανά 1 g ελαίου (m <sup>2</sup> /g)	Ποσοστό % μορίων ελαίου ανά επιφάνεια σταγονιδίων
100	$2.6 \times 10^5$	0.03	0.02
10	$2.6 \times 10^8$	0.3	0.2
1	$2.6 \times 10^{11}$	3	1.8
0,1	$2.6 \times 10^{14}$	30	18



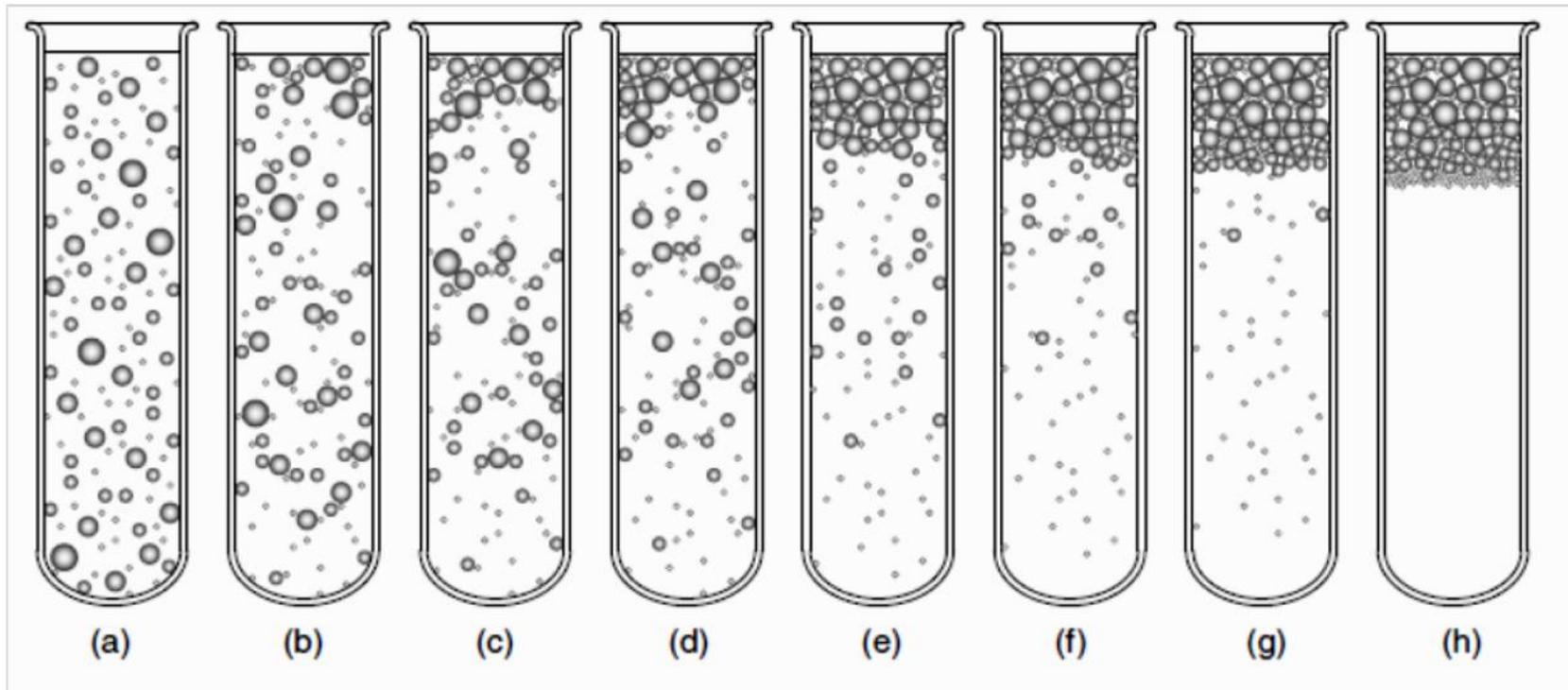
Φυσικοί μηχανισμοί αποσταθεροποίησης γαλακτωμάτων



Τα γαλακτώματα είναι **θερμοδυναμικά ασταθή συστήματα**, όμως μπορούν να υπάρξουν σε **μία μετασταθή κατάσταση** στην οποία μπορούν να είναι **κινητικά σταθερά**.

$$u_{stokes} = -\frac{2gr^2(\rho_2 - \rho_1)}{9\eta_1}$$

Στις περισσότερες όμως των περιπτώσεων που αφορούν γαλακτώματα τροφίμων ο διαχωρισμός γίνεται μέσω **κρεμοποίησης** και για αυτό θεωρείται σημαντικότερος. Στην ακόλουθη Εικόνα παρουσιάζονται τα στάδια της κρεμοποίησης ενός γαλακτώματος.



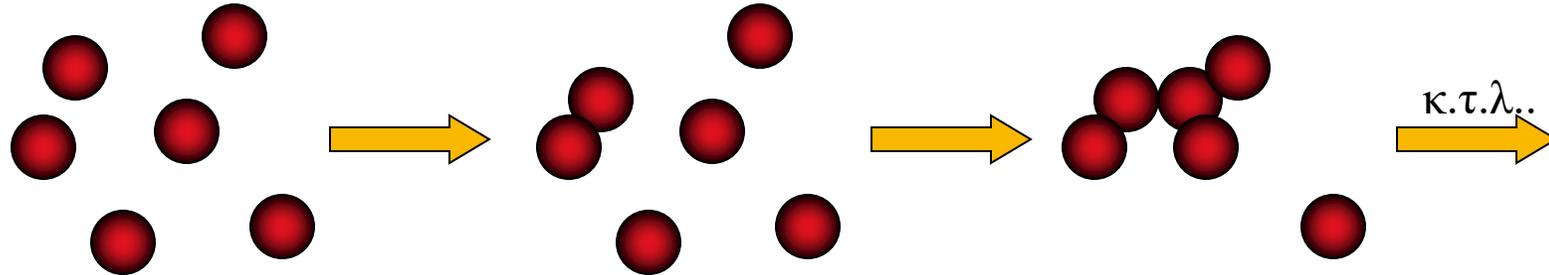
Τα στάδια κρεμοποίησης ενός γαλακτώματος. Στο **ανώτερο στρώμα συσσωρεύονται σταγονίδια της διεσπαρμένης φάσης** με τα μεγαλύτερα να κυριαρχούν κοντά στην επιφάνεια.

# Χαρακτηριστικό γνώρισμα των λυοφοβικών κολλοειδών

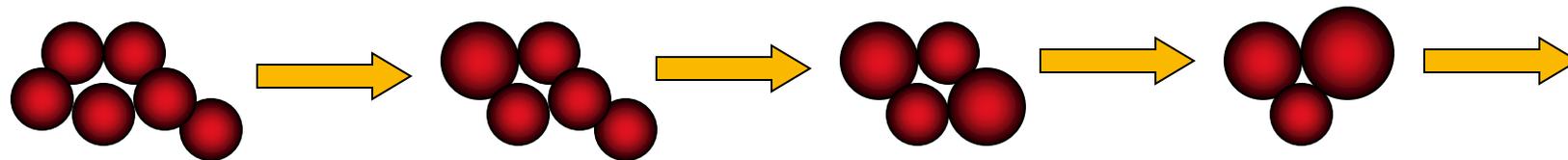
- **Αστάθεια**: χαρακτηριστική ιδιότητα βάσει της οποίας τα λυοφοβικά κολλοειδή διακρίνονται από άλλα συστήματα (όπως τα συνήθη διαλύματα).
- **Συσσωμάτωση** (aggregation) τα σωματίδια σχηματίζουν πλειάδες οι οποίες με το χρόνο, αυξάνουν σε μέγεθος πέραν των ορίων των κολλοειδών.
- Η διεργασία αυτή μπορεί να οδηγήσει σε συγχώνευση η οποία μπορεί να οδηγήσει και σε μακροσκοπικό διαχωρισμό φάσεων.
- Η διασπορά οφείλεται σε απωστικές δυνάμεις (κυρίως ηλεκτροστατικές λόγω της παρουσίας ιόντων)

# Η αστάθεια των λυοφοβικών κολλοειδών

Συσσωμάτωση:

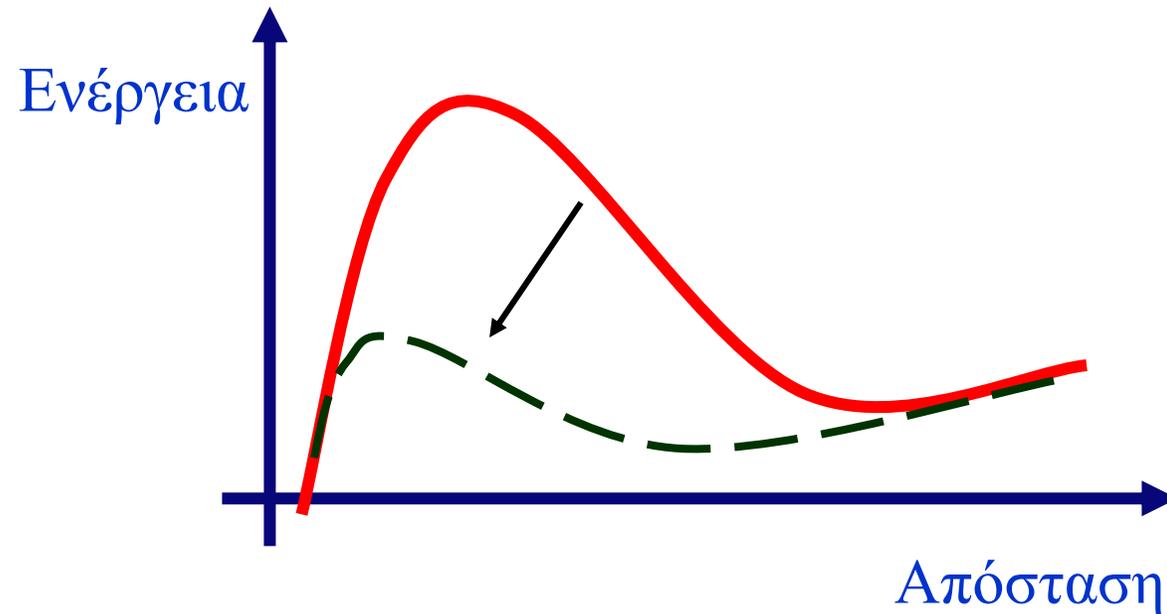


Συγχώνευση:



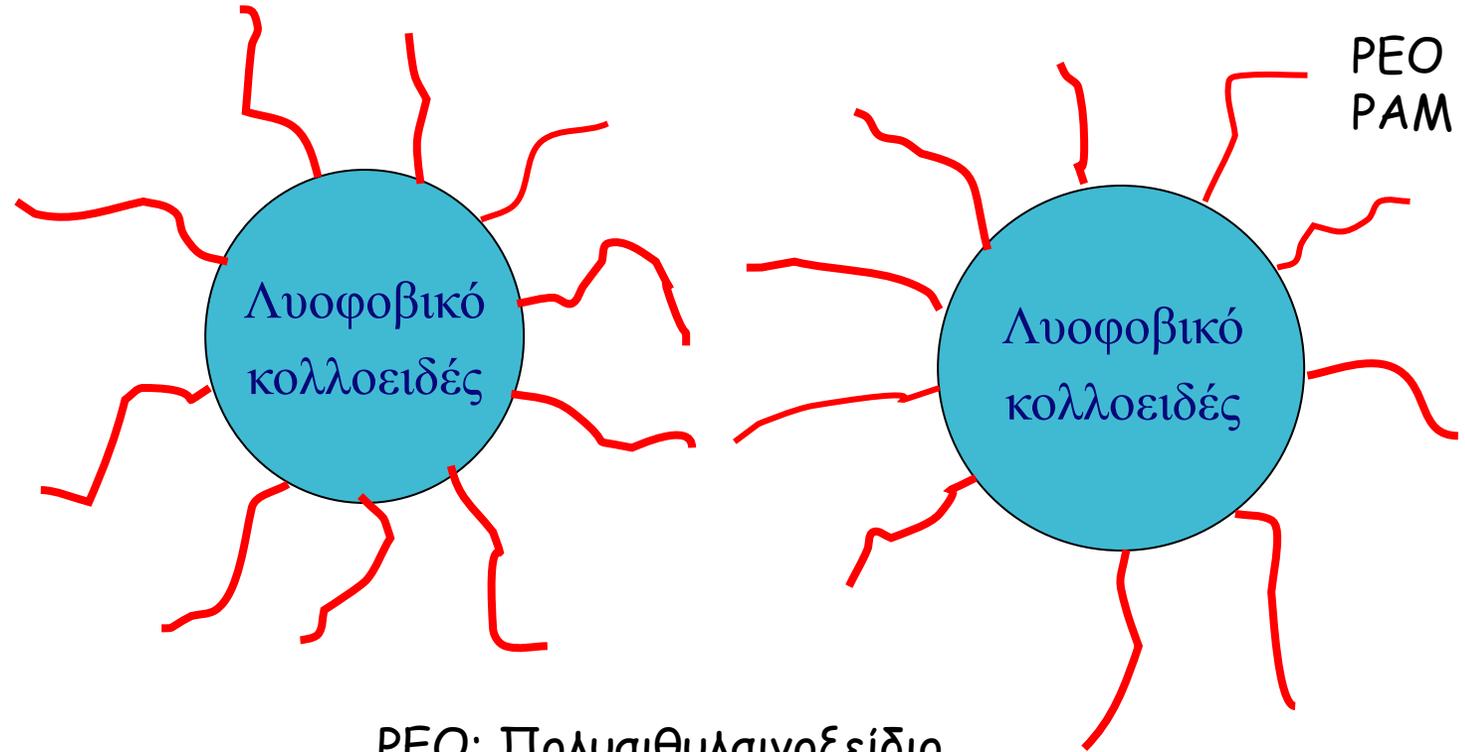
## Τι Επηρεάζει την σταθερότητα

- Ηλεκτρολύτες στο διάλυμα
- Προσρόφηση αντιθέτων ιόντων πολυμερών, τασιενεργών



Φράγμα  
Δομικό-  
Μηχανικό

Υδατοδιαλυτά πολυμερή



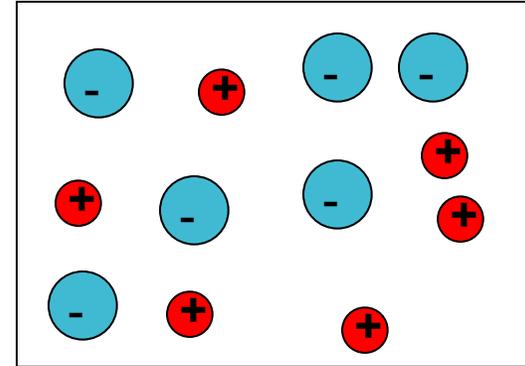
PEO: Πολυαιθυλινοξείδιο  
PAM: Πολυακρυλαμίδιο

# Σταθερότητα αιωρημάτων κολλοειδών σωματιδίων

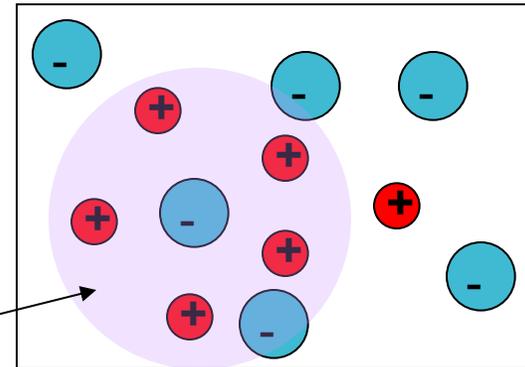
- Κατά κύριο όμως λόγο, η σταθεροποίηση των αιωρημάτων κολλοειδών σωματιδίων οφείλεται στις δυνάμεις μακράς εμβείας
- Ηλεκτροστατικές δυνάμεις
- Πως αναπτύσσονται οι δυνάμεις αυτές και ποιες οι συνέπειες στην σταθερότητα των αιωρημάτων;
- Αλληλεπιδράσεις μεταξύ ιόντων σε ένα ηλεκτρολυτικό διάλυμα: **Η αρχή**
- **Επέκταση:** Τα κολλοειδή σωματίδια (πολλά ιόντα σε ένα)

# Ιδανικά vs. Πραγματικά Ηλεκτρολυτικά Διαλύματα

- Ιδανικό διάλυμα: Απουσία αλληλεπιδράσεων ανιόντων-κατιόντων
- Πραγματικά διαλύματα: Ηλεκτροστατικές αλληλεπιδράσεις.
  - Ιόντα αντιθέτου φορτίου βρίσκονται πλησιέστερα



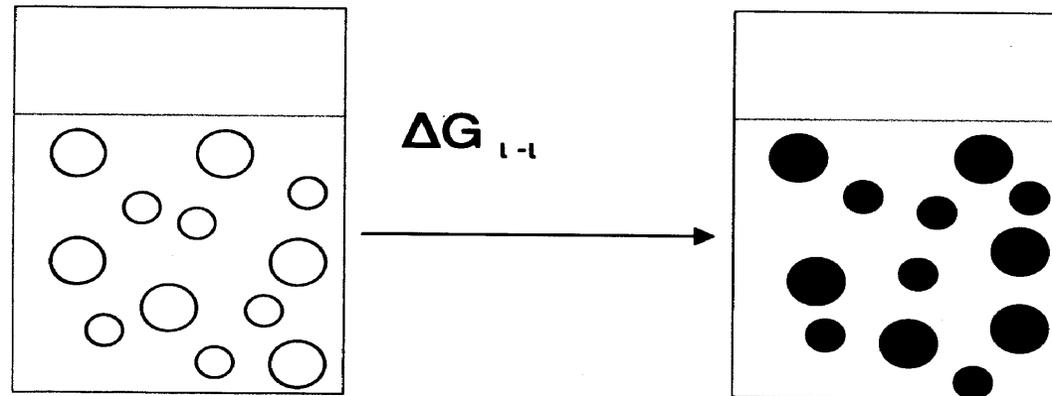
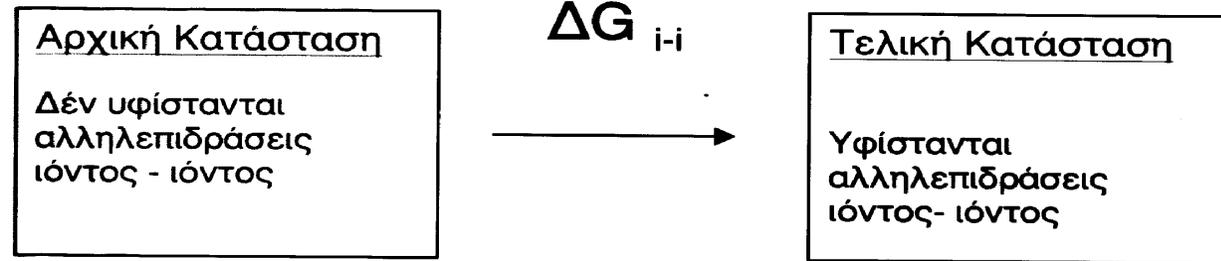
**Ιδανικό**



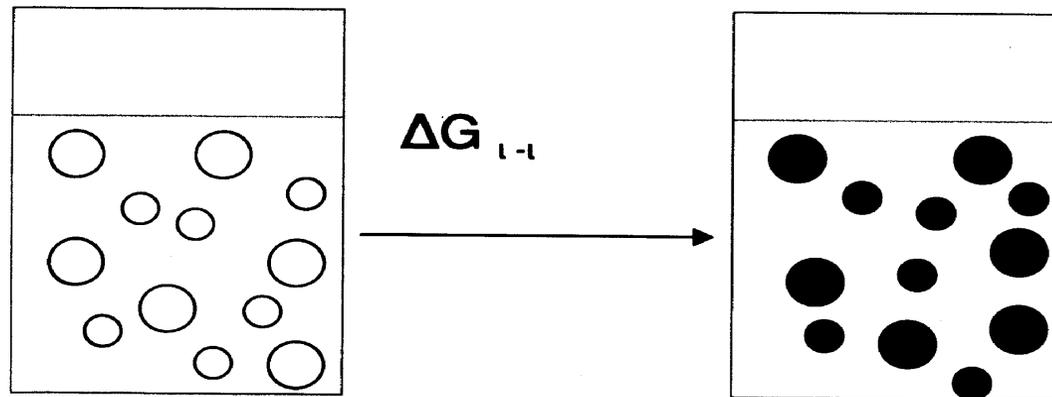
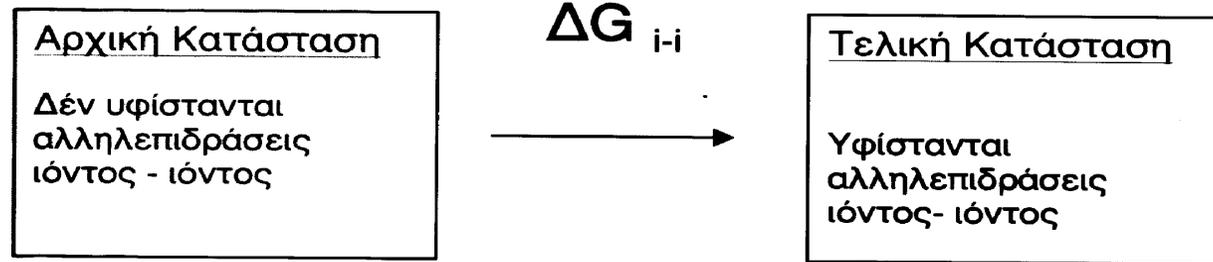
**Πραγματικό**

Σκιασμένη περιοχή:  
κλωβός ενυδάτωσης

# Ποσοτικοποίηση Αλληλεπιδράσεων Ιόντος – Ιόντος



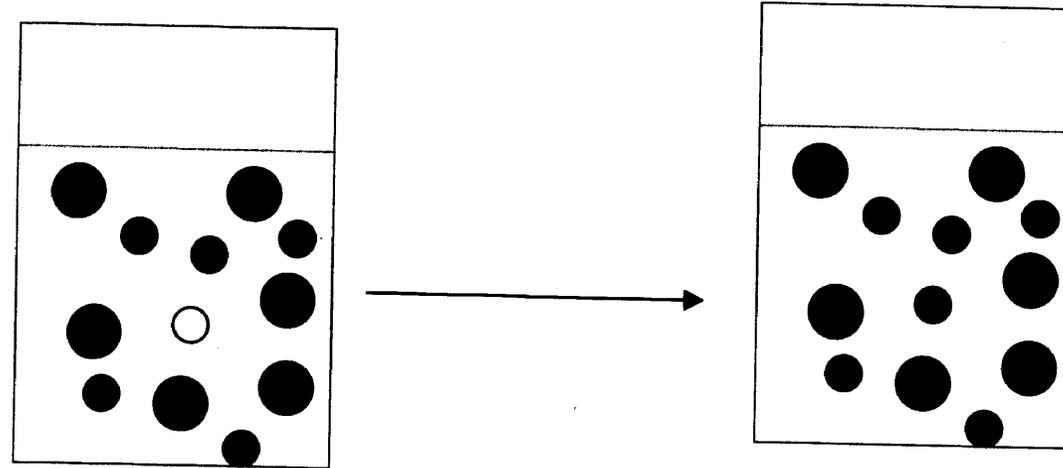
# Ποσοτικοποίηση αλληλεπιδράσεων ιόντος-ιόντος



$\Delta\mu_{i-I}$ : Η μερική ελεύθερη ενέργεια η οποία οφείλεται σε ένα μόνο ιόν

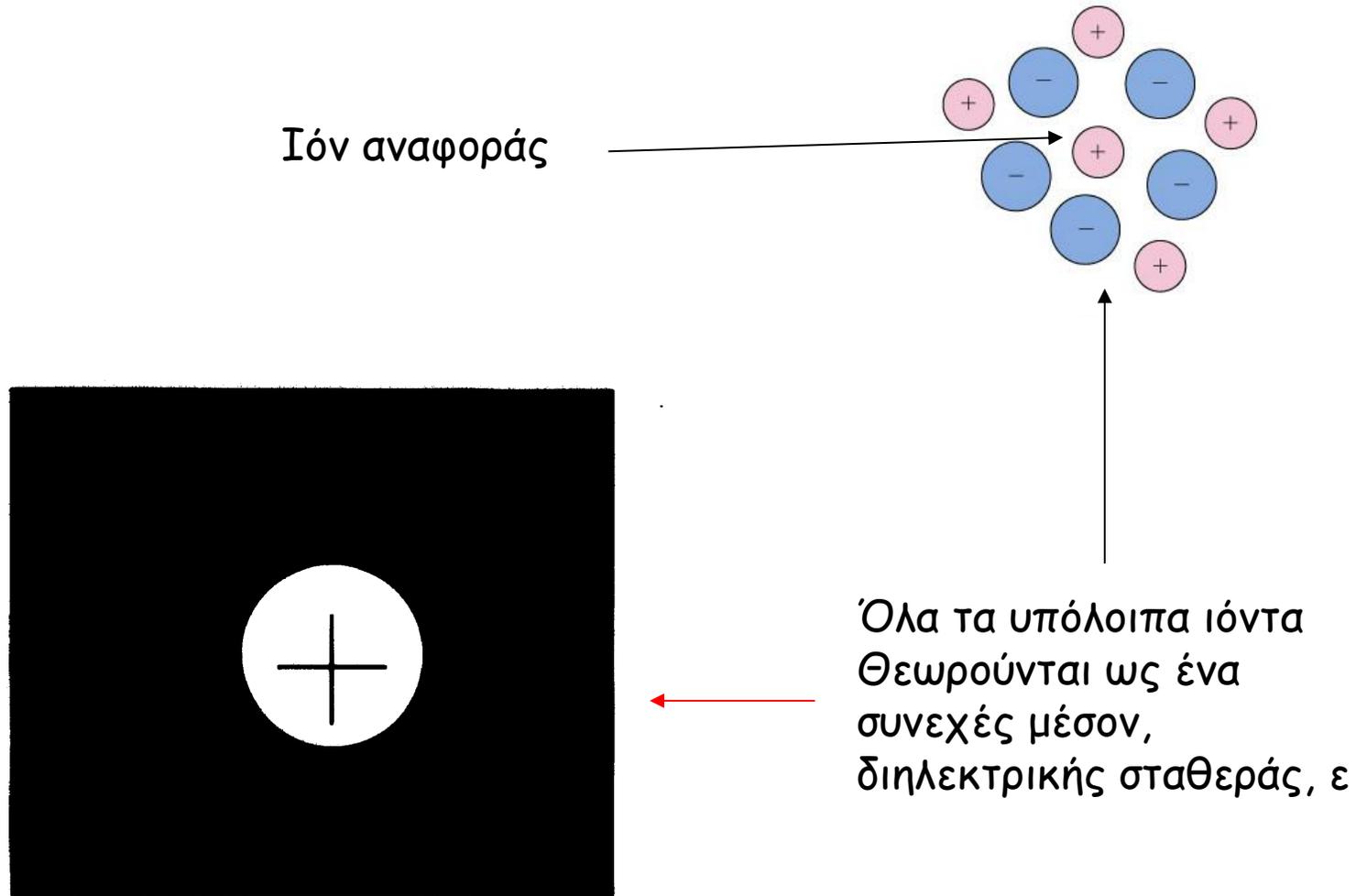
$$\Delta\mu_{i-I} = N_A W$$

$W$ : έργο φόρτισης του ιόντος αναφοράς (ακτίνα  $r_i$ ) από φορτίο 0 στο τελικό του φορτίο  $z_i e_0$



$$W = \frac{(z_i e_0)^2}{2\epsilon r_i} = \frac{z_i e_0}{2} \frac{z_i e_0}{\epsilon r_i}$$

$$\Delta\mu_{i-I} = N_A W = \frac{N_A z_i e_0}{2} \psi$$



Προκειμένου λοιπόν να υπολογίσουμε την μεταβολή του χημικού δυναμικού λόγω των αλληλεπιδράσεων του ιόντος  $i$  με το υπόλοιπο ιοντικό διάλυμα θα πρέπει να υπολογισθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό το οποίο δημιουργείται στο ιόν αναφοράς από τα λοιπά ιόντα στο διάλυμα.

Για το σκοπό αυτό απαιτείται η γνώση της μέσης (χρονικής κατανομής των ιόντων συναρτήσει της αποστάσεως από το ιόν αναφοράς.

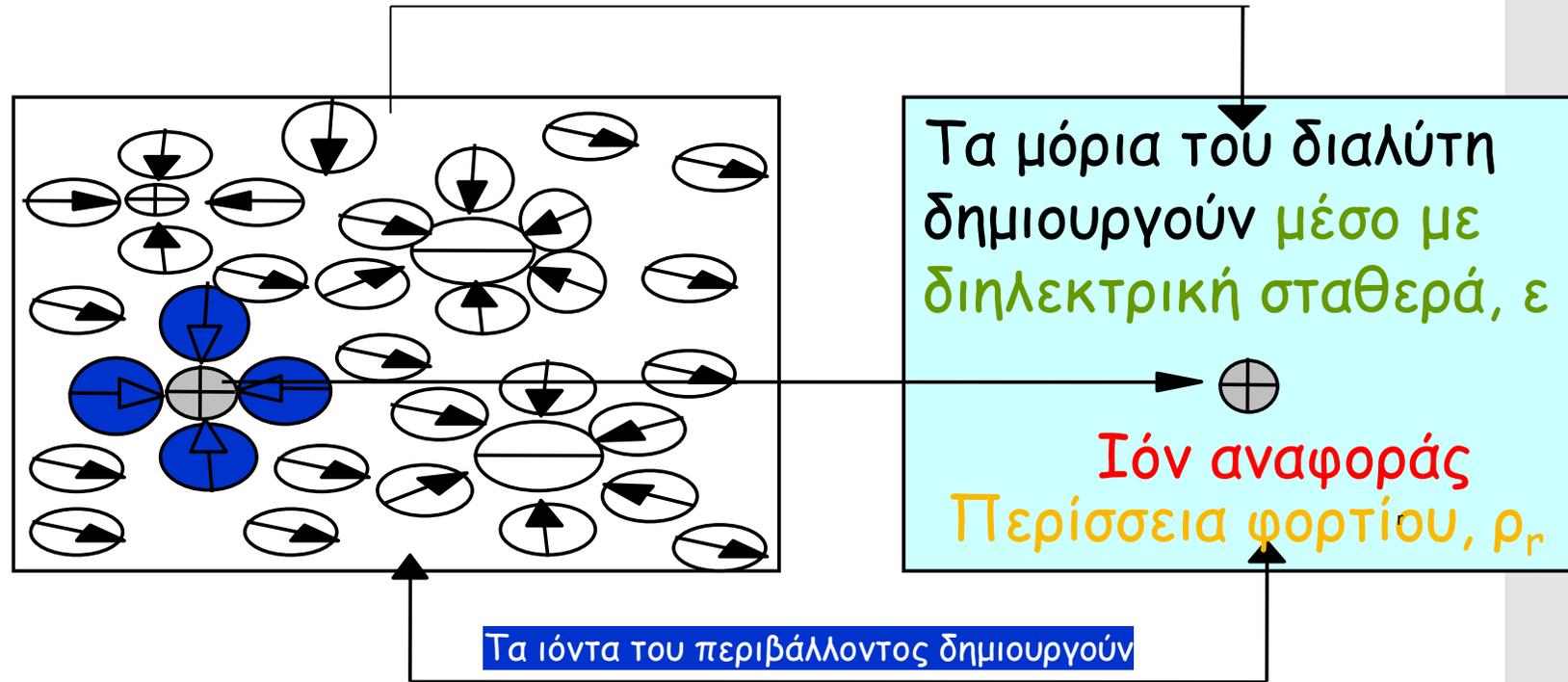
- Χρήση θεμελιωδών κανόνων ηλεκτροστατικής (**προσθετικότητα δυναμικού**: το δυναμικό σε ένα σημείο που οφείλεται στην παρουσία πολλών φορτίων είναι το άθροισμα των δυναμικών που οφείλονται σε καθένα από τα φορτία αυτά).

Μετάθεση του προβλήματος υπολογισμού του  $\Delta\mu_i - I$  στο πρόβλημα υπολογισμού της κατανομής των ιόντων γύρω από ένα ιόν αναφοράς σε μία μέση χρονική στιγμή.

**Συμβολή Debye-Hückel:** Διατύπωση ενός απλούστερου μοντέλου για την περιγραφή της μέσης χρονικής κατανομής των ιόντων σε πολύ αραιά διαλύματα ηλεκτρολυτών. Με βάση την κατανομή αυτή υπολόγισαν το δυναμικό στην επιφάνεια των ιόντων λόγω της παρουσίας των υπολοίπων.

# Το μοντέλο Debye Hückel

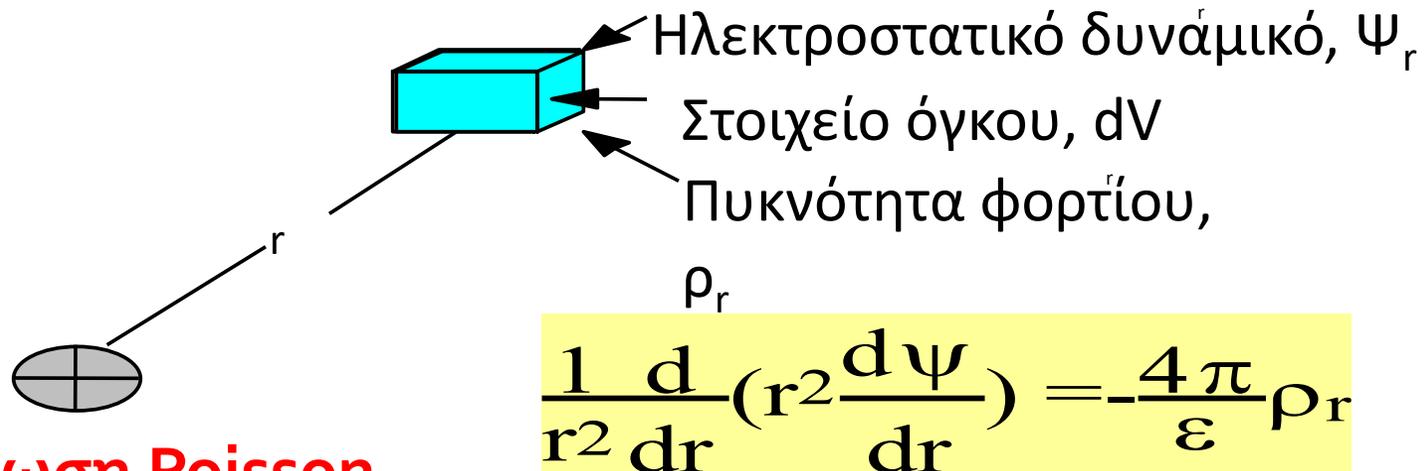
## Διάλυμα ηλεκτρολύτη



Μοντέλο Debye Hückel

Αναγωγή του προβλήματος  
σύμφωνα με το μοντέλο Debye-  
Hückel, στο μαθηματικώς  
απλούστερο πρόβλημα της  
εύρεσης του τρόπου μεταβολής  
της περίσσειας πυκνότητας  
φορτίου με την απόσταση,  $r$ ,  
από το κεντρικό ιόν

Το  
μοντέλο  
Debye  
Hückel



**Εξίσωση Poisson**

Για  $n_1$  ιόντα τύπου 1,  $n_2$  τύπου 2... $n_i$  τύπου  $i$  σε όγκο  $dV$  με φορτία αντίστοιχα  $z_1 e_0, z_2 e_0, \dots, z_i e_0$

$$\begin{aligned} \rho_r &= n_1 z_1 e_0 + n_2 z_2 e_0 + \dots + n_i z_i e_0 \\ &= \sum n_i z_i e_0 \end{aligned}$$

$$n_i = n_i^0 \exp(-U/kT)$$

**U: Δυναμικό μέσης δύναμης**

# Το μοντέλο Debye Hückel

- $U=0$  : Απουσία δυνάμεων αλληλεπίδρασης,  $n_i = n_i^0$
  - $U < 0$ , Ελκτικές δυνάμεις,  $n_i > n_i^0$
  - $U > 0$ , Απωστικές δυνάμεις,  $n_i < n_i^0$
  - Προσέγγιση: Δεχόμεθα ότι όλες οι αλληλεπιδράσεις είναι τύπου Coulomb
  - $U = z_i e_0 \Psi_r$
  - $n_i = n_i^0 e^{-z_i e_0 \Psi_r / kT}$
- $$\rho_r = \sum n_i z_i e_0 = \sum n_i^0 z_i e_0 e^{-z_i e_0 \Psi_r / kT}$$

$$\cdot z_i e_0 \Psi_r \ll kT$$

$$\cdot e^{-z_i e_0 \Psi_r / kT} = 1 - z_i e_0 \Psi_r / kT + 1/2 (z_i e_0 \Psi_r / kT)^2 + \dots$$

Παραλείποντας τους όρους πλήν των 2 πρώτων:

$$\begin{aligned} \rho_r &= \sum n_i^0 z_i e_0 (1 - z_i e_0 \Psi_r / kT) \\ &= \sum n_i^0 z_i e_0 - \sum n_i z_i^2 e_0^2 \Psi_r / kT \end{aligned}$$

$$\sum n_i^0 z_i e_0 = 0 \text{ (φορτίο διαλύματος)}$$

$$\rho_r = - \sum n_i^0 z_i^2 e_0^2 \Psi_r / kT$$

Η τοπική "ανισορροπία" φορτίου οφείλεται στην ισχυρότερη έλξη και άρα μεγαλύτερη συγκέντρωση αρνητικών φορτίων στην γειτονία του κεντρικού θετικού ιόντος,  $\rho_0$ .

Ο πρώτος όρος  $\sum n_i^{\circ} z_i e_0$  είναι το φορτίο του ηλεκτρολυτικού διαλύματος (=0).

≠

Οι τοπικές ανισοκατανομές φορτίου των γειτονικών ιόντων αντισταθμίζονται (περίσσεια αρνητικών φορτίων γύρω από ένα κατιόν με την περίσσεια θετικών φορτίων γύρω από ένα ανιόν) Άρα:

$$\sum n_i^{\circ} z_i e_0 = 0$$

επομένως

$$\rho_r = -\sum_i \frac{n_i^0 z_i^2 e_0^2 \psi_r}{kT}$$

Έχουμε:

$$\rho_r = -\frac{\varepsilon}{4\pi} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\psi_r}{dr} \right) \right]$$

και

$$\rho_r = -\sum_i \frac{n_i^0 z_i^2 e_0^2 \psi_r}{kT} \quad \text{\textit{\textbf{\textit{ΰωση Poisson}}}}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\psi_r}{dr} \right) = \left( \frac{4\pi}{\epsilon k T} \sum_i n_i^0 z_i^2 e_0^2 \right) \psi_r$$

Στην παρένθεση: σταθερός όρος  $\kappa^2$

$$\kappa^2 = \frac{4\pi}{\epsilon k T} \sum_i n_i^0 z_i^2 e_0^2$$

Έτσι η γραμμική εξίσωση *Poisson* γίνεται:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\psi_r}{dr} \right) = \kappa^2 \psi_r$$

Βοηθητική μεταβλητή:

$$\psi_r = \frac{\mu}{r}$$

οπότε:

$$\frac{d\psi_r}{dr} = \frac{d}{dr} \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{d\mu}{dr}$$

και

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\psi_r}{dr} \right) &= \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( -\mu + r \frac{d\mu}{dr} \right) \\ &= \frac{1}{r^2} \left( -\frac{d\mu}{dr} + r \frac{d^2\mu}{dr^2} + \frac{d\mu}{dr} \right) = \frac{1}{r} \frac{d^2\mu}{dr^2} \end{aligned}$$

Η διαφορική λοιπόν εξίσωση γίνεται:

$$\frac{1}{r} \frac{d^2 \mu}{dr^2} = \kappa^2 \frac{\mu}{r}$$

$$\frac{d^2 \mu}{dr^2} = \kappa^2 \mu$$

$$\frac{d}{dr} e^{\pm \kappa r} = \pm e^{\pm \kappa r}$$

$$\frac{d^2}{dr^2} e^{\pm \kappa r} = \kappa^2 e^{\pm \kappa r}$$

και

Ετσι, η γενική λύση της γραμμικής εξίσωσης P-B είναι:

$$\mu = Ae^{-\kappa r} + Be^{\kappa r}$$

$$\Psi_r = A \frac{e^{-\kappa r}}{r} + B \frac{e^{\kappa r}}{r}$$

## Υπολογισμός σταθεράς B

Για αποστάσεις σχετικά μεγάλες από το κεντρικό ιόν ( $r \rightarrow \infty$ ) κυριαρχούν οι θερμικές δυνάμεις. Το ηλεκτροστατικό δυναμικό μηδενίζεται:

$$r \rightarrow \infty \Rightarrow \psi_r \rightarrow 0$$

Για να ικανοποιείται η συνθήκη αυτή, θα πρέπει  $B=0$ .  
Αρα:

$$\psi_r = A \frac{e^{-kr}}{r}$$

Για τον υπολογισμό της σταθεράς ολοκλήρωσης  $A$

Υπόθεση: Το διάλυμα είναι αραιό

Τα ιόντα βρίσκονται σε μεγάλες αποστάσεις μεταξύ τους και άρα δεν υφίστανται δυνάμεις μεταξύ τους.

Το κεντρικό ιόν υποτίθεται ότι είναι σημειακό φορτίο.

Άρα: Το δυναμικό κοντά στο κεντρικό ιόν θα δίνεται από το ηλεκτροστατικό δυναμικό.

$$\psi_r = \frac{z_i e_0}{\epsilon r}$$

Για το υποθετικό διάλυμα συγκεντρώσεως  $\rightarrow 0$   
δηλαδή  $n_i^0 \rightarrow 0$ ,  $\kappa \rightarrow 0$   
οπότε και  $e^{-\kappa r} \rightarrow 1$  και:

$$\psi_r = \frac{A}{r} = \frac{z_i e_0}{\epsilon r}$$

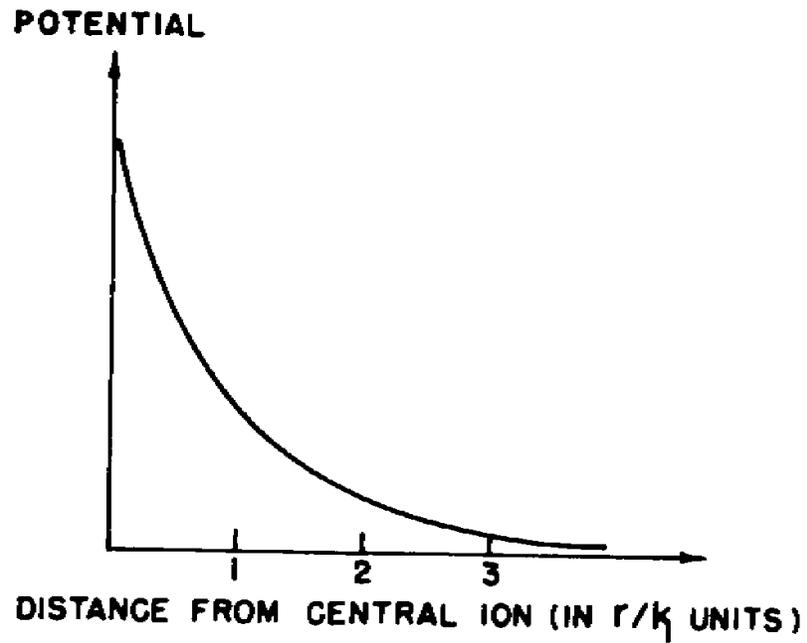
Είναι συνεπώς:

$$A = \frac{z_i e_0}{\epsilon}$$

Και αντικαθιστώντας την τιμή της σταθεράς ολοκληρώσεως  $A$  στην λύση της διαφορικής εξίσωσεως, έχουμε:

$$\psi_r = \frac{z_i e_0}{\epsilon} \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

Λύση της γραμμικής P-B



• γραφική παράσταση της μεταβολής του ηλεκτροστατικού δυναμικού  $\Psi$ , συναρτήσει της αποστάσεως από το κεντρικό ιόν εκφρασμένης σε μονάδες  $r/\kappa$

# Το ιοντικό νέφος γύρω από ΤΟ ΚΕΝΤΡΙΚΟ ΙΟΝ

- Η εξίσωση Poisson συνδέει το δυναμικό σε απόσταση  $r$  από το κεντρικό ιόν με την πυκνότητα φορτίου στην απόσταση αυτή:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\psi}{dr} \right) = -\frac{4\pi}{\epsilon} \rho_r$$

- Η δε γραμμική εξίσωση P-B:

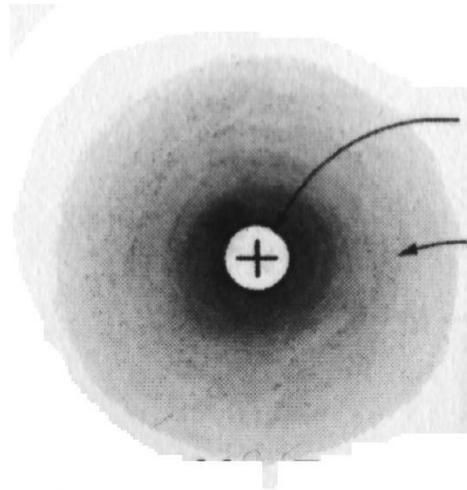
$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Psi}{dr} \right) = \kappa^2 \Psi_r$$

Από την γενική και την γραμμικοποιημένη εξισώσεις Poisson προκύπτει η ακόλουθη γραμμική σχέση μεταξύ πυκνότητας φορτίου και δυναμικού:

$$\rho_r = -(\epsilon/4\pi)\kappa^2\Psi_r$$

Και με την χρησιμοποίηση της λύσης της γραμμικοποιημένης εξισώσεως Poisson προκύπτει η σχέση η οποία περιγράφει την κατανομή των φορτίων γύρω από ένα φορτισμένο ιόν:

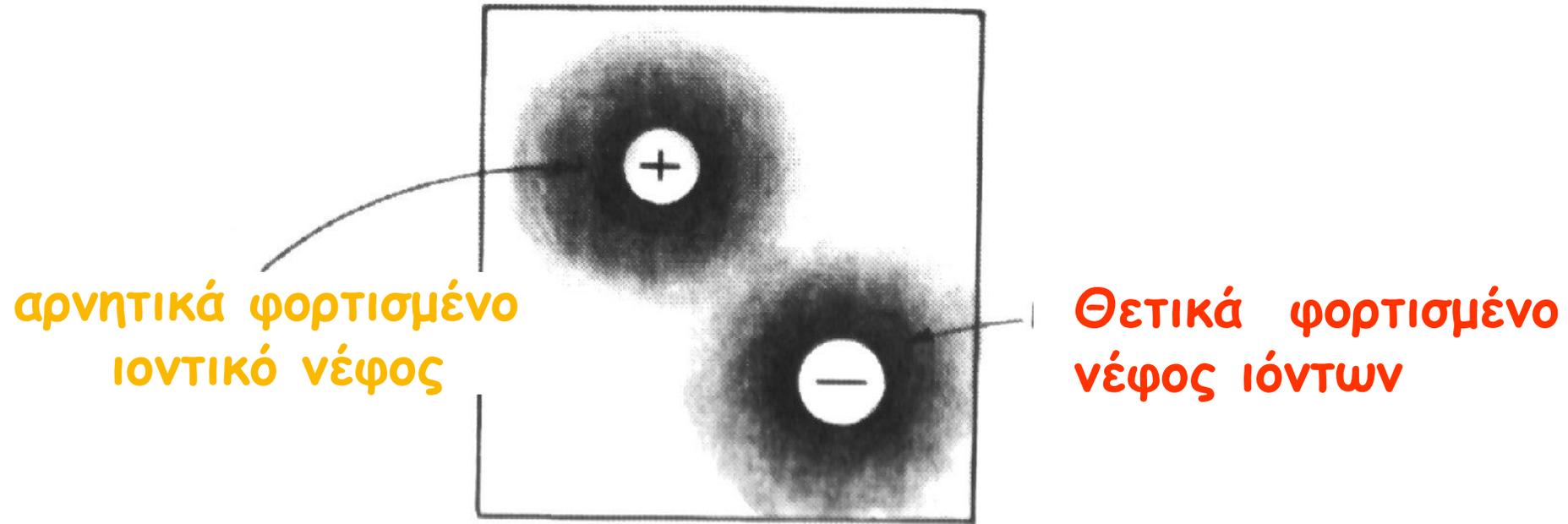
$$\rho_r = -\frac{z_i e_0}{4\pi} \kappa^2 \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$



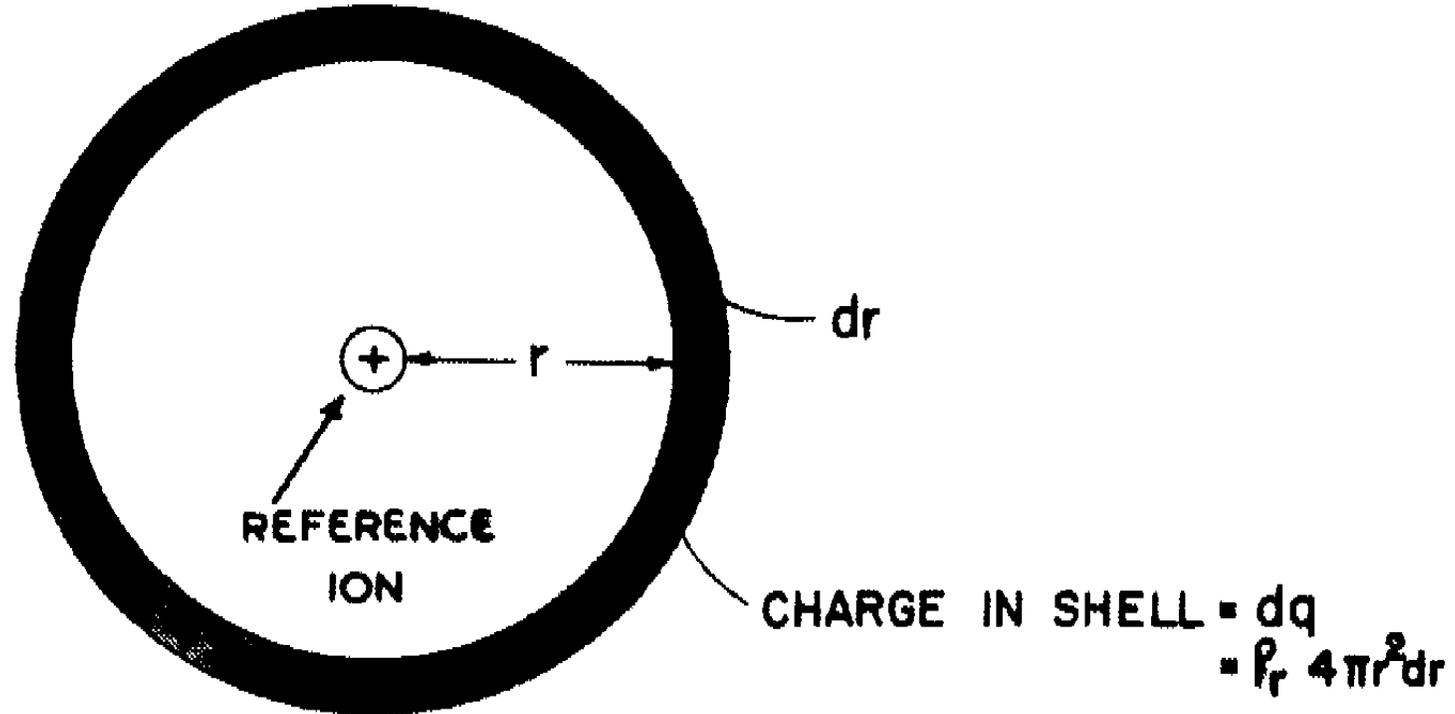
**Κεντρικό ιόν θετικά φορτισμένο**

**Το κεντρικό ιόν περιβάλλεται από νέφος ίσου και αντίθετου προς αυτό φορτίου**

**Απεικόνιση της κατανομής της περίσσειας πυκνότητας φορτίου γύρω από το κεντρικό ιόν ως νέφους ή ιονικής ατμόσφαιρας η οποία είναι ηλεκτρικά φορτισμένη**



Τα θετικά φορτισμένα ιόντα έχουν αρνητικά φορτισμένο ιοντικό νέφος και τανάπαλιν



$$dq = \rho_r 4\pi r^2 dr$$

$$q_{\text{νέφους}} = \int_{r=0}^{r=\infty} dq = \int_{r=0}^{r=\infty} \rho_r 4\pi r^2 dr$$

**Και με αντικατάσταση του  $\rho_r$   
έχουμε:**

$$\begin{aligned} q_{\text{νέφους}} &= - \int_{r=0}^{r=\infty} \frac{z_i e_0}{4\pi} \kappa^2 \frac{e^{-\kappa r}}{r} 4\pi r^2 dr \\ &= - z_i e_0 \int_{r=0}^{r=\infty} e^{-\kappa r} (\kappa r) d(\kappa r) = - z_i e_0 \end{aligned}$$

Δηλαδή το φορτίο του ιοντικού νέφους είναι ίσο και αντίθετο προς εκείνο του ιόντος αναφοράς

# Το μοντέλο Debye Hückel

- Πως όμως κατανέμεται το φορτίο αυτό γύρω από το κεντρικό ιόν;

$$dq = -z_i e_0 e^{-\kappa r} \kappa^2 dr$$

- Ο εκθετικός όρος τείνει να μειώσει το  $dq$  και ο τετραγωνικός να το αυξήσει. Άρα υπάρχει μέγιστο.
- Συνθήκη μεγίστου:  $dq / dr = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{dq}{dr} \\ &= \frac{d}{dr} \left[ -z_i e_0 \kappa^2 \left( e^{-\kappa r} r \right) \right] \\ &= -z_i e_0 \kappa^2 \left( e^{-\kappa r} - r \kappa e^{-\kappa r} \right) \end{aligned}$$

Και επειδή το  $z_i e_0 \kappa^2$  είναι ορισμένο (δηλ.  $\neq 0$ ), για να ισχύει η τελευταία εξίσωση θα πρέπει:

$$0 = e^{-\kappa r} - r \kappa e^{-\kappa r} \quad \text{ή} \quad r = \kappa^{-1}$$

