UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Δυναμική & Ρύθμιση Διεργασιών

Διάλεξη 9:

Ευστάθεια Δυναμικών Συστημάτων

Βήματα της Ρύθμισης Διεργασιών, μέρος Α

1. **Καθορίστε τη διεργασία που εξετάζεται**
   a. Διατύπωση υποθέσεων
   b. Ταξινόμηση μεταβλητών (χειριζόμενες, διαταραχές, εσωτερικές, ελεγχόμενες, μετρούμενες)
   c. Διατύπωση μοντέλου διεργασίας
   d. Προσδιορισμός του επιθυμητού σημείου λειτουργίας
   e. Διατύπωση περιγραφής χώρου κατάστασης
   f. Διατύπωση περιγραφής συναρτήσεων μεταφοράς
   g. Αναγνώριση διεργασιών (αν χρειάζεται)

2. **Ανάλυση Διεργασίας**
   a. Ανάλυση παρατηρησιμότητας
   b. Ανάλυση ελεγξιμότητας / ρυθμισιμότητας
   c. **Ανάλυση ευστάθειας**
   d. Ανάλυση δυναμικής συμπεριφοράς
      a. Απόκριση σε παλμική αλλαγή
      b. Απόκριση σε ημιτονική αλλαγή

Περιγραφή στο χώρο κατάστασης

- Η περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ) επιτρέπει

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd, x(0) = x_0$$
$$y = Cx + Du + Ed$$

  - να ανακαλύψουμε αν το σημείο λειτουργίας της διεργασίας είναι ευσταθές
  - να βρούμε αν οι χειριζόμενες μεταβλητές είναι ικανές να ελέγξουν τη διεργασία
  - να δούμε αν οι μετρούμενες μεταβλητές επαρκούν να παρατηρούμε την διεργασία
  - να προβλέψουμε την επίδραση των διαταραχών στην διεργασία
- Σκεπτόμενοι την ρυθμιζόμενη μεταβλητή
  - μπορούμε να μάθουμε την επίδραση των μεταβλητών κατάστασης
    - και κατ’επέκταση την επίδραση των εισόδων στην ρυθμιζόμενη μεταβλητή
- Οι αναλύσεις αυτές μπορούν να γίνουν αλγεβρικά!
  - απαιτούν γνώσεις ορίζουσας, ιδιοτιμών, βαθμού πίνακα

Περιγραφή κατάστασης εισόδου/εξόδου

- Από την περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd, x(0) = x_0$$
$$y = Cx + Du + Ed$$

- Μπορούμε να μεταβούμε σε μια περιγραφή εισόδου εξόδου (ΠΕΕ)
  - Χρησιμοποιούμε την ΠΧΚ και λύνουμε για τη σχέση *y* με *u* απαλείφοντας το *x*
  - Παραγωγίζουμε την εξίσωση του *y* στο χρόνο και αντικαθιστούμε το d*x*/d*t*
  - Επαναλαμβάνουμε μέχρι να απαλειφθεί το *x* και να μείνει μια σχέση μόνο *y*, *u*, *d* και των παραγώγων τους.
  - Μέχρι *n* παραγωγίσεις!

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y = b_0 u + \cdots + b_n \frac{d^n u}{dt^n} + c_0 d + \cdots + c_n \frac{d^n d}{dt^n}$$

  - Τα περισσότερα *b* kai *c* θα είναι μηδέν
- Ακούγεται περίπλοκο!

University of Patras
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}BU(s) + DU(s) + C(s\mathrm{I} - A)^{-1}WD(s) + ED(s) + C(s\mathrm{I} - A)^{-1}x(0)$$

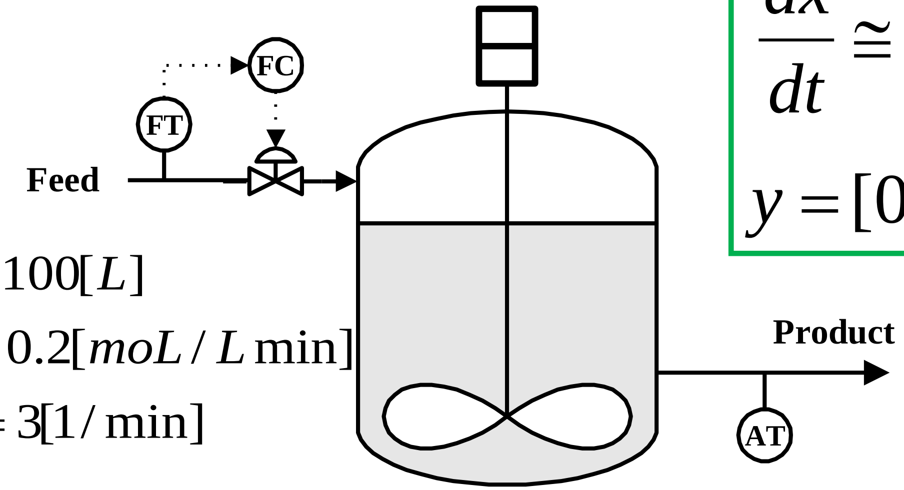
- Η σχέση κάθε μιας μεταβλητής εξόδου με μια μεταβλητή εισόδου δίνεται από την αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς

$$G_u(s) = Y(s)/U(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}B + D$$
$$G_d(s) = Y(s)/D(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}W + E$$
$$G_{xo}(s) = Y(s)/x(0) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}$$

- Μπορεί να περιγραφεί η δυναμική απόκριση της εξόδου σε κάθε είσοδο αλγεβρικά
- Οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι συνήθως ρητές συναρτήσεις του s.
- «Γλυτώνουμε» τις συνελίξεις για να βρούμε την απόκριση της διεργασίας: y(t) λόγω u(t)
  - Το πληρώνουμε με το να χρειάζεται να αναλύσουμε τις σχέσεις σε απλά κλάσματα.
- Μπορούμε να αναλύσουμε την συμπεριφορά της εξόδου μεθοδολογικά.

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/\,min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[L]$
$k_1 = 0.2[moL/L\,\mathrm{min}]$
$k_2 = 3[1/\,\mathrm{min}]$

- περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\frac{dx}{dt} \cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d$$
$$y = [0 \quad 1]x$$

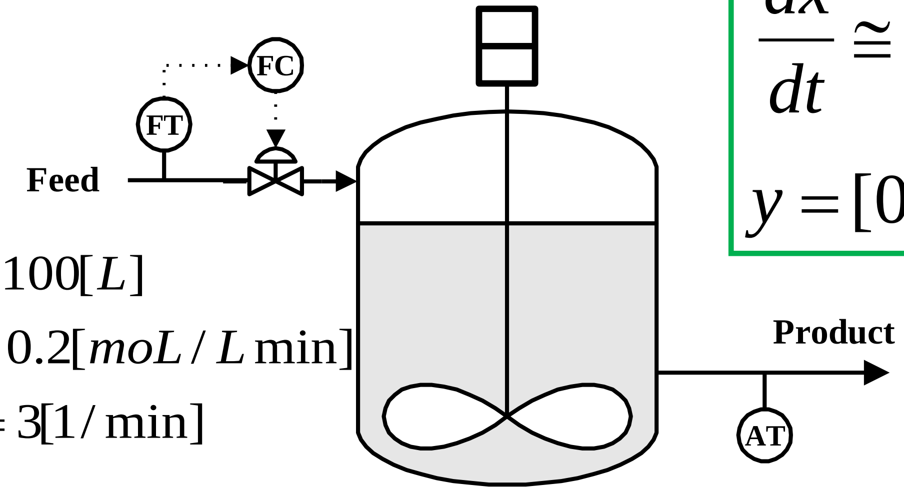
- περιγραφή εισόδου/εξόδου (ΠΕΕ)

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4.006\frac{dy}{dt} + 3.502y = -0.0011\frac{du}{dt} + 0.001842u + 0.4101d$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[L]$
$k_1 = 0.2[moL/L\,\mathrm{min}]$
$k_2 = 3[1/\mathrm{min}]$

- περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &\cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d \\ y &= [0 \quad 1]x\end{aligned}}$$

$$\lambda_1 = -1.2889$$
$$\lambda_2 = -2.717$$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$\boxed{Y = \frac{-0.0011s + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502} U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502} D}$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Περιγραφή στο χώρο κατάστασης

- Η περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ) είναι

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd, x(0) = x_0$$
$$y = Cx + Du + Ed$$

- Η λύση των μεταβλητών κατάστασης για κάθε γνωστή είσοδο του συστήματος είναι

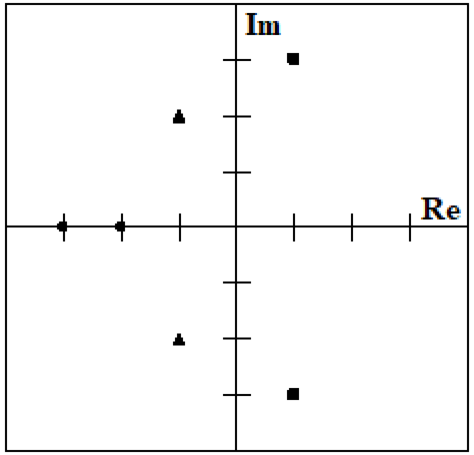
$$x(t) = \underbrace{e^{At}x(0)}_{\text{αρχική τιμή}} + \underbrace{e^{At} * Bu(t)}_{\text{χειριζόμενη μετ.}} + \underbrace{e^{At} * Wd(t)}_{\text{διαταραχή}}$$

- Η έξοδος λαμβάνει τιμή

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + Ce^{At} * Bu(t) + Du(t) + Ce^{At} * Wd(t) + Ed(t)$$

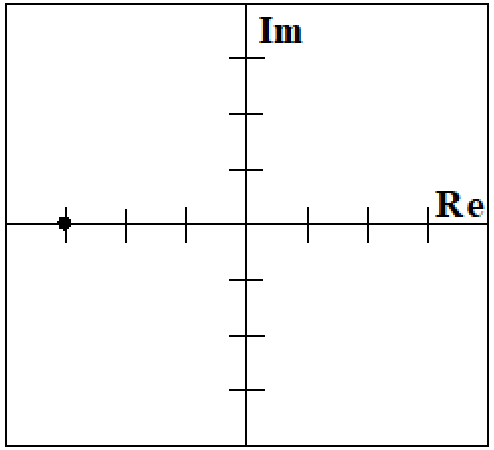
  - **Ο πίνακας A έχει βασικό ρόλο στην εξέλιξη των μεταβλητών κατάστασης στο χρόνο!**
  - **Ο πίνακας A έχει βασικό ρόλο στην εξέλιξη της εξόδου στο χρόνο!**
  - Τι χρειάζεται να γνωρίζουμε για τον A;
  - **Οι ιδιοτιμές λ_i του πίνακα A καθορίζουν την συμπεριφορά του A**

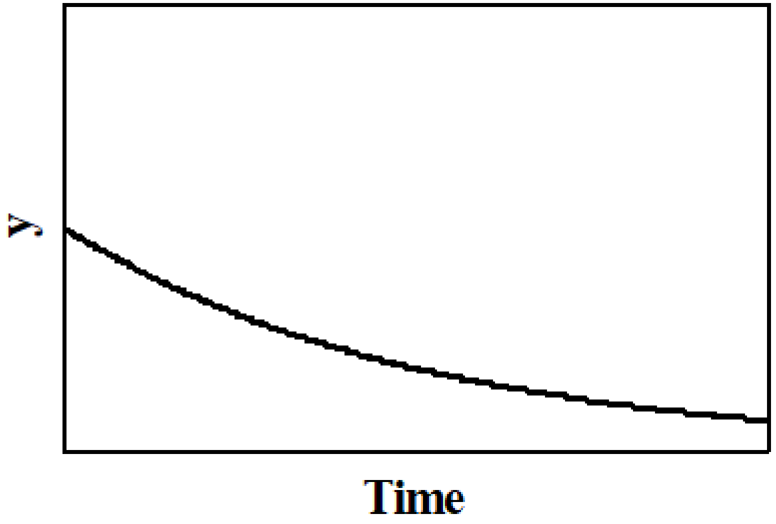
Διάγραμμα ιδιοτιμών ΠΧΚ (πόλων ΠΣΜ)



Εκθετική απόσβεση

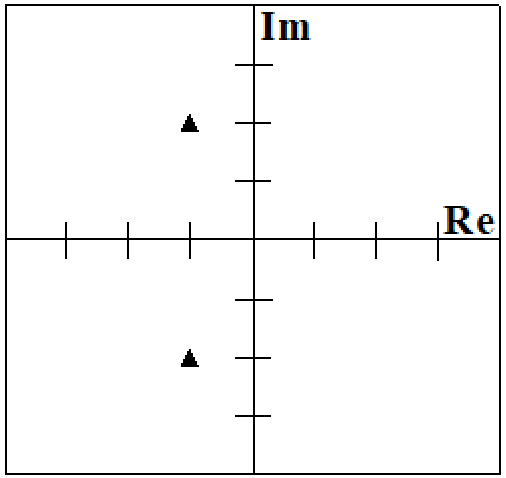
- Απόκριση σε ένα κρουστικό παλμό στη χειριζόμενη μεταβλητή
- Συμπεριφορά σε αρχική τιμή διάφορη του μηδενός
- Απόκριση σε ένα κρουστικό παλμό στη διαταραχή

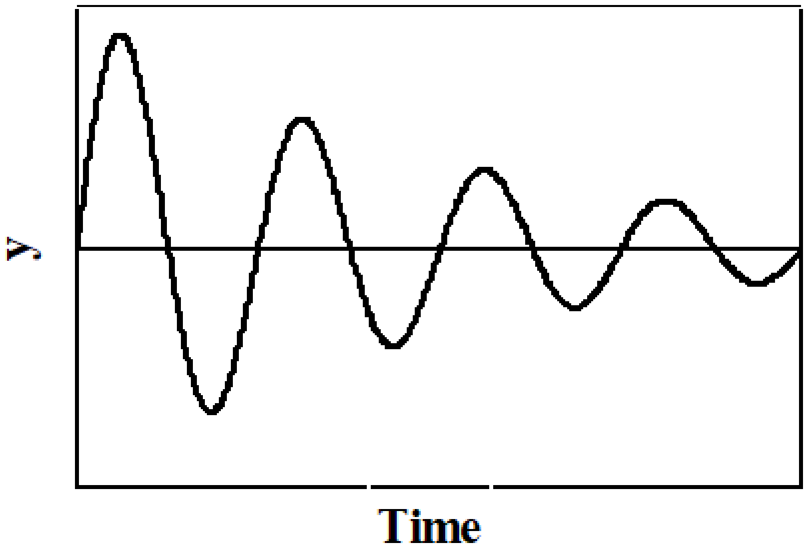




Εκθετικά αποσβενόμενη ταλάντωση

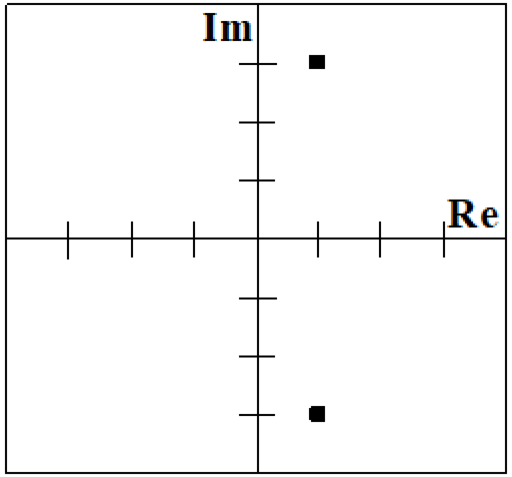
- Απόκριση σε ένα κρουστικό παλμό στη χειριζόμενη μεταβλητή
- Συμπεριφορά σε αρχική τιμή διάφορη του μηδενός
- Απόκριση σε ένα κρουστικό παλμό στη διαταραχή

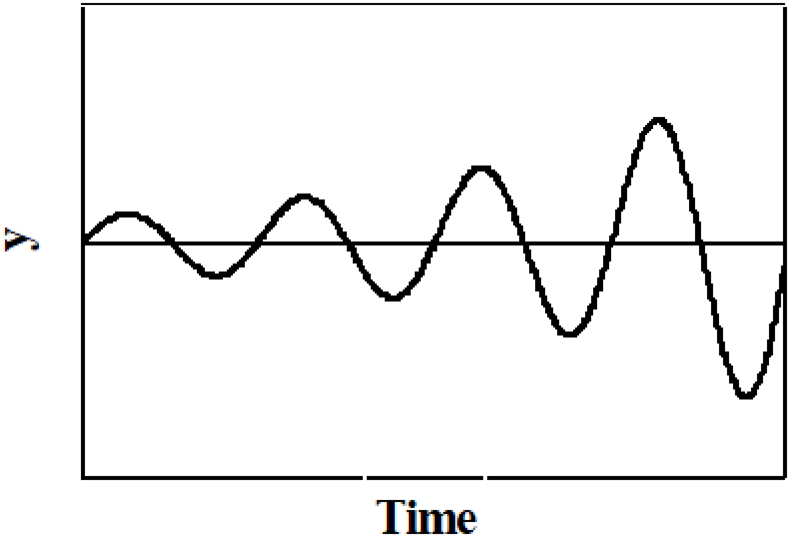




Εκθετικά αυξανόμενου πλάτους ταλάντωση

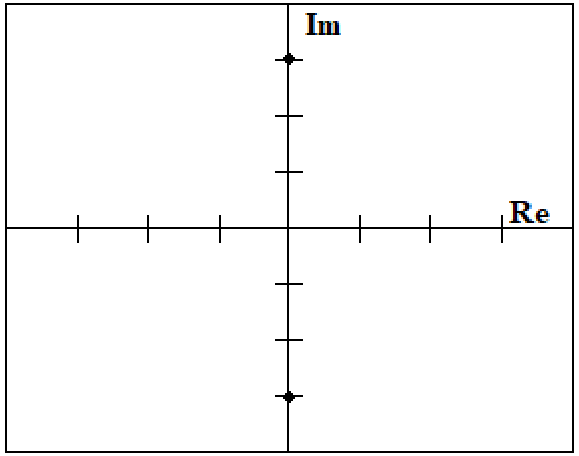
- Απόκριση σε ένα κρουστικό παλμό στη χειριζόμενη μεταβλητή
- Συμπεριφορά σε αρχική τιμή διάφορη του μηδενός
- Απόκριση σε ένα κρουστικό παλμό στη διαταραχή





Τι συμπεριφορά έχουμε;

- Ημιτονοειδής απόκριση για το ΠΧΚ και το ΠΣΜ
- Άγνωστο για την διεργασία (γιατί;)

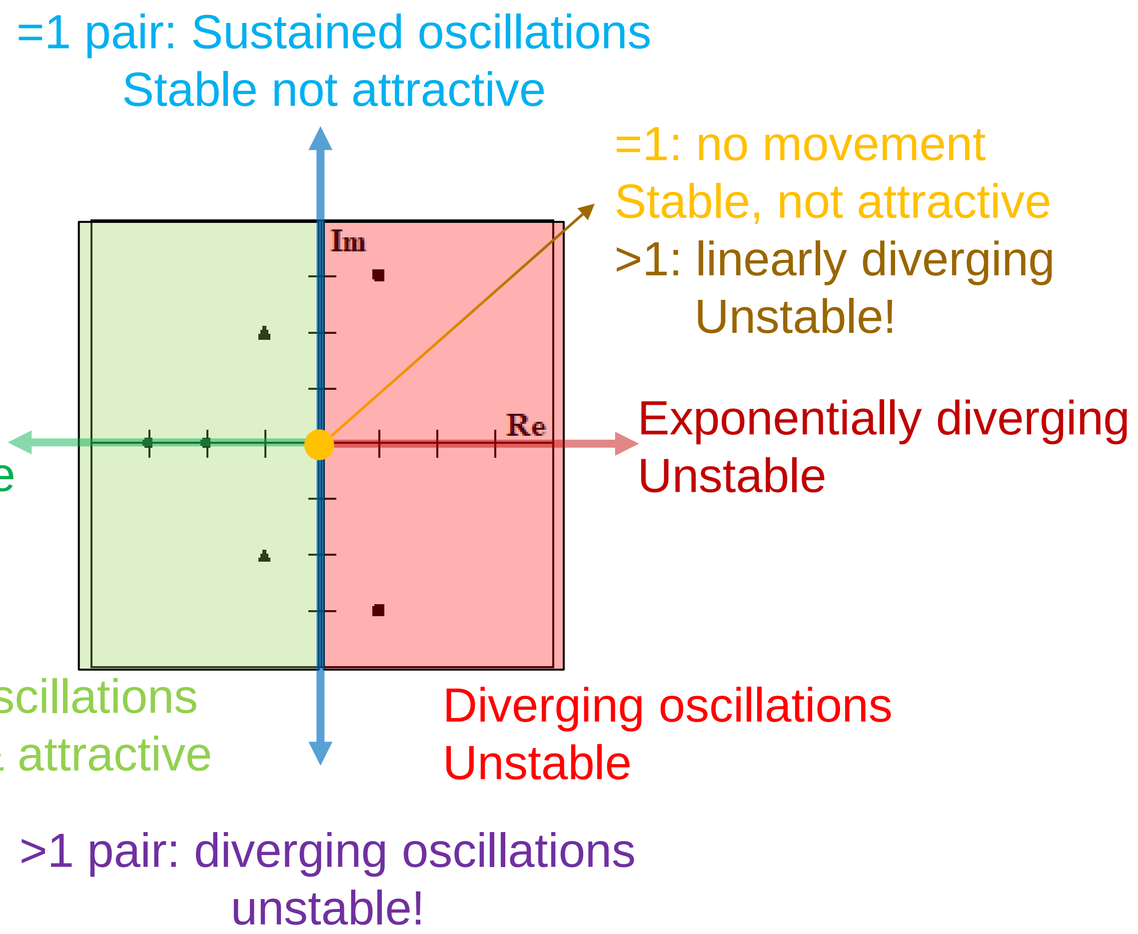


Εσωτερική ευστάθεια (βάση του ΠΧΚ!)

- Ο ορισμός της ευστάθειας αναφέρεται στο **ζεύγος**
  σύστημα-σημείο ισορροπίας
- **Ορισμός**: Το ζεύγος *σύστημα-σημείο ισορροπίας* είναι ευσταθές αν για οποιαδήποτε αρχική τιμή των μεταβλητών κατάστασης κοντά στο σημείο ισορροπίας το σύστημα καταλήγει σε βάθος χρόνου στο σημείο ισορροπίας.

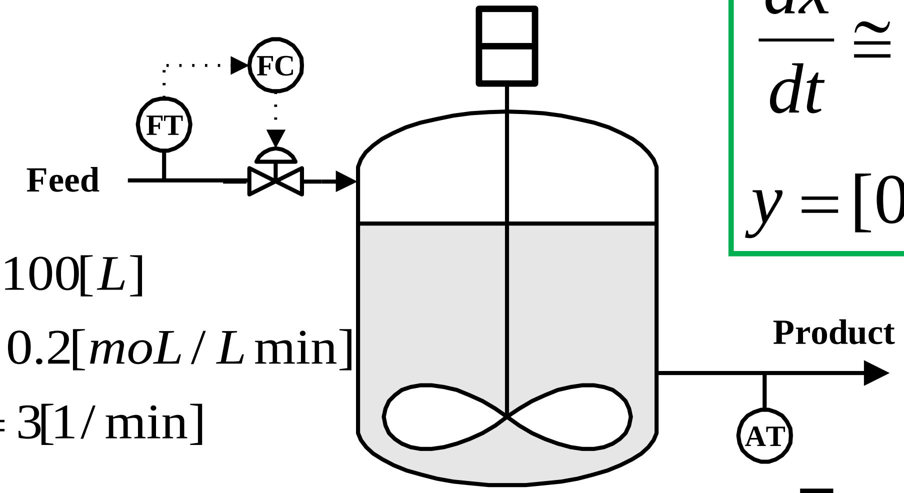
- Εάν οι μεταβλητές καταστάσεις αυξάνονται χωρίς όριο για μια αρχική συνθήκη διαφορετική από το μηδέν, η διεργασία χαρακτηρίζεται **εσωτερικά ασταθής**.
- Εάν το πραγματικό μέρος οποιασδήποτε ιδιοτιμής του A στη ΠΧΚ είναι θετικό, η διεργασία είναι **εσωτερικά ασταθής**.
- Εάν το πραγματικό μέρος όλων των ιδιοτιμών του A στη ΠΧΚ είναι αρνητικό, η διεργασία είναι **εσωτερικά ευσταθής**.
- Εάν **μια** ιδιοτιμή είναι μηδέν (ή υπάρχει **ένα** φανταστικό ζεύγος) και οι υπόλοιπες έχουν αρνητικά πραγματικά μέρη, το ΠΧΚ είναι ευσταθές, αλλά **δεν γνωρίζουμε τη ευστάθεια της διεργασίας**!

Διάγραμμα ιδιοτιμών ΠΧΚ και Ε.Ευστάθεια



Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[L]$
$k_1 = 0.2[moL/L\,\mathrm{min}]$
$k_2 = 3[1/\mathrm{min}]$

- περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &\cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d \\ y &= [0 \quad 1] x \end{aligned}}$$

$$\lambda_1 = -1.2889$$
$$\lambda_2 = -2.717$$

- Εσωτερικά ευσταθές σύστημα

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y = G_u U(s) + G_d D(s) + G_o x(0)$$

- Οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι συνήθως ρητές

$$G_u(s) = Y(s)/U(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}B$$
$$G_d(s) = Y(s)/D(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}W$$
$$G_o(s) = Y(s)/x(0) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}$$

- Η βασική δομή άρα που θα εξετάσουμε είναι η $G_u(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{\mathrm{Z(s)}}{\mathrm{P(s)}}$
  - Οι ρίζες του $\mathrm{P(s)}$ ονομάζονται οι **πόλοι** της συνάρτησης μεταφοράς G_u
  - Οι ρίζες του $\mathrm{Z(s)}$ ονομάζονται τα **μηδέν** της συνάρτησης μεταφοράς G_u

$$y(t) = \mathrm{L}^{-1}[Y(s)] = \mathrm{L}^{-1}[G_u U(s)] = \mathrm{L}^{-1}\left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\gamma_i}{s - \boldsymbol{p_i}} U(s)\right] = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i e^{\boldsymbol{p_i} t} * u(t)$$

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y = G_u U(s) + G_d D(s) + G_o x(0)$$

- Οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι συνήθως ρητές

$$G_u(s) = Y(s)/U(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}B$$
$$G_d(s) = Y(s)/D(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}W$$
$$G_o(s) = Y(s)/x(0) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}$$

- Η βασική δομή άρα που θα εξετάσουμε είναι η $G_u(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{\mathrm{Z}(s)}{\mathrm{P}(s)}$
  - Οι ρίζες του $\mathrm{P}(s)$ ονομάζονται οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς G_u
  - Οι ρίζες του $\mathrm{Z}(s)$ ονομάζονται τα μηδέν της συνάρτησης μεταφοράς G_u

$$y(t) = \mathrm{L}^{-1}[Y(s)] = \mathrm{L}^{-1}[G_u U(s)] = \mathrm{L}^{-1}\left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\gamma_i}{s - p_i} U(s)\right] = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i e^{p_i t} * u(t)$$

  - **Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς έχουν βασικό ρόλο στην εξέλιξη της εξόδου στο χρόνο**

ChemEngUP
UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering

Η σημασία των πόλων στα ποιοτικά χαρακτηριστικά της απόκρισης

$$y_{\pi}(t) = M g(t) = M\left(\sum_{i} \gamma_i e^{p_i t} + q\delta(t)\right).$$

p_i	$e^{p_i t}$
Αρνητικός πραγματικός αριθμός	Εκθετική απόσβεση
μηδέν	σταθερή
θετικός πραγματικός αριθμός	εκθετική αύξηση
μιγαδικός αριθμός με αρνητικό πραγματικό μέρος	εκθετικά φθίνουσες ταλαντώσεις
φανταστικός αριθμός	σταθερού πλάτους ταλαντώσεις
μιγαδικός αριθμός με θετικό πραγματικό μέρος	ταλαντώσεις με εκθετικά αυξανόμενο πλάτος

Ευστάθεια Εισόδου-Εξόδου (βάση ΠΣΜ!)

- Ο ορισμός της ευστάθειας αναφέρεται στο **ζεύγος** *σύστημα-σημείο ισορροπίας*
- **Ορισμός**: Το ζεύγος *σύστημα-σημείο ισορροπίας* είναι ευσταθές αν για οποιαδήποτε πεπερασμένο σε πλάτος (φραγμένο) προφίλ της εισόδου η έξοδος παραμένει φραγμένη.

- Εάν η έξοδος αυξάνεται χωρίς όριο για μια είσοδο διαφορετική από το μηδέν, η διεργασία χαρακτηρίζεται **ασταθής**.
- Εάν το πραγματικό μέρος οποιασδήποτε πόλου του G στη ΠΣΜ είναι θετικό, η διεργασία είναι **ασταθής**.
- Εάν το πραγματικό μέρος όλων των πόλων του G στη ΠΣΜ είναι αρνητικό, η διεργασία είναι **ευσταθής**.
- Εάν **ένας** πόλος είναι μηδέν (ή υπάρχει **ένα** φανταστικό ζεύγος) και οι υπόλοιποι έχουν αρνητικά πραγματικά μέρη, το ΠΣΜ είναι ευσταθές, αλλά **δεν γνωρίζουμε τη ευστάθεια της διεργασίας**!

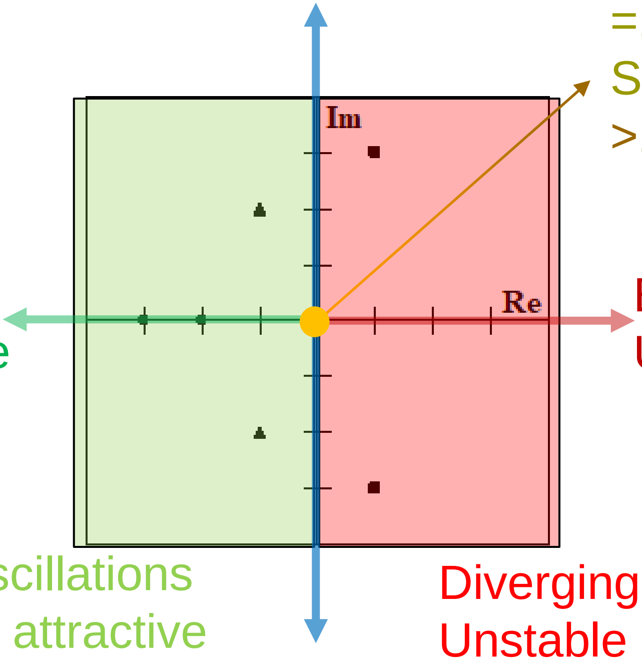
UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Διάγραμμα πόλων ΠΣΜ & Ευστάθεια Ε.Ε.

=1 pair: Sustained oscillations
Stable not attractive

=1: no movement
Stable, not attractive
>1: linearly diverging
Unstable!

Exponentially converging
Stable & attractive



Exponentially diverging
Unstable

Converging oscillations
Stable & attractive

Diverging oscillations
Unstable

>1 pair: diverging oscillations
unstable!

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ευστάθεια Εισόδου-Εξόδου (βάση ΠΣΜ!)

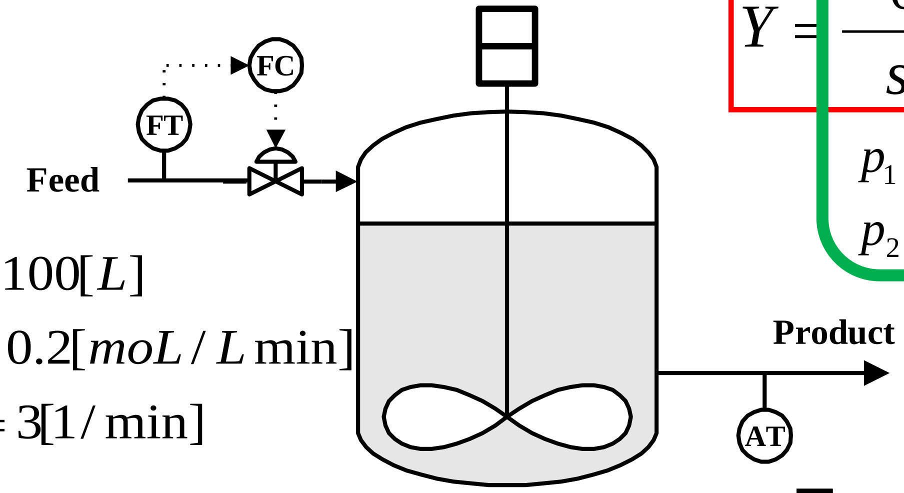
- Ο ορισμός της ευστάθειας αναφέρεται στο **ζεύγος** *σύστημα-σημείο ισορροπίας*
- **Ορισμός**: Το ζεύγος *σύστημα-σημείο ισορροπίας* είναι ευσταθές αν για οποιαδήποτε πεπερασμένο σε πλάτος (φραγμένο) προφίλ της εισόδου η έξοδος παραμένει φραγμένη.

- Ανακαλύπτουμε αν ένα σύστημα μπορεί να μεταβεί σε νέο σημείο λειτουργίας.
- Οι πόλοι χαρακτηρίζουν την ΕΕΕ.
- Τα μηδέν δεν συμμετέχουν στον χαρακτηρισμό της ΕΕΕ!!
  - Έχουν ιδιαίτερο λόγο στη μεταβατική συμπεριφορά.

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\text{L/min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\text{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\text{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\text{moL/L}]$



$V = 100[L]$
$k_1 = 0.2[moL/L\,\text{min}]$
$k_2 = 3[1/\text{min}]$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y = \frac{-0.0011s + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502}U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502}D$$

$p_1 = -1.2889 \quad z_1 = 1.6745$
$p_2 = -2.717 \quad K = 0.000526$

$p_1 = -1.2889 \quad none \quad z$
$p_2 = -2.717 \quad K = 0.1171$

- Το σύστημα είναι ευσταθές στην είσοδο-έξοδο

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Περιγραφή στο χώρο κατάστασης

- Η περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ) είναι

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd, x(0) = x_0$$

$$y = Cx + Du + Ed$$

  - **Οι ιδιοτιμές λ_i του πίνακα Α καθορίζουν την συμπεριφορά της κατάστασης**

- Η περιγραφή εισόδου εξόδου (ΠΕΕ) είναι

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y = b_0 u + \cdots + b_n \frac{d^n u}{dt^n} + c_0 d + \cdots + c_n \frac{d^n d}{dt^n}$$

  - **Οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης καθορίζουν την εξέλιξη της εξόδου**

- Η περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς (ΠΣΜ) είναι

$$Y = G_u U(s) + G_d D(s) + G_o x(0)$$

  - **Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς καθορίζουν την εξέλιξη της εξόδου**

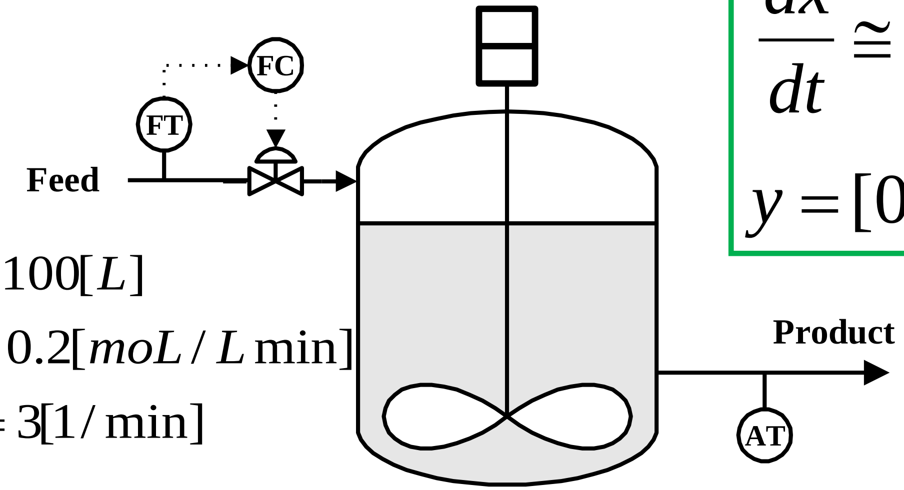
Παρατηρούμε ότι οι ιδιοτιμές, οι ρίζες και οι πόλοι έχουν τις ίδιες τιμές!!

Τότε γιατί έχουμε διαφορές στους ορισμούς ευστάθειας;

University of Patras Department Of Chemical Engineering ChemEngUP

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\text{L/min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\text{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\text{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\text{moL/L}]$



$V = 100[L]$
$k_1 = 0.2[moL/L\,\text{min}]$
$k_2 = 3[1/\text{min}]$

- περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\frac{dx}{dt} \cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d$$
$$y = [0 \quad 1]x$$

$$\lambda_1 = -1.2889$$
$$\lambda_2 = -2.717$$

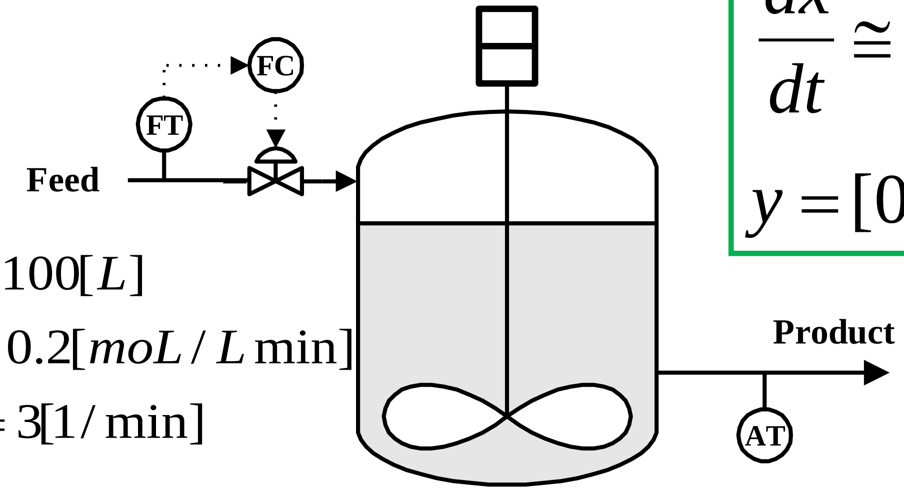
- περιγραφή εισόδου/εξόδου (ΠΕΕ)

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4.006\frac{dy}{dt} + 3.502y = -0.0011\frac{du}{dt} + 0.001842u + 0.4101d$$

$r_1 = -1.2889$ $r_2 = -2.717$	$z_1 = 1.6745$ $K = 0.000526$	*none* $\quad z$ $K = 0.1171$

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[L]$
$k_1 = 0.2[moL/L\,\mathrm{min}]$
$k_2 = 3[1/\mathrm{min}]$

- περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &\cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d \\ y &= [0 \quad 1] x\end{aligned}}$$

$$\lambda_1 = -1.2889$$
$$\lambda_2 = -2.717$$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y = \frac{-0.0011s + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502} U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502} D$$

$p_1 = -1.2889 \quad z_1 = 1.6745$
$p_2 = -2.717 \quad K = 0.000526$

$p_1 = -1.2889 \quad none \quad z$
$p_2 = -2.717 \quad K = 0.1171$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Ευστάθεια ΕΕ-ΕΕΕ. Διαφορές & ομοιότητες

- Οι ορισμοί της ευστάθειας αναφέρονται στο **ζεύγος**
  σύστημα-σημείο ισορροπίας

- Η **ΕΕ** χρησιμοποιεί την έξτρα πληροφορία των μεταβλητών κατάστασης
- Η **ΕΕΕ** παρουσιάζει αν μπορούμε να πάμε σε νέο σημείο στην έξοδο

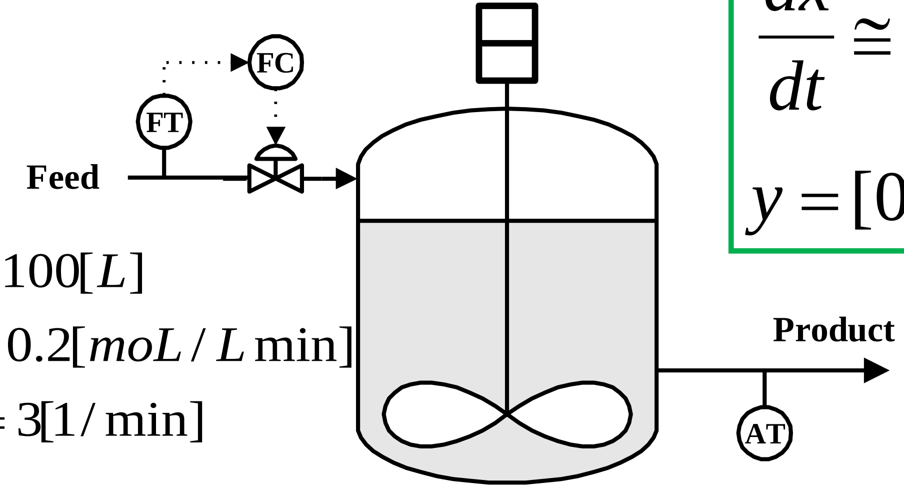
- Εάν ένα σύστημα είναι **ΕΕ** τότε είναι και **ΕΕΕ**. $\mathrm{EE} \Rightarrow \mathrm{EEE}$
- Εάν ένα σύστημα είναι **ΕΕΕ** δεν γνωρίζω αν είναι και **ΕΕ**! $\mathrm{EEE} \overset{??}{\Rightarrow} \mathrm{EE}$
- Εάν ένα σύστημα <u>δεν</u> είναι **ΕΕΕ** τότε επίσης <u>δεν</u> είναι **ΕΕ**. $\mathrm{AEE} \Rightarrow \mathrm{EA}$

- Εάν ένα σύστημα είναι ευσταθές στην είσοδο-έξοδο και παρατηρήσιμο τότε είναι και εσωτερικά ευσταθές! $\mathrm{EEE} \overset{Q_o}{\Rightarrow} \mathrm{EE}$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/\,min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[L]$
$k_1 = 0.2[moL/L\,\mathrm{min}]$
$k_2 = 3[1/\,\mathrm{min}]$

- περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\frac{dx}{dt} \cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d$$
$$y = [0 \quad 1]x$$

$$\lambda_1 = -1.2889$$
$$\lambda_2 = -2.717$$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς (ΠΣΜ)

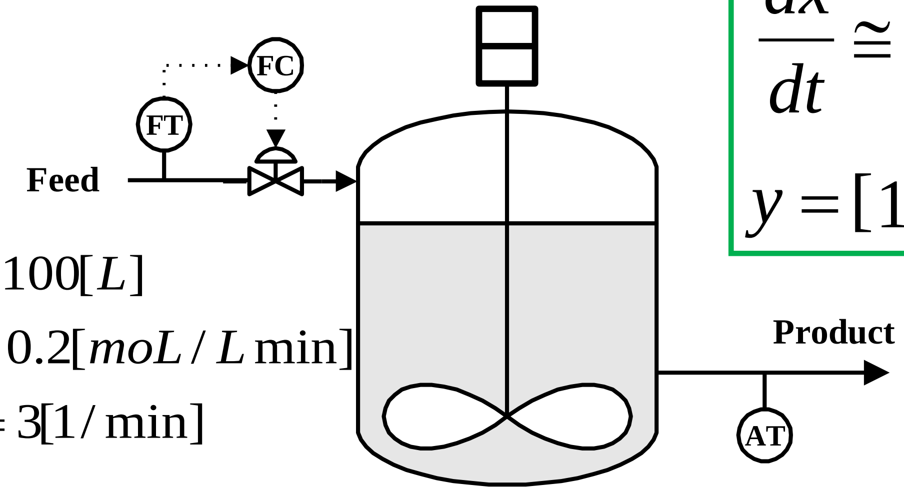
$$Y = \frac{-0.0011s + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502} U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502} D$$

$p_1 = -1.2889 \quad z_1 = 1.6745$
$p_2 = -2.717 \quad K = 0.000526$

$p_1 = -1.2889 \quad none \quad z$
$p_2 = -2.717 \quad K = 0.1171$

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[L]$
$k_1 = 0.2[moL/L\,\mathrm{min}]$
$k_2 = 3[1/\mathrm{min}]$

- περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\frac{dx}{dt} \cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d$$
$$y = [1 \quad 0] x$$

$$\lambda_1 = -1.2889$$
$$\lambda_2 = -2.717$$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y(s) = \frac{0.0057}{s + 1.2889} U(s) + \frac{0.717}{s + 1.2889} D(s)$$

$p_1 = -1.2889$
$none \quad z$
$K = 0.00442$

$p_1 = -1.2889$
$none \quad z$
$K = 0.556$

- Διάσταση ΠΧΚ είναι **2**
- Διάσταση ΠΣΜ είναι **1**!
  → χάσαμε πληροφορία

- Ο λόγος είναι ότι **δεν** είναι παρατηρήσιμο