Δυναμική & Ρύθμιση Διεργασιών

Διάλεξη 8:

Ανάλυση Δυναμικών Συστημάτων

Περιγραφή μέσω συναρτήσεων μεταφοράς

Βήματα της Ρύθμισης Διεργασιών, μέρος Α

1. **Καθορίστε τη διεργασία που εξετάζεται**
   a. Διατύπωση υποθέσεων
   b. Ταξινόμηση μεταβλητών (χειριζόμενες, διαταραχές, εσωτερικές, ελεγχόμενες, μετρούμενες)
   c. Διατύπωση μοντέλου διεργασίας
   d. Προσδιορισμός του επιθυμητού σημείου λειτουργίας
   e. Διατύπωση περιγραφής χώρου κατάστασης
   f. **Διατύπωση περιγραφής συναρτήσεων μεταφοράς**
   g. Αναγνώριση διεργασιών (αν χρειάζεται)

2. **Ανάλυση Διεργασίας**
   a. Ανάλυση παρατηρησιμότητας
   b. **Ανάλυση** ελεγξιμότητας / **ρυθμισιμότητας**
   c. Ανάλυση ευστάθειας
   d. Ανάλυση δυναμικής συμπεριφοράς
      a. Απόκριση σε παλμική αλλαγή
      b. Απόκριση σε ημιτονική αλλαγή

ChemEngUP
UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering

Περιγραφή στο χώρο κατάστασης

Η συμπτυγμένη περιγραφή είναι κομψή αλλά χρειάζεται προσοχή

- Ο χώρος κατάστασης σημαίνει ότι οι μεταβλητές γράφονται ως διανύσματα

$$x = \begin{bmatrix} x_1 - x_{1,op} \\ x_2 - x_{2,op} \\ \vdots \\ x_N - x_{N,op} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 - u_{1,op} \\ u_2 - u_{2,op} \\ \vdots \\ u_M - u_{M,op} \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} d - d_{1,op} \\ d_2 - d_{2,op} \\ \vdots \\ d_K - d_{K,op} \end{bmatrix} \quad y_m = \begin{bmatrix} y_1 - y_{1,op} \\ y_2 - y_{2,op} \\ \vdots \\ y_L - y_{L,op} \end{bmatrix} \quad y_c = \begin{bmatrix} y_1 - y_{1,sp} \\ y_2 - y_{2,sp} \\ \vdots \\ y_M - y_{M,sp} \end{bmatrix}$$

- Η περιγραφή στο χώρο κατάστασης είναι

  - Δυναμική διεργασίας

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd$$
$$y_m = Cx + Du + Ed$$

- Για την εισαγωγή στο θέμα
  - Μία χειριζόμενη μεταβλητή u
  - Μία διαταραχή d
  - Μία μετρούμενη μεταβλητή y_m
  - Μία ρυθμιζόμενη μεταβλητή y_c

  (Αρχικά θα υποθέτουμε $y_m \equiv y_c$)

University of Patras Department Of Chemical Engineering ChemEngUP

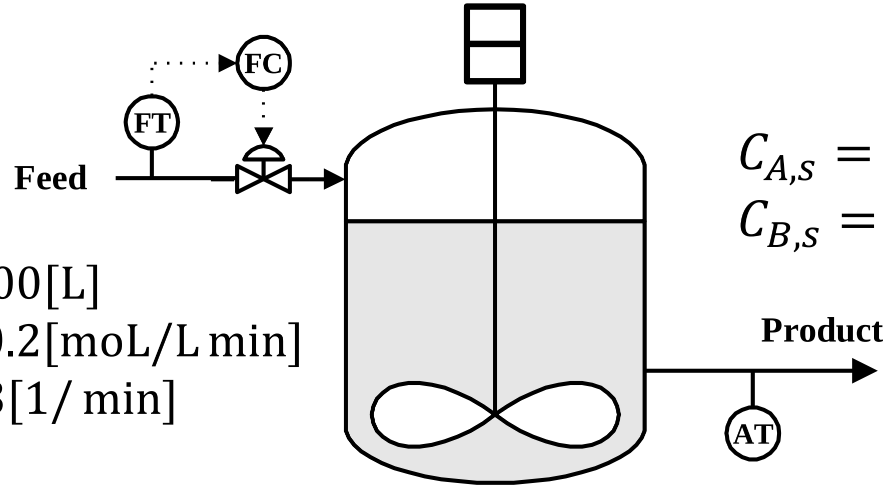
Παράδειγμα η ΠΧΚ του ΑΣΑ

$$F/\rho = 71.7[L/\min]$$

$$\boxed{u = (F/\rho - 71.7)}$$

$$C_{A0,s} = 2.00[\text{moL/L}]$$

$$\boxed{d = (C_{A0} - 2)}$$



$$V = 100[\text{L}]$$
$$k_1 = 0.2[\text{moL/L}\min]$$
$$k_2 = 3[1/\min]$$

$$C_{A,s} = 1.4298[\text{moL/L}]$$
$$C_{B,s} = 0.1100[\text{moL/L}]$$

$$\boxed{x = \begin{bmatrix} C_A - 1.4298 \\ C_B - 0.1100 \end{bmatrix}}$$

$$\frac{dx}{dt} \cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d$$

$$y = [0 \quad 1] x$$

Περιγραφή στο χώρο κατάστασης

- Η περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd, x(0) = x_0$$
$$y = Cx + Du + Ed$$

- Μας διευκολύνει για να γράψουμε συμπτυγμένα την λύση των μεταβλητών κατάστασης για κάθε γνωστή είσοδο του συστήματος

$$x(t) = \mathrm{e}^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)\,\mathrm{d}\tau + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Wd(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

- Μας επιτρέπει να βρούμε την απόκριση των εξόδων του συστήματος μέσω των x

$$y(t) = C\mathrm{e}^{At}x(0) + C\int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)\,\mathrm{d}\tau + C\int_0^t e^{A(t-\tau)}Wd(\tau)\,\mathrm{d}\tau + Du(t) + Ed(t)$$

- Απαιτεί γνώση γραμμικής άλγεβρας!

Περιγραφή στο χώρο κατάστασης

- Η περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ) επιτρέπει

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd, x(0) = x_0$$
$$y = Cx + Du + Ed$$

  - να ανακαλύψουμε αν το σημείο λειτουργίας της διεργασίας είναι ευσταθές
  - να βρούμε αν οι χειριζόμενες μεταβλητές είναι ικανές να ελέγξουν τη διεργασία
  - να δούμε αν οι μετρούμενες μεταβλητές επαρκούν να παρατηρούμε την διεργασία
  - να προβλέψουμε την επίδραση των διαταραχών στην διεργασία
- Σκεπτόμενοι την ρυθμιζόμενη μεταβλητή
  - μπορούμε να μάθουμε την επίδραση των μεταβλητών κατάστασης
    - και κατ’επέκταση την επίδραση των εισόδων στην ρυθμιζόμενη μεταβλητή
- Οι αναλύσεις αυτές μπορούν να γίνουν αλγεβρικά!
  - απαιτούν γνώσεις ορίζουσας, ιδιοτιμών, βαθμού πίνακα

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Περιγραφή στο χώρο κατάστασης

- Η περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ) επιτρέπει

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd, x(0) = x_0$$
$$y = Cx + Du + Ed$$

  - να ανακαλύψουμε αν το σημείο λειτουργίας της διεργασίας είναι ευσταθές
  - να βρούμε αν οι χειριζόμενες μεταβλητές είναι ικανές να ελέγξουν τη διεργασία
  - να δούμε αν οι μετρούμενες μεταβλητές επαρκούν να παρατηρούμε την διεργασία
  - να προβλέψουμε την επίδραση των διαταραχών στην διεργασία
- Σκεπτόμενοι την ρυθμιζόμενη μεταβλητή
  - μπορούμε να μάθουμε την επίδραση των μεταβλητών κατάστασης
    - και κατ'επέκταση την επίδραση των εισόδων στην ρυθμιζόμενη μεταβλητή
  - **Υπάρχει απλούστερη περιγραφή όταν μας ενδιαφέρει μόνο η σχέση εισόδου – εξόδου της διεργασίας;**

Περιγραφή κατάστασης εισόδου/εξόδου

- Από την περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd, x(0) = x_0$$
$$y = Cx + Du + Ed$$

- Μπορούμε να μεταβούμε σε μια περιγραφή εισόδου εξόδου (ΠΕΕ)
  - Χρησιμοποιούμε την ΠΧΚ και λύνουμε για τη σχέση *y* με *u* απαλείφοντας το *x*
  - Παραγωγίζουμε την εξίσωση του *y* στο χρόνο και αντικαθιστούμε το d*x*/d*t*
  - Επαναλαμβάνουμε μέχρι να απαλειφθεί το *x* και να μείνει μια σχέση μόνο *y, u, d* και των παραγώγων τους.
  - Μέχρι *n* παραγωγίσεις!

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y = b_0 u + \cdots + b_n \frac{d^n u}{dt^n} + c_0 d + \cdots + c_n \frac{d^n d}{dt^n}$$

  - Τα περισσότερα *b* kai *c* θα είναι μηδέν
- Ακούγεται περίπλοκο!

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd, x(0) = x_0$$
$$y = Cx + Du + Ed$$

- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μετασχηματισμό Laplace

* Όπου $\mathbf{I}$ ο μοναδιαίος πίνακας

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd \\ y = Cx + Du + Ed \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Xs - x(0) = AX + BU(s) + WD(s) \\ Y(s) = CX + DU(s) + ED(s) \end{cases}$$

$$\begin{cases} X(s\mathrm{I} - A) = BU(s) + WD(s) + x(0) \\ Y(s) = CX + DU(s) + E(s) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = (s\mathbf{I} - A)^{-1}(BU(s) + WD(s) + x(0)) \\ Y(s) = CX + DU(s) + ED(s) \end{cases}$$

  - Αλγεβρική επίλυση του προβλήματος

$$Y = C(s\mathbf{I} - A)^{-1}BU(s) + DU(s) + C(s\mathbf{I} - A)^{-1}WD(s) + ED(s) + C(s\mathbf{I} - A)^{-1}x(0)$$

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}BU(s) + DU(s) + C(s\mathrm{I} - A)^{-1}WD(s) + ED(s) + C(s\mathrm{I} - A)^{-1}x(0)$$

- Η σχέση κάθε μιας μεταβλητής εξόδου με μια μεταβλητή εισόδου δίνεται από την αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς

$$G_u(s) = Y(s)/U(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}B + D$$
$$G_d(s) = Y(s)/D(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}W + E$$
$$G_{xo}(s) = Y(s)/x(0) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}$$

- Μπορεί να περιγραφεί η δυναμική απόκριση της εξόδου σε κάθε είσοδο αλγεβρικά.
- Οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι συνήθως ρητές συναρτήσεις του s.
- «Γλυτώνουμε» τις συνελίξεις για να βρούμε την απόκριση της διεργασίας: y(t) λόγω u(t)
  - Το πληρώνουμε με το να χρειάζεται να αναλύσουμε τις σχέσεις σε απλά κλάσματα.
- Μπορούμε να αναλύσουμε την συμπεριφορά της εξόδου μεθοδολογικά.

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}BU(s) + DU(s) + C(s\mathrm{I} - A)^{-1}WD(s) + ED(s) + C(s\mathrm{I} - A)^{-1}x(0)$$

  - Η σχέση κάθε μιας μεταβλητής εξόδου με μια μεταβλητή εισόδου δίνεται από την αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς

$$G_u(s) = Y(s)/U(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}B + D$$
$$G_d(s) = Y(s)/D(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}W + E$$
$$G_{xo}(s) = Y(s)/x(0) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}$$

  - Για τις υποθέσεις που έχουμε κάνει ως προς το *y*:

$$G_u(s) = Y(s)/U(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}B$$
$$G_d(s) = Y(s)/D(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}W$$
$$G_{xo}(s) = Y(s)/x(0) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}$$

Αν $G_u(s) \neq 0$ το σύστημα είναι ρυθμίσιμο

Αν $G_d(s) \neq 0$ η διαταραχή είναι παρατηρίσιμη από την ρυθμιζόμενη μεταβλητή

- Υπάρχουν μειονεκτήματα στην περιγραφή αυτή;

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Wd, x(0) = x_0$$
$$y = Cx + Du + Ed$$

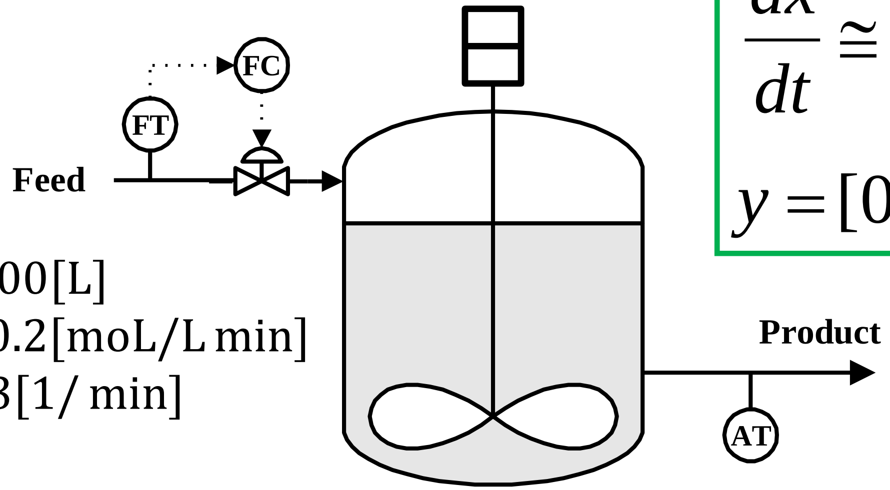
- Περ. με συναρτήσεις μεταφοράς

$$\begin{aligned} Y(s) = {} & C(sI - A)^{-1}BU(s) + DU(s) \\ & + C(sI - A)^{-1}WD(s) + ED(s) \\ & + C(sI - A)^{-1}x(0) \end{aligned}$$

- Ποιες είναι οι βασικές διαφορές;
  - Στην ΠΣΜ έχουν απαλειφθεί οι μεταβλητές κατάστασης
  - Δεν γνωρίζουμε αν η διεργασία είναι ελέγξιμη
  - Δεν γνωρίζουμε αν η διεργασία είναι παρατηρήσιμη
  - Μπορούμε από τη ΠΧΚ να μεταβούμε στην ΠΣΜ αλλά όχι ανάποδα!
    - Η ΠΣΜ περιέχει λιγότερη πληροφορία από την ΠΧΚ
  - Διαφορετικές έννοιες ευστάθειας μεταξύ των δύο μοντέλων!
  - Αλγεβρική επίλυση της αναλυτικής συμπεριφοράς της διεργασίας.

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/\,min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[\mathrm{L}]$
$k_1 = 0.2[\mathrm{moL/L\,min}]$
$k_2 = 3[1/\,\mathrm{min}]$

- περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &\cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d \\ y &= [0 \quad 1] x \end{aligned}}$$

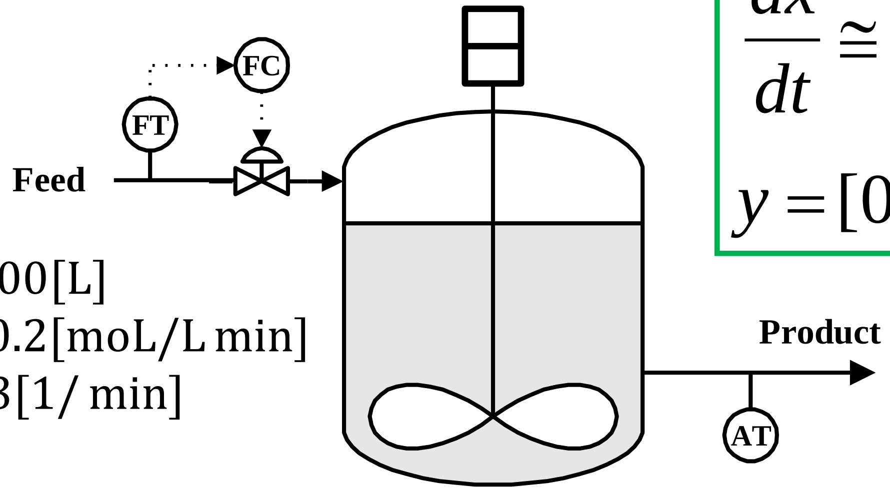
- Ποια είναι η περιγραφή εισόδου/εξόδου;
  - Χρειάζονται δυο παραγωγίσεις

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} + 4.006\frac{dy}{dt} + 3.502y = -0.0011\frac{du}{dt} + 0.001842u + 0.4101d}$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/\,min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[\mathrm{L}]$
$k_1 = 0.2[\mathrm{moL/L\,min}]$
$k_2 = 3[1/\,\mathrm{min}]$

- περιγραφή στο Χώρο Κατάστασης (ΠΧΚ)

$$\frac{dx}{dt} \cong \begin{bmatrix} -1.2889 & 0 \\ 0.5719 & -2.717 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.0057 \\ -0.0011 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0.717 \\ 0 \end{bmatrix} d$$
$$y = [0 \quad 1] x$$

- Ποια είναι η περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς;
  - Μετά από Laplace

$$Y = \frac{-0.0011s \ +0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502} U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502} D$$

ChemEngUP
UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y = G_u U(s) + G_d D(s)$$

  - Οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι συνήθως ρητές

$$G_u(s) = Y(s)/U(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}B$$
$$G_d(s) = Y(s)/D(s) = C(s\mathrm{I} - A)^{-1}W$$

- Η βασική δομή άρα που θα εξετάσουμε είναι

$$G_u(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathrm{Z(s)}}{\mathrm{P(s)}}$$

Επίλυση μέσω συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς (ΠΣΜ)

$$Y = G_u U(s) + G_d D(s)$$

- Η βασική δομή είναι

$$G_u(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathrm{Z}_u(\mathrm{s})}{\mathrm{P}_u(\mathrm{s})}$$

$$G_d(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{\mathrm{Z}_d(\mathrm{s})}{\mathrm{P}_d(\mathrm{s})}$$

- Άρα για μια είσοδο με μορφή *u*(t) επιλύουμε προς *y*(t) μέσω πινάκων Laplace

$$Y(s) = G_u(s)\mathrm{L}[u(t)] = \frac{\mathrm{Z}_u(\mathrm{s})}{\mathrm{P}_u(\mathrm{s})} U(s) = \frac{Numerator(s)}{Denominator(s)} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\gamma_i}{s - r_i}$$

$$y(t) = \mathrm{L}^{-1}[Y(s)] = \mathrm{L}^{-1}\left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\gamma_i}{s - r_i}\right] = \sum_{i=1}^{N} \gamma_i e^{r_i t}$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι συνήθως ρητές. Η δομή που θα εξετάσουμε είναι:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathrm{Z(s)}}{\mathrm{P(s)}}$$

- Οι ρίζες του παρανομαστή ονομάζονται οι πόλοι της ΣΜ.

$$\mathrm{P}(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n = (s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)$$

- Οι ρίζες του αριθμητή ονομάζονται οι μηδενικές τιμές της ΣΜ.

$$\mathrm{Z}(s) = b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \cdots + b_k s^k = (s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_k), \qquad k \le n$$

- Η δομή μπορεί να γραφεί σε διάφορες μορφές
  - Standard μορφή

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathrm{Z(s)}}{\mathrm{P(s)}} = K\frac{1 + b_1/b_0 s + b_2/b_0 s^2 + \cdots + b_k/b_0 s^k}{1 + a_1/a_0 s + a_2/a_0 s^2 + \cdots + a_n/a_0 s^n}$$

    - Στατική ενίσχυση της ΣΜ: το $K = \frac{b_0}{a_0}$
    - Τάξη της ΣΜ: το n

Περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

- Στην περιγραφή με συναρτήσεις μεταφοράς οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι συνήθως ρητές. Η δομή που θα εξετάσουμε είναι:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathrm{Z(s)}}{\mathrm{P(s)}}$$

- Οι ρίζες του παρανομαστή ονομάζονται οι πόλοι της ΣΜ.

$$\mathrm{P}(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n = (s - p_1)(s - p_2) \ldots (s - p_n)$$

- Οι ρίζες του αριθμητή ονομάζονται οι μηδενικές τιμές της ΣΜ.

$$\mathrm{Z}(s) = b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \cdots + b_k s^k = (s - z_1)(s - z_2) \ldots (s - z_k), \qquad k \le n$$

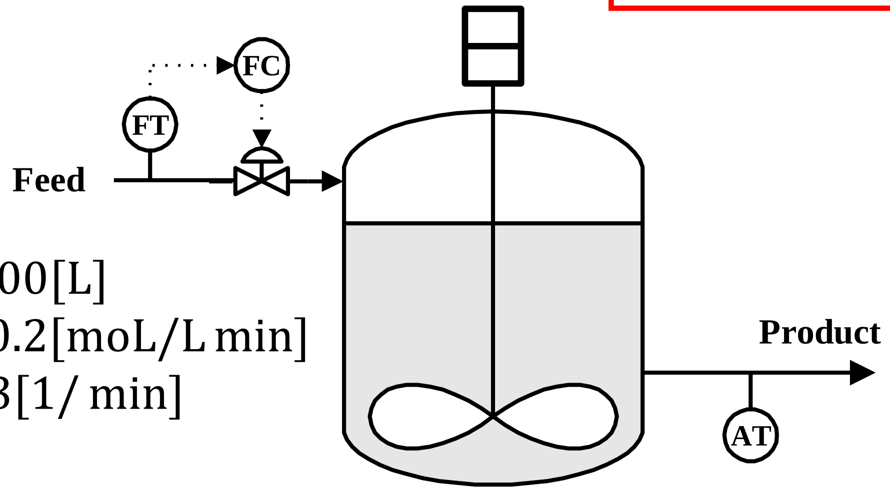
- Η δομή μπορεί να γραφεί σε διάφορες μορφές
  - ZPK μορφή

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathrm{Z(s)}}{\mathrm{P(s)}} = k\frac{(s - z_1)(s - z_2) \ldots (s - z_k)}{(s - p_1)(s - p_2) \ldots (s - p_n)}$$

    - Στατική ενίσχυση της ΣΜ: το $k\frac{(z_1 z_2 \ldots z_k)}{(p_1 p_2 \ldots p_n)} = K$
    - Τάξη της ΣΜ: το n

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/\,min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[\mathrm{L}]$
$k_1 = 0.2[\mathrm{moL/L\,min}]$
$k_2 = 3[1/\,\mathrm{min}]$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

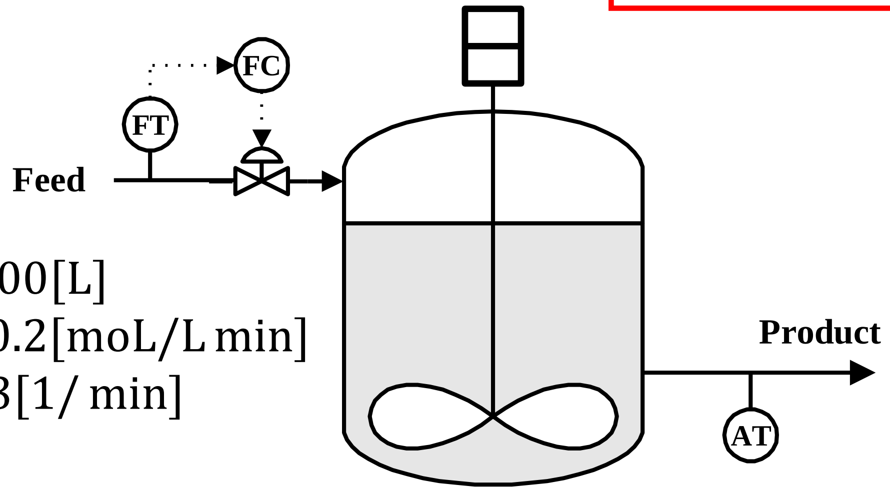
$$\boxed{Y = \frac{-0.0011s + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502}U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502}D}$$

- Ποια είναι η standard μορφή;

$$Y = 5.259 \times 10^{-4}\frac{-0.5972\,s + 1}{0.2856s^2 + 1.1439s + 1}U + 0.1171\frac{1}{0.2856s^2 + 1.1439s + 1}D$$

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/\,min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[\mathrm{L}]$
$k_1 = 0.2[\mathrm{moL/L\,min}]$
$k_2 = 3[1/\,\mathrm{min}]$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

$$\boxed{Y = \frac{-0.0011s + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502}U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502}D}$$

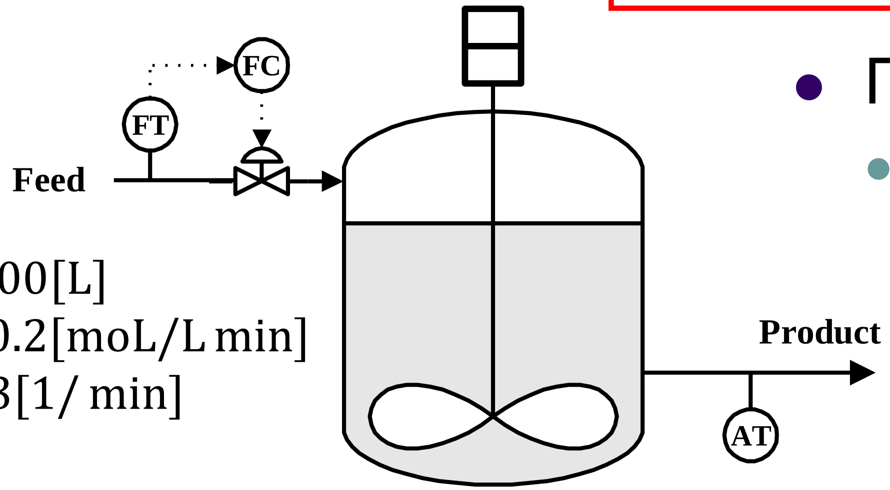
- Ποια είναι η zpk μορφή;

$$Y = -0.0011\frac{s - 1.675}{(s + 2.717)(s + 1.289)}U + 0.41005\frac{1}{(s + 2.717)(s + 1.289)}D$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[\mathrm{L}]$
$k_1 = 0.2[\mathrm{moL/L\,min}]$
$k_2 = 3[1/\mathrm{min}]$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

$$\boxed{Y = \frac{-0.0011s + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502}U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502}D}$$

- Ποια είναι η εξέλιξη της C_B για
  - $C_{A0} = 2.5, F = 71.7, C_A(0) = 1.4298, C_B(0) = 0.11$

- Βρίσκω τα $u(t), d(t)$

$$u(t) = 71.7 - 71.7 = 0,$$
$$d(t) = 2.5 - 2 = 0.5$$

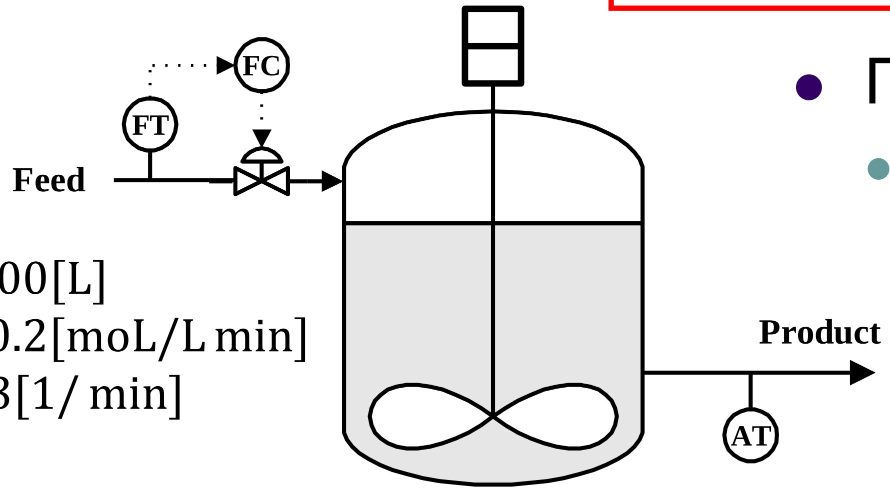
- Μετασχηματισμός Laplace

$$U(s) = 0,$$
$$D(s) = 0.5/s$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/\min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[\mathrm{L}]$
$k_1 = 0.2[\mathrm{moL/L\,min}]$
$k_2 = 3[1/\min]$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

$$\boxed{Y = \frac{-0.0011s + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502}U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502}D}$$

- Ποια είναι η εξέλιξη της C_B για
  - $C_{A0} = 2.5, F = 71.7, C_A(0) = 1.4298, C_B(0) = 0.11$

- Βρίσκω το $Y(s)$

$$Y = \frac{0.4101}{s^2 + 4.006\,s + 3.502}\frac{0.5}{s}$$

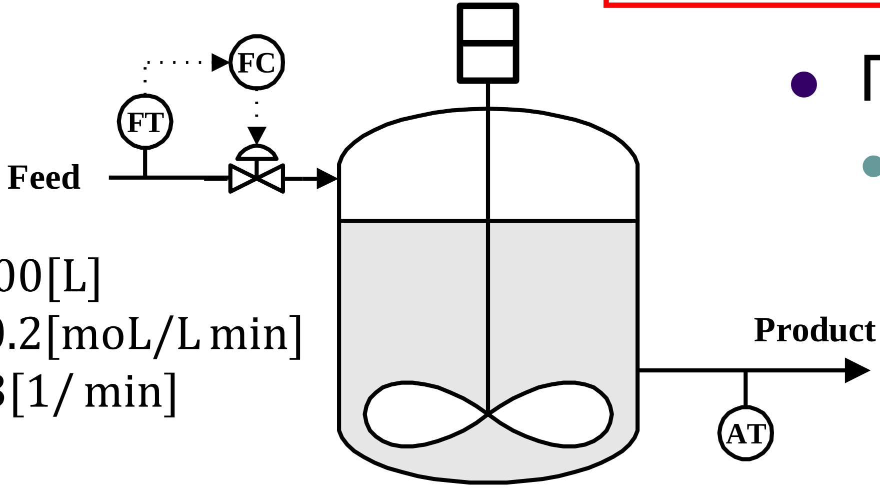
- Άθροισμα απλών κλασμάτων

$$Y = \frac{0.0528}{s + 2.7171} - \frac{0.1114}{s + 1.2889} + \frac{0.0586}{s}$$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/\min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[\mathrm{L}]$
$k_1 = 0.2[\mathrm{moL/L\,min}]$
$k_2 = 3[1/\min]$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

$$\boxed{Y = \frac{-0.0011s \; + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502} U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502} D}$$

- Ποια είναι η εξέλιξη της C_B για
  - $C_{A0} = 2.5, F = 71.7, C_A(0) = 1.4298, C_B(0) = 0.11$

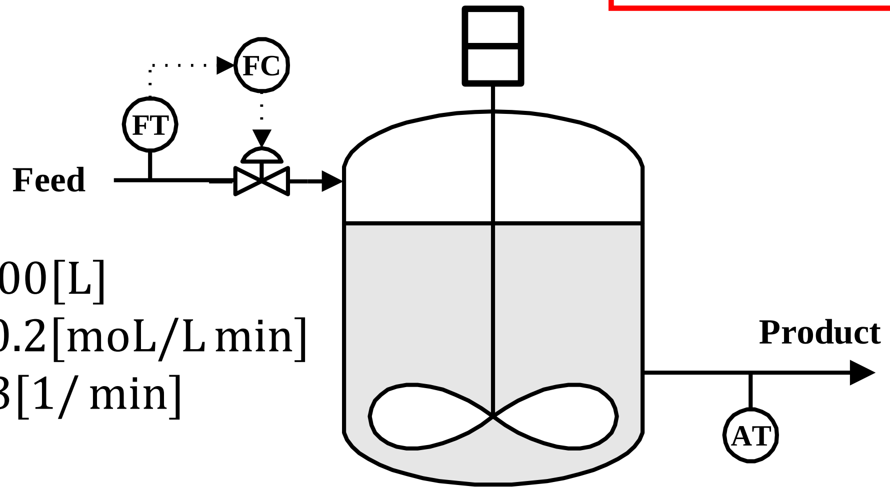
- Αντιστροφος μετ. Laplace $y(t) = 0.0528e^{-2.7171t} - 0.1114e^{-1.2889t} + 0.0586$

- Λύση $C_B = 0.0528e^{-2.7171t} - 0.1114e^{-1.2889t} + 0.1686$

UNIVERSITY OF PATRAS
Department Of Chemical Engineering
ChemEngUP

Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

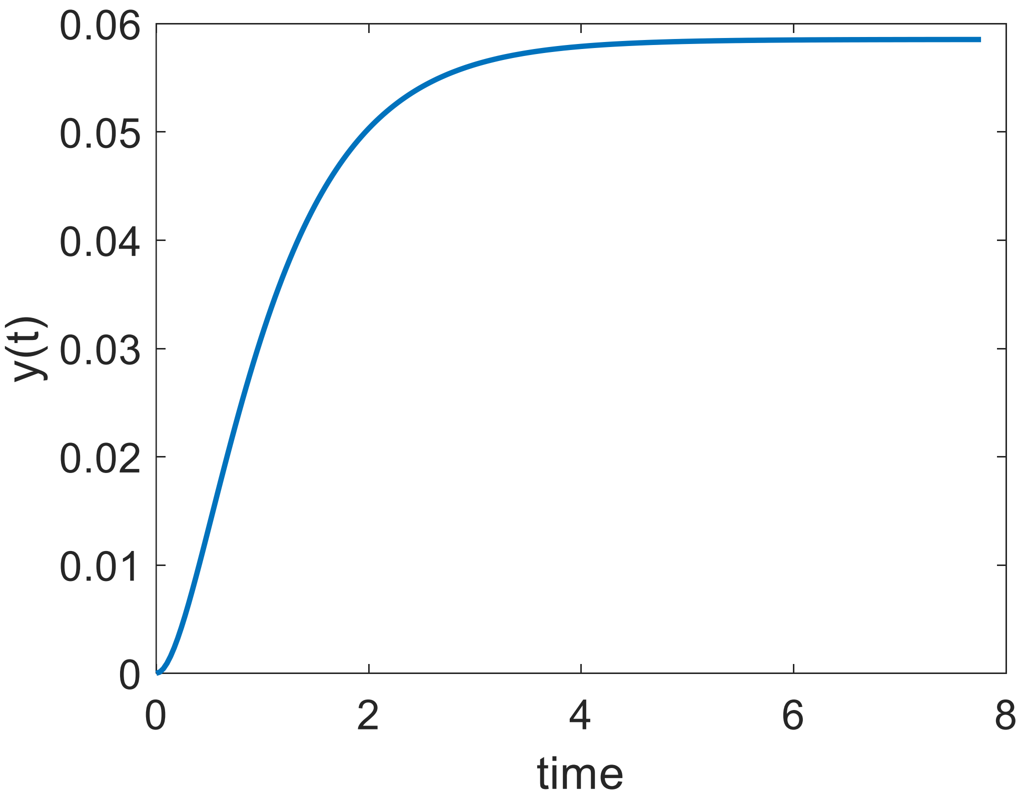
$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[\mathrm{L}]$
$k_1 = 0.2[\mathrm{moL/L\,min}]$
$k_2 = 3[1/\mathrm{min}]$

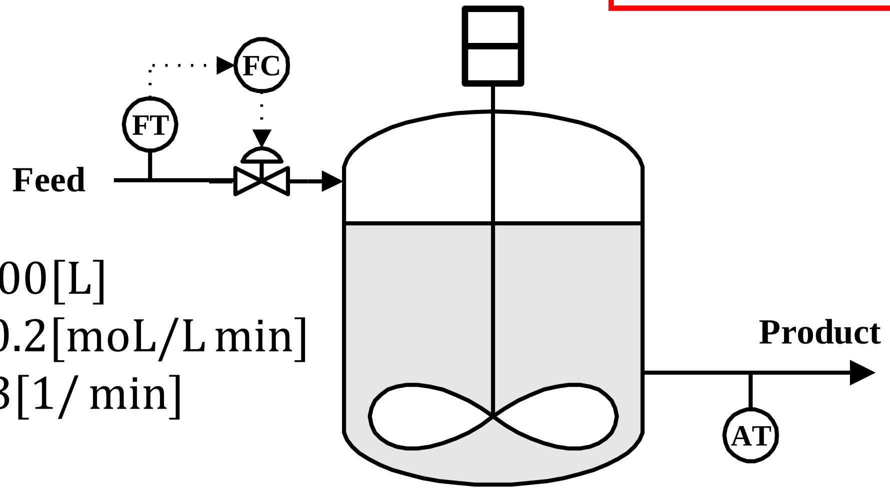
- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

$$\boxed{Y = \frac{-0.0011s + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502}U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502}D}$$



Παράδειγμα: ισοθερμοκρασιακός ΑΣΑ

$F/\rho = 71.7[\mathrm{L/\,min}]$
$C_{A0,s} = 2.00[\mathrm{moL/L}]$
$C_{A,s} = 1.4298[\mathrm{moL/L}]$
$C_{B,s} = 0.1100[\mathrm{moL/L}]$



$V = 100[\mathrm{L}]$
$k_1 = 0.2[\mathrm{moL/L\,min}]$
$k_2 = 3[1/\,\mathrm{min}]$

- περιγραφή συναρτήσεων μεταφοράς

$$\boxed{Y = \frac{-0.0011s + 0.001842}{s^2 + 4.006s + 3.502}U + \frac{0.4101}{s^2 + 4.006s + 3.502}D}$$