Φυσικές Διεργασίες ΙΙ: Φροντιστήριο 5 (12/05/2021)

ΕΝΑΛΛΑΚΤΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ-ΔΙΠΛΟΥ ΑΥΛΟΥ

Άσκηση 1

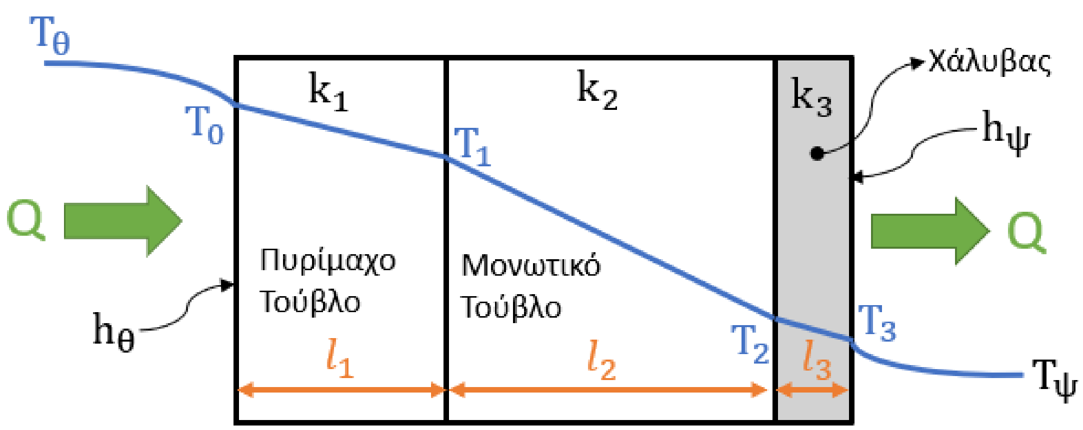
Ο τοίχος ενός κλιβάνου αποτελείται από τρεις στιβάδες (βλ.Σχήμα 1.1). Η πρώτη στοιβάδα έχει πάχος l_1 είναι κατασκευασμένη από πυρίμαχα τούβλα. Η δεύτερη έχει πάχος l_2 και είναι κατασκευασμένη από μονωτικά τούβλα. Η τρίτη στοιβάδα είναι μια χαλύβδινη πλάκα πάχους $l_3 = 6\ mm$ και χρησιμεύει για προστασία. Η θερμοκρασία στην ελεύθερη επιφάνεια της στοιβάδας με τα πυρίμαχα τούβλα είναι $2500\ {}^oF$ ενώ η αντίστοιχη της χαλύβδινης πλάκας είναι 100^oF. Η θερμοκρασία περιβάλλοντος προς τα πυρίμαχα τούβλα είναι 3000^oF ενώ η αντίστοιχη προς την χαλύβδινη πλάκα είναι 50^oF. Απαιτούμε το ολικό πάχος του τοίχους να είναι ελάχιστον δοθέντος ότι ο ρυθμός αγωγής θερμότητας μέσω τοίχου είναι $5000\ Btu\ ft^{-2}hr^{-1}$. Έχουμε τις ακόλουθες πληροφορίες:

Υλικό	*Μέγιστη ανεκτή θερμοκρασία (°F)*	*Μέση θερμική αγωγιμότητα k ($Btu\ hr^{-1}{}^oF^{-1}$)*
Πυρίμαχο τούβλο	***2600***	***2.70***
Μονωτικό τούβλο	***2000***	***2.35***
Χάλυβας	***-***	***26.1***

(a) Υπολογίστε τα πάχη l_1 και l_2

(b) Υπολογίστε τους συντελεστές μεταφοράς θερμότητας στη θερμή και στην ψυχρή πλευρά του κλιβάνου.

(c) Υπολογίστε τον ολικό συντελεστή μεταφοράς θερμότητας μέσω των συντελεστών μεταφοράς θερμότητας και χρησιμοποιώντας τον ρυθμό αγωγής θερμότητας.



Εικόνα 1.1: Τοίχωμα κλιβάνου με 3 στοιβάδες

ΛΥΣΗ

Μετατροπές Μονάδων/Δεδομένα

Μετατροπές Μονάδων

$$1\,\frac{Btu}{ft^2hr} = 3.1564\,\frac{W}{m^2}$$

$$1\,\frac{Btu}{ft^2\;hr\;°\mathrm{F}} \;=\; 5.67846\,\frac{W}{m^2\;°K}$$

$$1\,\frac{Btu}{ft\;hr\;°\mathrm{F}} \;=\; 1.73073\,\frac{W}{m°K}$$

$$1ft = 0.3048\,m$$

$$°K = \frac{x°\mathrm{F} - 32}{1.8} + 273.15$$

Δεδομένα

- $T_\theta = 3000\;°\mathrm{F} = 1922\;°K$
- $T_\psi = 20\;°\mathrm{F} = 283\;°K$
- $T_o = 2500\;°\mathrm{F} = 1644.3\;°K$
- $T_3 = 100\;°\mathrm{F} = 310\;°\;K$
- $q = 5000\,\frac{Btu}{ft^2hr} = 15782\;W/m^2$
- $k_1 = 4.673\,\frac{W}{m\;°K}$
- $k_2 = 4.067\,\frac{W}{m°K}$
- $k_3 = 45.172\,\frac{W}{m°K}$

(a) Υπολογισμός $\boldsymbol{l_1}$και $\boldsymbol{l_2}$

Το Ισοζύγιο Ενέργειας για το τοίχωμα του κλιβάνου μας δίνει:

$$Q = AU\Delta T = h_\theta A\Delta T_\theta = h_\psi A\Delta T_\psi \quad (1)$$

$$\mu\varepsilon\;\Delta T = T_\theta - T_\psi, \Delta T_\theta = T_\theta - T_0, \Delta T_\psi = T_3 - T_\psi$$

Η σταθερή ροή θερμότητας μέσα στον κλίβανο μας δίνει:

$$q = \frac{Q}{A} = -k\;\frac{dT}{dx} \qquad (2)$$

Ενώ ο ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας για το πολυστοιβαδικό τοίχωμα του κλιβάνου δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$U = \left\{\frac{1}{h_\theta} + \sum_{i=1}^{n}\frac{l^{i-1,i}}{k_{i-1,i}} + \frac{1}{h_\psi}\right\}^{-1} \quad (3)$$

Ολοκληρώνοντας την σχέση (2) για την κάθε στοιβάδα έχουμε:

$$T_0 - T_1 = q\frac{l_1}{k_1} \quad (4a)$$

$$T_1 - T_2 = q\frac{l_2}{k_2} \quad (4b)$$

$$T_2 - T_3 = q\frac{l_3}{k_3} \quad (4c)$$

Στόχος μας είναι να επιτύχουμε το ελάχιστο ολικό πάχος τοιχώματος, δηλαδή $(l_1 + l_2 + l_3)_{min}$. Εφόσον, το πάχος της χαλύβδινης πλάκας είναι σταθερό θα πρέπει να ελαχιστοποιήσουμε το άθροισμα $l_1 + l_2$. Αυτό θα επιτευχθεί χρησιμοποιώντας περισσότερο μονωτικό τούβλο που έχει την μικρότερη θερμική αγωγιμότητα. Αυξάνοντας όμως το l_2 αυξάνεται και η θερμοκρασία T_1, η οποία σύμφωνα με τα δεδομένα δεν μπορεί να ξεπεράσει τους 2000 °F. Επομένως, οι ιδανικές συνθήκες σχεδίασης θα είναι να βρούμε το $\boldsymbol{l_2^{max}}$ έτσι ώστε $\boldsymbol{T_{1,max} = 2000}$°F $= \boldsymbol{1366.48\ °K}$.

$$(4c) \Rightarrow T_2 = T_3 + q\frac{l_3}{k_3} = 310\ (K) + 15782\ \left(\frac{W}{m^2}\right)\frac{6 * 10^{-3}(m)}{45.172\ \left(\frac{W}{m°K}\right)} \Rightarrow \boldsymbol{T_2 = 313\ K}$$

$$(4b) \Rightarrow l_2 = \frac{k_2\left(T_{1,max} - T_2\right)}{q} = \frac{4.067 * (1366.48 - 313)}{15782} \Rightarrow \boldsymbol{l_2 = 0.272\ m} \text{ ή } \boldsymbol{l_2 = 272\ mm}$$

$$(4a) \Rightarrow l_1 = \frac{k_1(T_0 - T_1)}{q} \Rightarrow \boldsymbol{l_1 = 82\ mm}$$

Το ολικό πάχος του τοιχώματος είναι:

$$l_1 + l_2 + l_3 = 360\ mm$$

(b) Υπολογισμός $\boldsymbol{h_\theta}$ και $\boldsymbol{h_\psi}$

Από την σχέση (1) έχουμε ότι:

$$(1) \Rightarrow Q = h_\theta A \Delta T_\theta \Rightarrow \frac{Q}{A} = h_\theta \Delta T_\theta \Rightarrow q = h_\theta \Delta T_\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_\theta = \frac{q}{\Delta T_\theta} = \frac{15782\ \left(\frac{W}{m^2}\right)}{(1922 - 1644.3)(K)} \Rightarrow \boldsymbol{h_\theta = 56.83\ W/m^2K}$$

Αντίστοιχα για την ψυχρή περιοχή έχουμε:

$$h_\psi = \frac{q}{\Delta T_\psi} = \frac{15782\ \left(\frac{W}{m^2}\right)}{(313 - 283)(K)} \Rightarrow \boldsymbol{h_\psi = 526.06\frac{W}{m^2K}}$$

(c) Υπολογισμός U

Μέσω των συντελεστών μεταφοράς θερμότητας:

$$(3) \Rightarrow U = \left\{\frac{1}{h_\theta} + \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \frac{l_3}{k_3} + \frac{1}{h_\psi}\right\}^{-1} = \left\{\frac{1}{56.83} + \frac{82 * 10^{-3}}{4.673} + \frac{0.272}{4.067} + \frac{0.006}{45.172} + \frac{1}{526.06}\right\}^{-1} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{U = 9.619\ W/m^2K}$$

Χρησιμοποιώντας τον ρυθμό αγωγής θερμότητας

$$Q = AU\Delta T \Longrightarrow U = \frac{q}{\Delta T} = \frac{q}{T_\theta - T_\psi} = \frac{15782}{1922 - 283} \Longrightarrow \boldsymbol{U = 9.622\,\frac{W}{m^2K}}$$

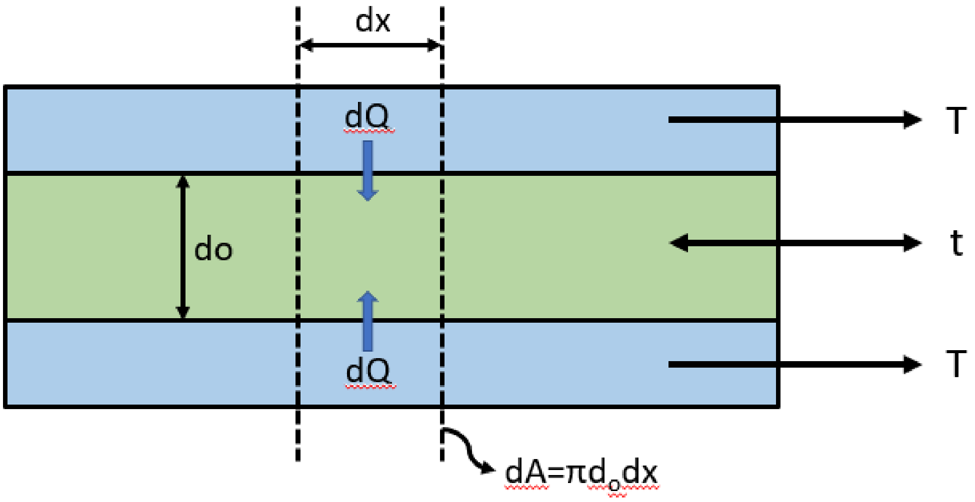
Άσκηση 2

Υποθέστε ότι ο ολικός συντελεστής θερμότητας U σε έναν εναλλάκτη διπλού-αυλού εξαρτάται γραμμικά από τη θερμοκρασία, δηλαδή $\boldsymbol{U = a(1 + bt)}$, όπου $\boldsymbol{a, b = σταθερές}$ και $\boldsymbol{t}$ η θερμοκρασία του ρευστού στον εσωτερικό αυλό. Τ είναι η θερμοκρασία του ρευστού στον δακτυλιοειδή χώρο. Δείξτε ότι:

$$\frac{Q}{A} = \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{\ln \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}}$$

Όπου οι δείκτες 1 και 2 αναφέρονται στη είσοδο και στη έξοδο του θερμού ρευστού.

Λύση



Έχουμε $dQ = U(T - t)dA \quad (1)$

Για το θερμό ρεύμα:

$$dQ_\theta = -dQ$$

$$-dQ = m_\theta c_{p,\theta} dT \qquad (2)$$

Για το ψυχρό ρεύμα:

$$dQ_\psi = dQ$$

$$dQ = m_\psi c_{p,\psi} dt \qquad (3)$$

Θεωρώ ότι:

T_1: η θερμοκρασία εισόδου του θερμού ρεύματος στον εναλλάκτη

T_2: η θερμοκρασία εξόδου του θερμού ρεύματος στον εναλλάκτη

t_1: η θερμοκρασία εισόδου του ψυχρού ρεύματος στον εναλλάκτη

t_2: η θερμοκρασία εξόδου του ψυχρού ρεύματος στον εναλλάκτη

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (2) και (3) έχουμε:

$$-m_\theta c_{p,\theta} dT = m_\psi c_{p,\psi} dt \Longrightarrow dT = -\frac{m_\psi c_{p,\psi}}{m_\theta c_{p,\theta}} dt \Longrightarrow T = B - kt \quad (4)$$

Όπου $k = \frac{m_\psi c_{p,\psi}}{m_\theta c_{p,\theta}}$ και B: *σταθερά ολοκλήρωσης*

$$(4) \Longrightarrow T - t = \Delta T = B - kt \Longrightarrow T - t = \Delta T = B - (k+1)t \quad (5)$$

Πάλι από τις (2) και (3) έχουμε:

$$d(T - t) = d(\Delta T) = dT - dt = -\left(\frac{1}{m_\theta c_{p,\theta}} + \frac{1}{m_\psi c_{p,\psi}}\right) dQ \Longrightarrow$$

$$d(\Delta T) = -M dQ \quad (6)$$

Όπου $M = \frac{1}{m_\theta c_{p,\theta}} + \frac{1}{m_\psi c_{p,\psi}}$

Οι σχέσεις (1) και (2) δίνουν:

$$-\frac{d(\Delta T)}{M} = U \Delta T dA \quad (7)$$

Από την εξίσωση (5) έχουμε: $d(\Delta T) = -(k+1)dt$ και $\Delta T = B - (k+1)t$, επίσης από την υπόθεση για τον ολικό συντελεστή θερμότητας έχουμε $U = U(t) = a(1 + bt)$. Αντικαθιστώ τις παραπάνω σχέσεις στην εξίσωση (7) και προκύπτει ότι:

$$\frac{(k+1)dt}{M} = [a(1+bt)][B - (k+1)t] dA \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{dt}{[a(1+bt)][B-(k+1)t]} = \frac{M}{k+1} dA \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{[a(1+bt)][B-(k+1)t]} = \int_0^A \frac{M}{k+1} dA \Longrightarrow$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{[a(1+bt)][B-(k+1)t]} = \frac{M}{k+1} A \quad (i)$$

Για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος θα κάνουμε μερικά κλάσματα:

$$\frac{1}{[a(1+bt)][B-(k+1)t]} = \frac{\Gamma}{a(1+bt)} + \frac{\Delta}{B-(k+1)t} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow t[ab\Delta - \Gamma(k+1)] + [\alpha\Delta + \Gamma B] = 1 \Longrightarrow$$

$$\begin{matrix} ab\Delta - \Gamma(k+1) = 0 \\ a\Delta + \Gamma B = 1 \end{matrix} \Longrightarrow \begin{matrix} \Delta = \dfrac{(k+1)}{a[(k+1) + bB]} \\ \Gamma = \dfrac{b}{[(k+1) + bB]} \end{matrix}$$

Αντικαθιστώντας παίρνουμε:

$$\frac{b}{[(k+1)+bB]}\int_{t_1}^{t_2}\frac{dt}{[a(1+bt)]}+\frac{(k+1)}{a[(k+1)+bB]}\int_{t_1}^{t_2}\frac{dt}{[B-(k+1)t]}=\frac{M}{k+1}A\Rightarrow$$

$$\frac{b}{[(k+1)+bB]}\frac{1}{ab}\left[\ln\left(a(1+bt)\right)\right]_{t_1}^{t_2}+\frac{(k+1)}{a[(k+1)+bB]}\left(-\frac{1}{(k+1)}\right)[\ln(B-(k+1)t)]_{t_1}^{t_2}=\frac{M}{k+1}A$$

$$\Rightarrow\frac{1}{a[(k+1)+bB]}\ln\frac{[(a(1+bt_2)][B-(k+1)t_1]}{[(a(1+bt_1)][B-(k+1)t_2]}=\frac{M}{k+1}A$$

Στην παραπάνω σχέση εύκολα αναγνωρίζουμε ότι:

$$U=a(1+bt)\Rightarrow\begin{cases}a(1+bt_2)=U_2\\a(1+bt_1)=U_1\end{cases}$$

$$(5)\Rightarrow\begin{cases}B-(k+1)t_1=\Delta T_1\\B-(k+1)t_2=\Delta T_2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{a[(k+1)+bB]}*\ln\left(\frac{U_2\Delta T_1}{U_1\Delta T_2}\right)=\frac{M}{k+1}A\qquad(10)$$

Ολοκληρώνοντας την (6) έχουμε:

$$\Delta T_2-\Delta T_1=-MQ\Rightarrow M=\frac{\Delta T_2-\Delta T_1}{Q}\qquad(11)$$

Αντικαθιστώντας στην (10) έχουμε:

$$\frac{(k+1)}{a[(k+1)+bB]}*\ln\left(\frac{U_2\Delta T_1}{U_1\Delta T_2}\right)=\frac{\Delta T_2-\Delta T_1}{Q}A\ \Rightarrow$$

$$\frac{Q}{A}=\frac{\frac{\Delta T_2-\Delta T_1}{k+1}*a[(k+1)+bB]}{\ln\left(\frac{U_2\Delta T_1}{U_1\Delta T_2}\right)}\qquad(12)$$

$$\frac{\Delta T_2-\Delta T_1}{k+1}=\frac{B-(k+1)t_1-B+(k+1)t_2}{(k+1)}=(t_2-t_1)\quad(13)$$

$$(12)\overset{(13)}{\Longrightarrow}\frac{Q}{A}=\frac{(t_2-t_1)a[(k+1)+bB]}{\ln\left(\frac{U_2\Delta T_1}{U_1\Delta T_2}\right)}\quad(14)$$

$$U_2\Delta T_1-U_1\Delta T_2=\alpha(1+bt_2)(B-(k+1)t_1)-a(1+bt_2)(B-(k+1)t_2)=$$

$$=a[B-(k+1)t_1+bBt_2-b(k+1)t_1t_2-B+(k+1)t_2-Bbt_1+b(k+1)t_1t_2)\Rightarrow$$

$$U_2\Delta T_1-U_1\Delta T_2=a(t_2-t_1)[(k+1)+Bb]\ (15)$$

Επομένως από την σχέση (15) και (14) καταλήγω ότι:

$$\boldsymbol{\frac{Q}{A}=\frac{U_2\Delta T_1-U_1\Delta T_2}{ln\ \frac{U_2\Delta T_1}{U_1\Delta T_2}}}$$

Άσκηση 3

Καυτό λιπαντικό έλαιο πρόκειται να ψυχθεί με νερό μέσα σε εναλλάκτη θερμότητας τύπου διπλού-αυλού. Τα ρευστά ρέουν κατ' αντιρροή.

(a) Πόση είναι η επιφάνεια εναλλαγής A_o αν και ο ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας είναι $U = 200\ Btu\ hr^{-1} ft^{-2}$°F και αν τα υγρά έχουν τις ακόλουθες ιδιότητες:

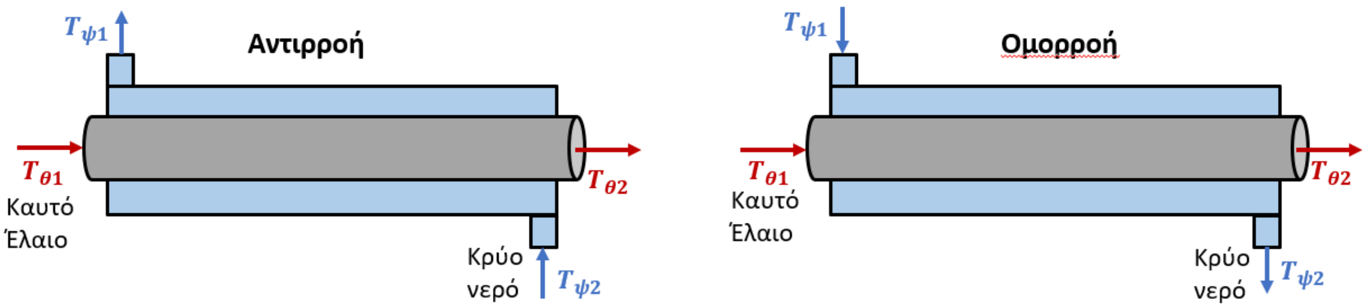
	Μαζική παροχή lb/hr	Ειδική θερμοχωρητικότητα Btu/lb°F	Θερμοκρασία εισόδου °F	Θερμοκρασία εξόδου °F
Λιπαντικό Έλαιο (Θερμό ρευστό)	10000	0.6	200	100
Νερό (Ψυχρό ρευστό)	5000	1.00	60	-

(b) Ποιο είναι το ελάχιστο ποσό νερού που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ψύξη του ελαίου από 200°F σε 100°F;

(c) Ποιο θα ήταν το ελάχιστο ποσό νερού που θα ήταν αναγκαίο αν ο εναλλάκτης λειτουργούσε κατ'ομορροή;

(d) Επαναλάβετε την λύση του (α) ερωτήματος αν ο ολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας αλλάζει γραμμικά με την θερμοκρασία ($U = a(1 + bt)$) και $U_1 = 50\ Btu\ hr^{-1} ft^{-2}$°F, $U_2 = 350\ Btu\ hr^{-1} ft^{-2}$°F.

Λύση



Εικόνα 2

(α) Υπολογισμός της επιφάνειας

Το ισοζύγιο θερμότητας για τον εναλλάκτη μας δίνει:

$$Q = m_\theta C p_\theta (-\Delta T_\theta) = m_\psi C p_\psi \Delta T_\psi \quad (1)$$

Ακόμη, $Q = A_o U_o (\Delta T)_{lm}$ (2)

Η λογαριθμική διαφορά θερμοκρασίας είναι:

$$(\Delta T)_{lm} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} \quad (3)$$

$$(1) \Longrightarrow m_\theta Cp_\theta (T_{\theta 1} - T_{\theta 2}) = m_\psi Cp_\psi (T_{\psi 1} - T_{\psi 2}) \Longrightarrow$$

$$T_{\psi 1} = T_{\psi 2} + \frac{m_\theta Cp_\theta}{m_\psi Cp_\psi} (T_{\theta 1} - T_{\theta 2}) \Longrightarrow$$

$$T_{\psi 1} = 60 + \frac{10000 * 0.6}{5000 * 1} (200 - 100) \Longrightarrow$$

$$T_{\psi 1} = 180°\text{F}$$

$$(3) \Longrightarrow (\Delta T)_{lm} = \frac{(T_{\theta 2} - T_{\psi 2}) - (T_{\theta 1} - T_{\psi 1})}{\ln(\frac{(T_{\theta 2} - T_{\psi 2})}{(T_{\theta 1} - T_{\psi 1})})} = \frac{(100 - 60) - (200 - 180)}{\ln\left(\frac{100 - 60}{200 - 180}\right)} \Longrightarrow$$

$$(\Delta T)_{lm} = 28.85\ °\text{F}$$

$$(2) \Longrightarrow A_o = \frac{Q}{U_o (\Delta T)_{lm}} = \frac{m_\theta Cp_\theta (T_{\theta 1} - T_{\theta 2})}{U_o (\Delta T)_{lm}} = \frac{10000 * 0.60(200 - 100)}{200 * 28.85} \Longrightarrow \boldsymbol{A_o = 104\ ft^2}$$

(b) $\boldsymbol{m_{\psi,min}}$ =? για αντιρροή

$$(1) \Longrightarrow m_\psi = m_\theta \frac{C_{p,\psi}}{C_{p,\theta}} \frac{(T_{\theta 1} - T_{\theta 2})}{(T_{\psi 1} - T_{\psi 2})}\ (6)$$

Η ελάχιστη μαζική παροχή επιτυγχάνεται για $T_{\psi 1} = T_{\psi 1,max} = 200°\text{F}$.

Άρα τότε η εξίσωση (6) γράφεται:

$$m_{\psi,min} = 10000 \frac{0.6}{1.00} \frac{(200 - 100)}{(200 - 60)} \Longrightarrow \boldsymbol{m_{\psi,min} = 4286\ lb/hr}$$

(c) $\boldsymbol{m_{\psi,min}}$ =? για ομορροή

Η ελάχιστη μαζική παροχή επιτυγχάνεται για $T_{\psi 1} = T_{\psi 1,max} = 100°\text{F}$.

Άρα τότε η εξίσωση (6) γράφεται:

$$m_{\psi,min} = 10000 \frac{0.6}{1.00} \frac{(200 - 100)}{(100 - 60)} \Longrightarrow \boldsymbol{m_{\psi,min} = 15000\ lb/hr}$$

(d) $\boldsymbol{A_o}$ =? Για μεταβαλλόμενη U με την θερμοκρασίας για αντιρροή

Όταν U μεταβάλλεται γραμμικά με την θερμοκρασία έχουμε αποδείξει ότι:

$$\frac{Q}{A} = \frac{U_2 \Delta T_1 - U_1 \Delta T_2}{ln\ \frac{U_2 \Delta T_1}{U_1 \Delta T_2}} \Longrightarrow A = \frac{m_\theta Cp_\theta (T_{\theta 1} - T_{\theta 2})}{\frac{U_2 (T_{\theta 1} - T_{\psi 1}) - U_1 (T_{\theta 2} - T_{\psi 2})}{\ln\left(\frac{T_{\theta 1} - T_{\psi 1}}{T_{\theta 2} - T_{\psi 2}}\right)}} \Longrightarrow \boldsymbol{A = 150.3\ ft^2}$$

Άσκηση 4

45000 kg/hr νιτροβενζολίου ψύχονται από 163℃ σε 135℃ από βενζόλιο που θερμαίνεται από 38℃ σε 149℃. Προς τούτο διαθέτουμε φουρκέτες τύπου (4 in) * (3 in) IPS (Schedule 40) μήκους 20 ft. Η πτώση πίεσης κάθε ρεύματος δεν πρέπει να υπερβεί τις 0.68 atm. Ο ελάχιστος συντελεστής είναι 0.0007 $m^{2o}K/W$.

(a) Πόσες φουρκέτες χρειαζόμαστε?

(b) Ποιος είναι ο τελικός συντελεστής ρύπανσης?

Λύση

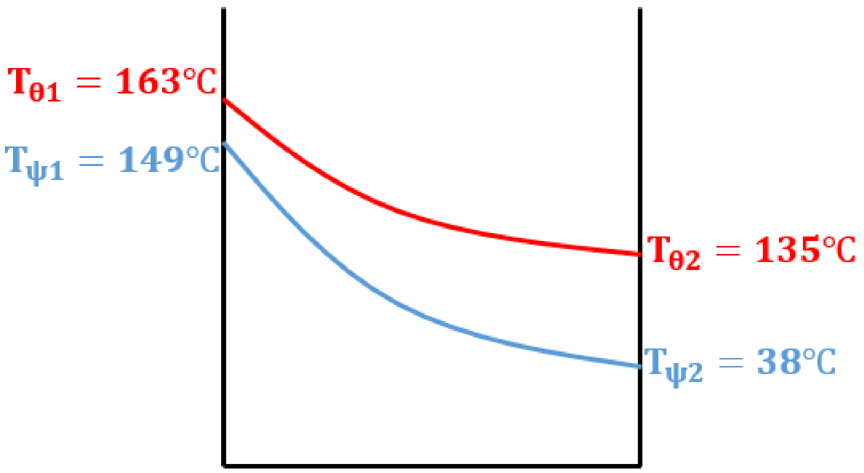
(α) Πόσες φουρκέτες χρειαζόμαστε?

Ιδιότητες Ρευστών

Θερμό ρευστό: νιτροβενζόλιο (μείωση της θερμοκρασίας)

Ψυχρό ρευστό: βενζόλιο (αύξηση της θερμοκρασίας)

Θα χρησιμοποιήσουμε αντιρροή εφόσον $T_{\psi 1} > T_{\theta 2}$



Η μέση θερμοκρασία κάθε ρεύματος είναι:

$$T_{\theta,\mu} = \frac{1}{2}(163 + 135) = 149℃$$

$$T_{\psi,\mu} = \frac{1}{2}(38 + 149) = 93{,}5℃$$

Από πίνακες:

$$\rho_\theta = 1200\frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_\psi = 880\frac{kg}{m^3}$$

$$Cp_\theta = 1842.192 \frac{J}{kgK}$$

$$Cp_\psi = 2009.64 \frac{J}{kg\, K}$$

$$\mu_\theta = 0.34 * 10^{-3} Pa\, s$$

$$\mu_\psi = 0.27 * 10^{-3} Pa\, s$$

$$\mathrm{k}_\theta = 0.16442 \frac{W}{mK}$$

$$k_\psi = 0.1992 \frac{W}{mK}$$

$$T_{\theta 1} = 163℃ = 436°K$$

$$T_{\theta 2} = 135℃ = 408°K$$

$$T_{\psi 2} = 38℃ = 311°K$$

$$T_{\psi 1} = 149℃ = 422°K$$

$$m_\theta = 45000 \frac{kg}{hr} \frac{1hr}{60min} \frac{1\, min}{60\, s} \Longrightarrow m_\theta = 12.5\, kg/s$$

Ισοζύγιο Ενέργειας

$$Q = m_\theta Cp_\theta (T_{\theta 1} - T_{\theta 2}) = 12.5 * 1842.192(436 - 408) \Longrightarrow Q = 644767.2\, W$$

$$m_\psi = \frac{Q}{Cp\psi\, (T_{\psi 1} - T_{\psi 2})} = \frac{644767.2}{2009.64(422 - 311)} \Longrightarrow m_\psi = 2.89\, kg/s$$

Οι σωλήνες είναι (4 in)*(3 in) IPS (Schedule 40).

$$\mathrm{D_{out}} = 4\, in\, (ονομαστική) \Longrightarrow \begin{cases} D_2 = 4.026\, in \\ D_2 = 0.1023\, m \end{cases}$$

$$\mathrm{D}_{in} = 3\, in\, (ονομαστική) \Longrightarrow \begin{cases} D_1 = 3.5\, in = 0.0889\, m \\ D_o = 3.068\, in = 0.0779\, m \end{cases}$$

Η εσωτερική διατομή ροής είναι μεγαλύτερη από εκείνη του δακτυλιοειδούς αγωγού. Για να διατηρήσουμε την πτώση πίεσης μικρή, τροφοδοτούμε τη μεγάλη παροχή του εσωτερικού αγωγού.

Δακτυλιοειδής αγωγός: ψυχρό ρεύμα (βενζόλιο)

Εσωτερικός αγωγός: θερμό ρεύμα (νιτροβενζόλιο)

Υπολογισμός $(\Delta T)_{lm}$

$$(\Delta T)_{lm} = \frac{(T_{\theta 2} - T_{\psi 2}) - (T_{\theta 1} - T_{\psi 1})}{\ln(\frac{(T_{\theta 2} - T_{\psi 2})}{(T_{\theta 1} - T_{\psi 1})})} = \frac{(135 - 38) - (163 - 149)}{\ln\left(\frac{135 - 38}{163 - 149}\right)} \Longrightarrow$$

$$(\Delta T)_{lm} = 42.88°K$$

Θερμό Ρεύμα-Εσωτερικός Αγωγός

(Νιτροβενζόλιο)

- Επιφάνεια για ροή

$$S_\theta = \frac{1}{4}\pi D_o^2 = \frac{\pi}{4}\big(0.0779\ (m)\big)^2 \Longrightarrow$$

$$S_\theta = 4.766 * 10^{-3} m^2$$

- Μαζική Ταχύτητα

$$G_\theta = \frac{m_\theta}{S_\theta} = \frac{12.5}{4.766 * 10^{-3}} \Longrightarrow$$

$$G_\theta = 2622.7\ kg/m^2 s$$

- Αριθμός Reynolds

$$Re = (Re_b)_\theta = \frac{D_o G_\theta}{\mu_\theta} = \frac{0.0779 * 26227}{0.34 * 10^{-3}} \Longrightarrow$$

$$\mathrm{Re}_\theta = 6.009 * 10^5$$

- Συντελεστής του Colburm j_H

$$j_H = 0.026\ Re_\theta^{0.8} \Longrightarrow$$

$$j_H)_\theta = 1091.5$$

- Αριθμός Prandtl

$$Pr_\theta = \frac{C_{p,\theta}\mu_\theta}{k_\theta} = 3.81$$

- Συντελεστής μεταφοράς θερμότητας

Εξίσωση Sieder & Tate:

$$h_\theta = j_H)_\theta \frac{k_\theta}{D_o} (\mathrm{Pr}_\theta)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.14} \Longrightarrow$$

$$h_\theta = 3598.17\ W/m^2 K$$

- Διόρθωση Επιφάνειας

$$h_{\theta,\varepsilon\xi} = h_\theta \frac{D_o}{D_1} = 3154.1\ W/m^2 K$$

Ψυχρό Ρεύμα-Δακτυλιοειδής Αγωγός

(Βενζόλιο)

- Επιφάνεια για ροή

$$S_\psi = \frac{1}{4}\pi(D_2^2 - D_1^2)$$

$$= \frac{\pi}{4}((0.1023)^2 - (0.0889)^2) \Longrightarrow$$

$$S_\theta = 2.012 * 10^{-3} m^2$$

$$D_e = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_1} \Longrightarrow D_e = 0.0288\ m$$

- Μαζική Ταχύτητα

$$G_\psi = \frac{m_\psi}{S_\psi} = 1436.38\ kg/m^2 s$$

- Αριθμός Reynolds

$$Re = (Re_b)_\psi = \frac{D_e G_\psi}{\mu_\psi} = 153213$$

- Συντελεστής του Colburm j_H

$$j_H = 0.026\ Re_\psi^{0.8} \Longrightarrow$$

$$j_H)_\psi = 365.77$$

- Αριθμός Prandtl

$$Pr_\psi = \frac{C_{p,\psi}\mu_\psi}{k_\psi} = 2.72$$

- Συντελεστής μεταφοράς θερμότητας

Εξίσωση Sieder & Tate:

$$h_\psi = j_H)_\psi \frac{k_\psi}{D_e} (\mathrm{Pr}_\psi)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.14} \Longrightarrow$$

$$h_\psi = 3044.05\ W/m^2 K$$

Ολικός Συντελεστής Μεταφοράς Θερμότητας $\boldsymbol{U_{\varepsilon\xi}}$

Αγνοώντας τη θερμική αντίσταση του τοιχώματος του σωλήνα:

$$U_{\varepsilon\xi} = \left(\frac{1}{h_\theta)_{\varepsilon\xi}} + \frac{1}{h_\psi}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{3044.05} + \frac{1}{3154.1}\right)^{-1} \Longrightarrow U_{\varepsilon\xi} = 1549.2\ W/m^2K$$

Ολικός συντελεστής Μεταφοράς Θερμότητας για τον Σχεδιασμό $\boldsymbol{U_{\varepsilon\xi,\sigma\chi}}$

$$U_{\varepsilon\xi,\sigma\chi} = \frac{U_{\varepsilon\xi}}{1 + R_\rho U_{\varepsilon\xi}} = \frac{1549.2}{1 + 0.0007 * 1549.2} \Longrightarrow U_{\varepsilon\xi,\sigma\chi} = 743.22\ W/m^2K$$

Απαιτούμενη Επιφάνεια

$$Q = U_{\varepsilon\xi,\sigma\chi} A_{\varepsilon\xi} (\Delta T)_{lm} \Longrightarrow A_{\varepsilon\xi} = \frac{Q}{U_{\varepsilon\xi,\sigma\chi}(\Delta T)_{lm}} \Longrightarrow A_{\varepsilon\xi} = 20.23\ m^2$$

Απαιτούμενος Αριθμός Φουρκετών

Η εξωτερική επιφάνεια του εσωτερικού σωλήνα ανά φουρκέτα είναι:

$$A_\varphi = 2\pi D_1 l_\varphi \Longrightarrow A_\varphi = 3.4033\ m^2$$

$$\frac{A_{\varepsilon\xi}}{A_\varphi} = 5.94 \Longrightarrow \boldsymbol{N_\varphi = 6}$$

(b) Ποιος είναι ο τελικός συντελεστής ρύπανσης?

Για $N_\varphi = 6$

$$A'_{\varepsilon\xi} = 6 * A_\varphi = 20.42\ m^2$$

$$Q = A'_{\varepsilon\xi} U'_{\varepsilon\xi,\sigma\chi} (\Delta T)_{lm} \Longrightarrow U'_{\varepsilon\xi,\sigma\chi} = 736.581\ W/m^2K$$

$$U'_{\varepsilon\xi,\sigma\chi} = \frac{U_{\varepsilon\xi}}{1 + R'_\rho U_{\varepsilon\xi}} \Longrightarrow R'_\rho = \frac{1}{U'_{\varepsilon\xi,\sigma\chi}} - \frac{1}{U_{\varepsilon\xi}} \Longrightarrow R'_\rho = 0.0007125\ m^2K/W$$

Παρατηρώ ότι $R'_\rho > R_{\rho,min}$, άρα όσον αφορά τον ολικό συντελεστή ρύπανσης, ο εναλλάκτης είναι καλός.

Υπολογισμός της πτώσης πίεσης

- Εσωτερικός σωλήνας

$$Re_\theta = 6.009 * 10^5$$

Για λείο αγωγό $\left(\frac{e}{D_1} \cong 10^{-6}\right)$, από το διάγραμμα Moody $f_\theta = 0.009$

Αμελώντας τις ελάσσονες απώλειες:

$$\Delta P_\theta = f_\theta \frac{6 l_\varphi}{D_o} \frac{G_\theta^2}{2\rho_\theta} \Longrightarrow \Delta P_\theta = 52534\ Pa = 0.52\ atm < 0.68\ atm$$

- Δακτυλιοειδής σωλήνας

$$D_\upsilon = D_2 - D_1 = 0.0134\ m$$

$$Re_\psi = \frac{D_\upsilon G_\psi}{\mu_\psi} = 71287.01$$

Για λείο αγωγό $\left(\frac{e}{D_1} \cong 10^{-6}\right)$, από το διάγραμμα Moody $f_\psi = 0.018$

Αμελώντας τις ελάσσονες απώλειες:

$$\Delta P_\psi = f_\psi \frac{6l_\varphi}{D_o}\frac{G_\psi^2}{2\rho_\psi} \Longrightarrow \Delta P_\psi = 179342\ Pa = 1.77\ atm > 0.68\ atm$$

Παρατηρούμε ότι για το ψυχρό ρεύμα δεν ικανοποιείται η απαιτούμενη πτώση πίεσης. ($\Delta P_{min} = 0.68\ atm$)

Εναλλακτικές λύσεις:

1. Χρησιμοποιούμε άλλες φουρκέτες, αν υπάρχουν διαθέσιμες. Αυτές θα πρέπει να είναι μεγαλύτερες από αυτές που δοκιμάσαμε ώστε να μειωθεί η πτώση πίεσης του ψυχρού ρεύματος. Ίσως ο τύπος (5 in) * (3 in) IPS, είναι κατάλληλος, αλλά πάλι παρόλο που έχουμε $\Delta P_\psi < 0.68\ atm$, είμαστε αρκετά κοντά στο όριο και άρα υπάρχει πιθανότητα να ξεφύγει η πίεση λόγο της παλαίωσης και της ρύπανσης και των αυλών.
2. Χρησιμοποιούμε τις ίδιες φουρκέτες και μειώνουμε την παροχή των ρευστών. Ακόμα και μια μικρή μείωση στην παροχή των ρευστών θα έχει σημαντική επίδραση στην πτώση πίεσης εφόσον $(-\Delta P)\sim G^2$. Βεβαίως, πολλές φορές στην βιομηχανία η αλλαγή της παροχής μπορεί να είναι απαγορευτική καθώς ο εναλλάκτης μπορεί να συνδέεται απευθείας με μια άλλη διάταξη η οποία να απαιτεί συγκεκριμένη παροχή για να λειτουργήσει.
3. Χρησιμοποιούμε τις ίδιες φουρκέτες και με μια αντλία υπερνικάμε την επιπλέον εκτόνωση πίεσης. Αυτή μάλλον είναι και η πιο συμφέρουσα λύση από τεχνολογικής άποψης.