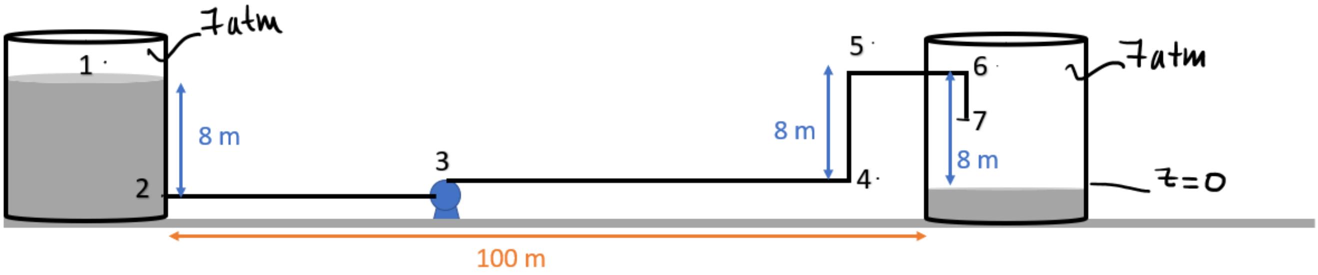
Φυσικές Διεργασίες ΙΙ: Φροντιστήριο 4 (09/04/2021)
ΑΝΤΛΙΕΣ

Άσκηση 1

Θέλουμε να διακινήσουμε πετρελαϊκό υγρό πυκνότητας 920 kg/m^3 και ιξώδους 2.5 mPa*s μεταξύ των δεξαμενών όπως φαίνεται στο σχήμα.



Για αυτό θα διαθέσουμε φυγοκεντρική αντλία με διάμετρο παρακινητή 150 mm, η οποία λειτουργεί με 3450 rpm. Για τη σύνδεση θα χρησιμοποιήσουμε σωλήνα από κοινό χάλυβα.

(α) Ποια διάμετρο σωλήνα πρέπει να επιλέξουμε ώστε η αντλία να λειτουργεί κοντά στο σημείο καθήκοντος της;

(β) Πόση είναι η αντίστοιχη παροχή;

(γ) Πόση είναι η μέγιστη επιτρεπτή απόσταση της αντλίας από την πρώτη δεξαμενή αν η πίεση στην είσοδο της αντλίας πρέπει να είναι μικρότερη από 6 atm;

(δ) $W_{πρ}$ =?

(ε) $W_{αν}$ = ?

Λύση

Μετατροπές Μονάδων / Δεδομένα – Ζητούμενα

1. Ρευστό: Πετρέλαιο $\Longrightarrow \rho = 920\,\frac{kg}{m^3}$
   $$\mu = 2.5\,mPa\,s \;\Longrightarrow \mu = 2.5 * 10^{-3}\,Pa\,s$$
2. $\omega = 3450\,rpm \;\Longrightarrow \omega = 3450\;r/60\,s \;\Longrightarrow \omega = 57.5\,Hz$
   $D_{imp} = 150\,mm$
3. $P_1 = P_6 = P_7 = 7\,atm = 7.092 * 10^5\,Pa$
   $P_3 = P_{αν^-} = 6\,atm = 6.078 * 10^5\,Pa$

(α) D =?

Από το διάγραμμα του σχήματος 12.25 βρίσκουμε το σημείο καθήκοντος για την αντλία:

$$Σχήμα\ 12.25\ \Rightarrow \begin{cases} Q_K = 0.018\ m^3/s \\ H_K = 32\ m \end{cases}$$

Ισοζύγιο Ενέργειας από το σημείο (1) το σημείο (7) χωρίς την έξοδο (συνυπολογίζουμε και τις ελάσσονες απώλειες) :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2}\alpha_1 < v_1 >^2 + gz_1 + gH = \frac{P_7}{\rho} + \frac{1}{2}\alpha_7 < v_7 >^2 + gz_7 + h_{ΟΛ_{1,7}} \qquad (1)$$

Απλοποιήσεις για την εξίσωση (1):

Θεωρούμε τυρβώδη ροή: $\alpha_1 = \alpha_7 = 1$

$< v_1 > \cong 0$ (η δεξαμενή έχει πολύ μεγάλη διατομή άρα η ταχύτητα είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ταχύτητα μέσα στις σωληνώσεις)

$$< v_7 > = < v >$$

$$z_1 = z_7 = 8\ m$$

$$P_1 = P_7 = 7\ atm$$

$$h_{ΟΛ_{1,7}} = h_{\varepsilon_{1,7}} + h_{\mu_{1,7}} = h_2 + h_4 + h_5 + h_6 + h_{1,2} + h_{2,7} \quad (2)$$

Όμως για τις απώλειες υδροστατικής κεφαλής ισχύει ότι:

$$h_2 = h_{απότομη\ είσοδος} = K_{εισ}\frac{< v >^2}{2} = 0.34\frac{< v >^2}{2} \quad (3)$$

$$h_4 = h_5 = h_6 = h_{αγκώνα} = f\frac{\lambda_{αγκ}}{D}\frac{< v >^2}{2} = 30\ f\ \frac{< v >^2}{2} \quad (4)$$

$$h_{1,2} = 0\ εφόσον\ η\ ταχύτητα\ είναι\ ίση\ με\ μηδεν\ στην\ δεξαμενή$$

$$h_{2,7} = f\frac{l_{2,7}}{D}\frac{< v >^2}{2} = 108\ f\frac{1}{D}\frac{< v >^2}{2} \quad (5)$$

$$(2) \xRightarrow{(3),(4),(5)} h_{ΟΛ_{1,7}} = \left(0.34 + 90\ f + 0 + 108\frac{f}{D}\right)\frac{< v >^2}{2} \quad (6)$$

$$(1) \overset{(6)}{\Rightarrow} gH = \frac{< v >^2}{2} + \left(0.34 + 90\ f + 108\frac{f}{D}\right)\frac{< v >^2}{2} \Rightarrow$$

$$gH = \left(1.34 + 90\ f + 108\frac{f}{D}\right)\frac{< v >^2}{2} \quad (7)$$

$$< v > = \frac{4Q}{\pi D^2} \Rightarrow < v >^2 = \frac{16Q^2}{\pi^2 D^4} \quad (8)$$

$$(7) \overset{(8)}{\Rightarrow} 9.81\ H = \left(1.34 + 90f + 108\frac{f}{D}\right)\frac{16Q^2}{2\pi^2 D^4} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{H = 0.082\ \left(1.34 + 90\ f + 108\frac{f}{D}\right)\frac{Q^2}{D^4} \quad (8)}$$

Επιπλέον ισχύει ότι:

$$Re = \frac{\rho < v > D}{\mu} = \frac{4\rho Q D}{\mu\, \pi\, D^2} \Longrightarrow \boldsymbol{Re = 468800\frac{Q}{D}} \quad (\mathbf{9})$$

(Για να λειτουργεί η αντλία θα πρέπει να είμαστε κοντά στο σημείο καθήκοντος που υπολογίσαμε από το διάγραμμα. Αρχικά θα υποθέσουμε ότι η παροχή είναι ίδια με την παροχή καθήκοντος και θα προχωρήσουμε με δοκιμή και σφάλμα για τις διαμέτρους. Στόχος μας είναι η υπολογιζόμενη κεφαλή της αντλίας μας να είναι κοντά στην κεφαλή καθήκοντος που βρήκαμε από το σχήμα)

$$\boldsymbol{Q = Q_K = 0.018\frac{m^3}{s}}$$

$$(\mathbf{8}) \Longrightarrow \boldsymbol{H = 2.68 * 10^{-5}\left(1.34 + 90f + 108\frac{f}{D}\right)\frac{1}{D^4}} \quad (\mathbf{10})$$

$$(\mathbf{9}) \Longrightarrow \boldsymbol{Re = \frac{8438}{D}} \quad (\mathbf{11})$$

<u>1η Δοκιμή:</u> $D = 3\ in\ (ονομαστική)$

$$D = 3\ in \Longrightarrow (Schedule) \Longrightarrow D = 3.068\ in \Longrightarrow D = 0.0779\ m$$

$$\left.\begin{matrix} κοινός\ χάλυβας \\ D = 3\ in \end{matrix}\right\} \xRightarrow[Σχ.11.5]{} \frac{e}{D} = 0.0006$$

$$(11) \Longrightarrow Re = 1.1 * 10^5\ (όντως\ η\ ροή\ είναι\ τυρβώδης)$$

$$\left.\begin{matrix} Re = 1.1 * 10^5 \\ \frac{e}{D} = 0.0006 \end{matrix}\right\} \xRightarrow[δρ.Moody]{} f = 0.0205$$

$$(10) \Longrightarrow H = 2.68 * 10^{-5}\left(1.34 + 90 * 0.0205 + 108\frac{0.0205}{0.0779}\right)\frac{1}{0.0779^4} \Longrightarrow \boldsymbol{H = 23\ m < H_K = 32\ m}$$

Θέλω να υπολογίσω μεγαλύτερη κεφαλή επομένως θα υποθέσω μικρότερη διάμετρο αφού το Η με το D είναι αντιστρόφως ανάλογα.

<u>2η Δοκιμή:</u> $D' = 2\frac{1}{2}\ in\ (ονομαστική)$

$$D' = 2\frac{1}{2}\ in \Longrightarrow (Schedule) \Longrightarrow D' = 2.469\ in \Longrightarrow D' = 0.0627\ m$$

$$\left.\begin{matrix} κοινός\ χάλυβας \\ D' = 2\frac{1}{2}\ in \end{matrix}\right\} \xRightarrow[Σχ.11.5]{} \frac{e}{D})' = 0.0007$$

$$(11) \Longrightarrow Re' = 1.35 * 10^5\ (όντως\ η\ ροή\ είναι\ τυρβώδης)$$

$$\left.\begin{matrix} Re' = 1.35 * 10^5 \\ \frac{e}{D})' = 0.0007 \end{matrix}\right\} \xRightarrow[δρ.Moody]{} f' = 0.0215$$

$$(10) \Longrightarrow H' = 2.68 * 10^{-5}\left(1.34 + 90 * 0.0215 + 108\frac{0.0215}{0.0627}\right)\frac{1}{0.0627^4} \Longrightarrow \boldsymbol{H' = 70\ m > H_K = 32\ m}$$

Ιδανικά θα θέλαμε μια διάμετρο ανάμεσα στις δύο υποθέσεις μας, παρόλα αυτά δεν κατασκευάζονται τέτοιοι σωλήνες επομένως θα επιλέξω την μεγαλύτερη διάμετρο για ασφάλεια. Άρα:

$$\boldsymbol{D = 3in} \text{ ή } \boldsymbol{D = 0.0779\, m}$$

(β) Q=?

Θα αντικαταστήσουμε την διάμετρο και τον συντελεστή τριβής που υπολογίσαμε στην σχέση (8) και με δοκιμή και σφάλμα θα υπολογίσουμε την παροχή και την κεφαλή λειτουργείας της αντλίας.

$(8) \Longrightarrow \boldsymbol{H = 70987\, Q^2}$

$\boldsymbol{Q\ (\frac{m^3}{s})}$	$\boldsymbol{H\ (m)}$
0.018	**23**
0.02	**28.40**
0.022	**34.35**
0.021	**31.5** $\approx \boldsymbol{H_K}$

Επομένως, $\boldsymbol{Q = 0.021 \frac{m^3}{s}}\ \ \boldsymbol{\kappa\alpha\iota}\ \ \boldsymbol{H = 31.5\, m}$

(γ) $\boldsymbol{l_{2,3}}$ =?

Ισοζύγιο ενέργειας από το σημείο (1) στο σημείο (3-):

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2}\alpha_1 < v_1 >^2 + g z_1 + gH = \frac{P_{3^-}}{\rho} + \frac{1}{2}\alpha_{3^-} < v_{3^-} >^2 + g z_{3^-} + h_{O\Lambda_{1,3^-}} \quad (13)$$

Απλοποιήσεις για την εξίσωση (13):

Θεωρούμε τυρβώδη ροή: $\alpha_1 = \alpha_{3^-} = 1$

$< v_1 > \cong 0$ (η δεξαμενή έχει πολύ μεγάλη διατομή άρα η ταχύτητα είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ταχύτητα μέσα στις σωληνώσεις)

$$< v_{3^-} > = < v > = \frac{4Q}{\pi D^2} \Longrightarrow < v > = 4.4\, m/s$$

$$z_1 = 8\, m$$

$$z_{3^-} = 0$$

$$P_1 = 7.091 * 10^5\ Pa$$

$$P_{3^-} = P_{\alpha\nu\alpha\rho} = 6.078 * 10^5\ Pa$$

$$h_{O\Lambda_{1,3^-}} = K_{\varepsilon\iota\sigma} \frac{< v >^2}{2} + f \frac{l_{2,3}}{D} \frac{< v >^2}{2} \quad (14)$$

$$(13) \overset{(14)}{\Longrightarrow} \frac{P_1 - P_{\alpha\nu\alpha\rho}}{\rho} = \frac{1}{2} < v >^2 - g\, l_{1,2} + K_{\varepsilon\iota\sigma} \frac{< v >^2}{2} + f \frac{l_{2,3}}{D} \frac{< v >^2}{2} \quad \Longrightarrow$$

$$l_{2,3} = 69\ m$$

Αυτή είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση της αντλίας από τη πρώτη δεξαμενή.

(δ) $\dot{W}_{\pi\rho} =?$

$$\left.\begin{aligned} Q &= 0.021\ m^3/s \\ H &= 31.5\ m \\ D_{imp} &= 150\ mm \end{aligned}\right\} \Longrightarrow (\Sigma\chi\acute{\eta}\mu\alpha\ 12.25) \Longrightarrow \eta = 76\%$$

$$\dot{W}_{\pi\rho} = mgH = \rho QgH = 920 * 0.021 * 9.81 * 31.5 \Longrightarrow$$

$$\dot{W}_{\pi\rho} = 6.2kW$$

(ε) $\dot{W}_{\alpha\nu} =?$

$$\tilde{\eta} = \frac{\dot{W}_{\pi\rho}}{\dot{W}_{\alpha\nu}} \Longrightarrow \dot{W}_{\alpha\nu} = \frac{\dot{W}_{\pi\rho}}{\tilde{\eta}} \Longrightarrow \dot{W}_{\alpha\nu} = 8.2\ kW$$

Άσκηση 2

Επιθυμούμε να διακινήσουμε νερό από το φρεάτιο του Σχ. 2 προς μια δεξαμενή (και από εκεί στην κατανάλωση). Προς τούτο διαθέτουμε μια φυγοκεντρική αντλία με διάμετρο παρακινητή 150 mm, η οποία λειτουργεί με 3450 rpm. Οι χαρακτηριστικές καμπύλες φυγοκεντρικών αντλιών αυτού του τύπου δίνονται στο σχήμα.

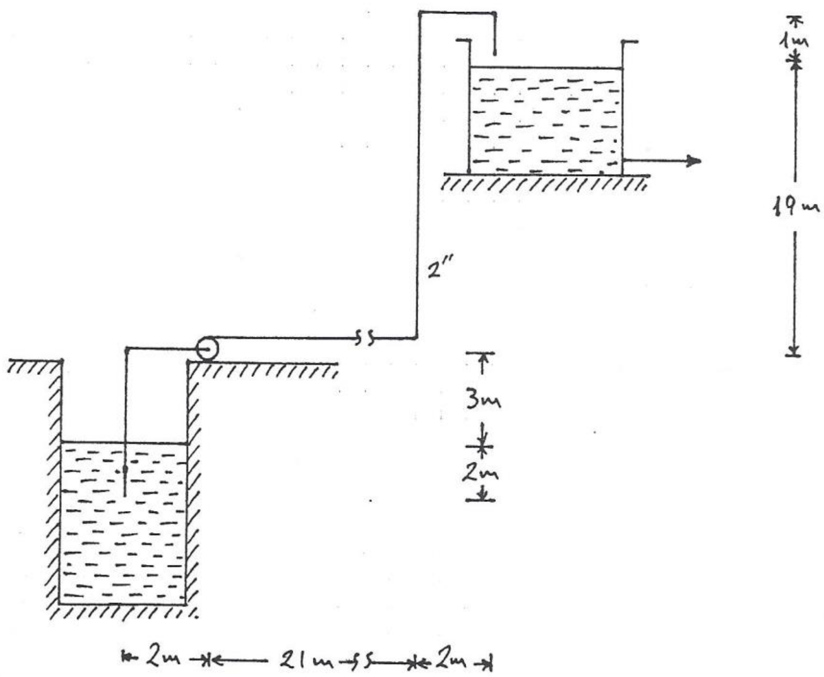
Για τη διασύνδεση θα χρησιμοποιήσουμε σωλήνα από κοινό χάλυβα ονομαστικής διαμέτρου 2 in, και με συντελεστή τραχύτητας e/D≅0.001.

α) Πόση θα είναι η μαζική παροχή, **m’** που θα επιτύχουμε;

β) Πόση θα είναι η ισχύς που θα αποδίδει η αντλία στο νερό, **W’**;

γ) Πόση θα είναι η ισχύς που θα καταναλίσκει η αντλία, **W’$_{αν}$** και πόση η αποδοτικότητά της, ***η***

<u>Υπόδειξη</u>. Η πυκνότητα και το ιξώδες του νερού μπορούν να ληφθούν προσεγγιστικά ως ρ=1000 kg/m^3 και μ=1mPa.s



Λύση

Μετατροπές Μονάδων / Δεδομένα – Ζητούμενα

1. Ρευστό: νερό $\Longrightarrow \rho = 1000\frac{kg}{m^3}\ \ και\ \ \mu = 10^{-3}\ Pa\ s$
2. $D = 2\ in\ (ονομαστική) \Longrightarrow (Schedule\ 40) \Longrightarrow D = 2.067\ in$ ή $D = 0.0525\ m$
3. $\frac{e}{D} = 0.001$
4. $\left.\begin{matrix} D_{imp} = 150\ mm \\ \omega = 3450\ rpm = 57.5\ Hz \end{matrix}\right\} \Longrightarrow σχήμα\ 12.25 \Longrightarrow \left\{\begin{matrix} Το\ σημείο\ καθήκοντος\ της\ αντλίας \\ Q_K = 0.018\ m^3/s \\ H_K = 32\ m \end{matrix}\right.$

(α) Μαζική παροχή?

Το ισοζύγιο ενέργειας από το σημείο 1$^-$ έως το σημείο 2$^+$ γράφεται:

$$\frac{P_{1^-}}{\rho}+\frac{1}{2}\alpha_{1^-}<v_{1^-}>^2+gz_{1^-}+gH=\frac{P_{2^+}}{\rho}+\frac{1}{2}\alpha_{2^+}<v_{2^+}>^2+gz_{2^+}+h_{O\Lambda} \quad (1)$$

Απλοποιήσεις για την εξίσωση (1):

$$\Theta\varepsilon\omega\rho\acute{\omega}\ \tau\upsilon\rho\beta\acute{\omega}\delta\eta\ \rho o\acute{\eta} \Rightarrow \alpha_{1^-}=\alpha_{2^+}=1$$

$$<v_{1^-}>\approx 0\ (D_{\delta\varepsilon\xi\alpha\mu\varepsilon\nu\acute{\eta}\varsigma}\gg D_{\sigma\omega\lambda\acute{\eta}\nu\omega\sigma\eta\varsigma}\Rightarrow<v>_{\delta\varepsilon\xi\alpha\mu\varepsilon\nu\acute{\eta}\varsigma}\ll<v>_{\sigma\omega\lambda\acute{\eta}\nu\omega\sigma\eta\varsigma}$$

$$<v_{2^+}>\approx 0\ (D_{\delta\varepsilon\xi\alpha\mu\varepsilon\nu\acute{\eta}\varsigma}\gg D_{\sigma\omega\lambda\acute{\eta}\nu\omega\sigma\eta\varsigma}\Rightarrow<v>_{\delta\varepsilon\xi\alpha\mu\varepsilon\nu\acute{\eta}\varsigma}\ll<v>_{\sigma\omega\lambda\acute{\eta}\nu\omega\sigma\eta\varsigma}$$

$$z_{1^-}=0$$

$$z_{2^+}=24\ m$$

$$P_{1^-}=P_{atm}+\rho g h_{\varepsilon\pi\iota\varphi}$$

$$P_{2^+}=P_{atm}$$

$$h_{O\Lambda}=h_\varepsilon+h_\mu=K_{\varepsilon\iota\sigma}\frac{<v>^2}{2}+4f\left(\frac{\lambda}{D}\right)_{\alpha\gamma\kappa}\frac{<v>^2}{2}+K_{\varepsilon\xi}\frac{<v>^2}{2}+f\frac{l_{tot}}{D}\frac{<v>^2}{2}\Rightarrow$$

$$h_{O\Lambda}=\frac{<v>^2}{2}\left(0.78+4*30*f+1+f\frac{51}{0.0525}\right)\Rightarrow$$

$$h_{O\Lambda}=(1.78+1091.43\,f)\frac{<v>^2}{2} \quad (2)$$

$$<v>=\frac{4Q}{\pi D^2}\Rightarrow<v>^2=\frac{16Q^2}{\pi^2D^4}=\frac{16}{\pi^2(0.525)^4}Q^2\Rightarrow$$

$$<v>^2=213.394*10^3\,Q^2 \quad (3)$$

$$(1)\Rightarrow\frac{P_{atm}}{\rho}+gh_{\varepsilon\pi\iota\varphi}+gH=\frac{P_{atm}}{\rho}+gz_2+h_{O\Lambda}\Rightarrow$$

$$H=\frac{h_{O\Lambda}}{g}+(z_2-h_{\varepsilon\pi\iota})\xRightarrow{(2),(3)}$$

$$H=10.876*10^3(1.78+1091.43\,f)Q^2+24-2\Rightarrow$$

$$\boldsymbol{H=22+10.876*10^3(1.78+1091.43\,f)Q^2} \quad \mathbf{(4)}$$

$$Re=\frac{\rho<v>D}{\mu}=\frac{4\rho Q}{\pi D\mu}\Rightarrow\boldsymbol{Re=2.4*10^7\,Q} \quad \mathbf{(5)}$$

Θα επιλύσουμε το σύστημα των εξισώσεων (4) και (5) με τη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος, χρησιμοποιώντας παράλληλα και το διάγραμμα του σχήματος 12.25.

Θα ξεκινήσουμε την 1η υπόθεση από το σημείο καθήκοντος της αντλίας. Στόχος μας είναι να συγκλίνει η υπολογιζόμενη κεφαλή της αντλίας με την τιμή που λαμβάνουμε για την κεφαλή από το διάγραμμα

Υπόθεση για την παροχή $Q(\frac{m^3}{s})$	Υπολογισμός αριθμού Reynolds από την εξίσωση (5)	Υπολογισμός του συντελεστή τριβής f από το διάγραμμα Moody	Υπολογισμός της κεφαλής της αντλίας από την σχέση (4), $H_\kappa(m)$	Υπολογισμός της κεφαλής της αντλίας από το διάγραμμα του Σχήματος 12.25, $H_\kappa(m)$
0.018	436760	0.0205	107.3	>> 33
0.014	339640	0.021	74.8	>> 36
0.01	..	..	48.9	>> 38
0.008	19408	0.0215	39.6	39 (Σύγκλιση)

Άρα $Q = 0.008\frac{m^3}{s}$, $H = 39.6\,m$, $\tilde{\eta} = 0.57$

Η απαιτούμενη μαζική παροχή είναι:

$$m = \rho Q = 1000 * 0.008 \Longrightarrow \boldsymbol{m = 8\,kg/s}$$

$$\dot{W}_{\pi\rho} = mgH \Longrightarrow \boldsymbol{\dot{W}_{\pi\rho} = 3.1\,kW}$$

$$\dot{W}_{\alpha\nu} = \frac{\dot{W}_{\pi\rho}}{\tilde{\eta}} \Longrightarrow \boldsymbol{\dot{W}_{\alpha\nu} = 5.4\,kW}$$