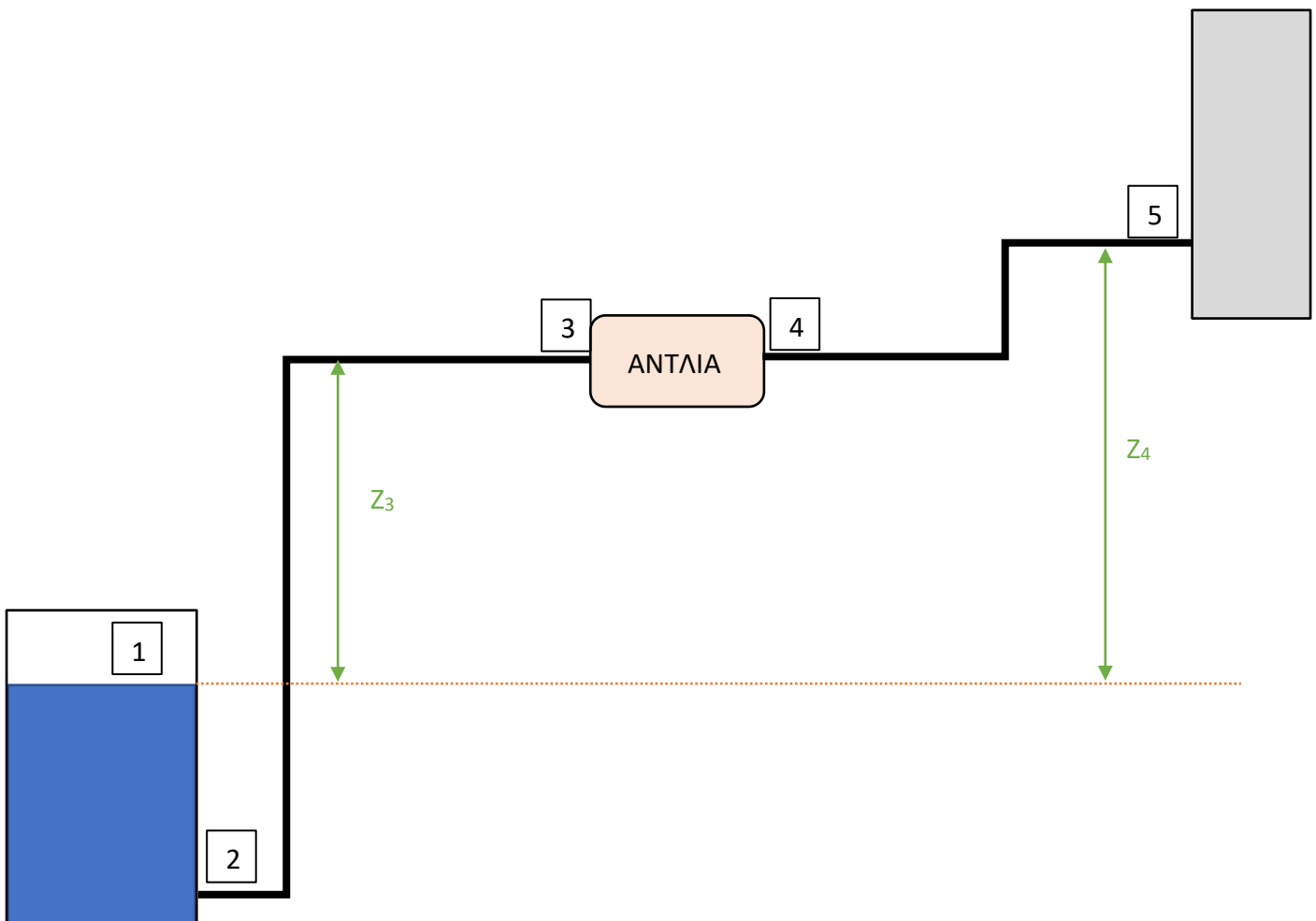


## Φυσικές Διεργασίες II: Φροντιστήριο 3. (07/04/2021)

### ΑΝΤΛΙΕΣ 1

#### Άσκηση 1.

Ένας μηχανικός προτείνει την άντληση 10000 kg/h τολουενίου σε θερμοκρασία 114 °C και απόλυτη πίεση 1.1 atm από τον αναβραστήρα μιας αποστακτικής στήλης σε μια δεύτερη αποστακτική μονάδα χωρίς ψύξη του τολουενίου πριν την είσοδο στην αντλία. Αν οι απώλειες λόγω τριβών στην γραμμή ανάμεσα στον αναβραστήρα και την αντλία είναι 7 kN/m<sup>2</sup> και η πυκνότητα του τολουενίου είναι 866 kg/m<sup>3</sup>, πόσο υψηλότερα θα πρέπει να βρίσκεται η στάθμη του υγρού στον αναβραστήρα έτσι ώστε να προκύψει NPSH ίσο με 2.5 m; Η ονομαστική διάμετρος της σωλήνας μεταξύ αναβραστήρα και αντλίας είναι 1 ½ in.



#### ΛΥΣΗ

##### A. Μετατροπές Μονάδων και Υποθέσεις

$$1) \dot{m} = 10000 \frac{\text{kg}}{\text{hr}} = 10000 \frac{\text{kg}}{\text{hr}} \frac{1 \text{ hr}}{60 \text{ min}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ sec}} \Rightarrow \dot{m} = 2.778 \text{ kg/s}$$

$$2) \dot{m} = \rho Q \Rightarrow Q = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{2.778 \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)}{866 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)} \Rightarrow Q = 3.208 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

3)  $D = 1 \frac{1}{2} \text{ in}$  (ονομαστική διάμετρος) από τον πίνακα 11.4 σελ.336 σύμφωνα με το Schedule 40 η εσωτερική διάμετρος του σωλήνα είναι  $D = 1.610 \text{ in} = 1.610 * 0.0254 \text{ m} \Rightarrow D = 0.0409 \text{ m}$

$$4) Q = A \langle v \rangle \Rightarrow \langle v \rangle = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 * 3.208 * 10^{-3} \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)}{\pi * (0.0409)^2 (\text{m}^2)} \Rightarrow \langle v \rangle = 2.44 \text{ m/s}$$

5) Ρευστό: Τολουένιο στους 114 °C,  $\rho = 866 \text{ kg/m}^3$

$$6) P_1 = P_v = 1.1 \text{ atm} \Rightarrow P_1 = P_v = 1.1 * 1.01325 * 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow P_1 = P_v = 1.11457 * 10^5 \text{ Pa}$$

$$7) \text{Τριβή στην αναρρόφηση} = \text{πτώση πίεσης στην αναρρόφηση} \Rightarrow \Delta P_{1,3} = 7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \Rightarrow \Delta P_{1,3} = 7 * 10^3 \text{ Pa}$$

8) Θεωρώ τυρβώδη ροή άρα  $\alpha = 1$

9) Θεωρώ ότι η ταχύτητα στην επιφάνεια 1 στον αναβραστήρα είναι σχεδόν μηδέν. (Σύγκριση ανάμεσα στην ταχύτητα της σωλήνωσης και στην ταχύτητα με την οποία μειώνεται η στάθμη του τουλουενίου μέσα στον αναβραστήρα).  $\langle v_1 \rangle = 0$

$$10) z_1 = 0$$

**B. Θέλω να υπολογίσω την διαφορά ύψους μεταξύ σημείου (1) και σημείου (3), επομένως θα πάρω το Ισοζύγιο Ενέργειας από το σημείο (1) μέχρι το σημείο (3) μέχρι λίγο πριν η ροή εισέλθει στην αντλία.**

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_1 \langle v_1 \rangle^2 + g z_1 = \frac{P_3}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_3 \langle v_3 \rangle^2 + g z_3 + h_{oA_{1,3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\text{Εφαρμόζω τις Παραδοχές (8), (9), (10) και προκύπτει}) \Rightarrow$$

$$\frac{P_1}{\rho} = \frac{P_3}{\rho} + \frac{1}{2} \langle v_3 \rangle^2 + g z_3 + h_{oA_{1,3}} \Rightarrow g z_3 = \frac{P_1}{\rho} - \frac{P_3}{\rho} - \frac{1}{2} \langle v_3 \rangle^2 - h_{oA_{1,3}} \quad (1)$$

Όμως για τις ολικές απώλειες υδροστατικής κεφαλής στο κομμάτι της αναρρόφησης ισχύει ότι:

$$h_{oA_{1,3}} = h_\epsilon + h_\mu = 0 + h_\mu = \frac{\Delta P_{1,3}}{\rho} = \frac{7 * 10^3 \left( \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \text{m}} \right)}{866 \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} \Rightarrow h_{oA_{1,3}} = 8.083 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Επίσης, για την ομαλή λειτουργία μιας αντλίας η πίεση στην είσοδο της αντλίας  $P_{av-} = P_3$ , θα πρέπει να ικανοποιεί την παρακάτω σχέση:

$$P_{av-} \geq P_v + (K\theta KP)\rho g \quad \text{ή οριακά} \quad P_{av-} = P_v + (K\theta KP)\rho g \quad (2)$$

$$(1) \stackrel{(2)}{\Rightarrow} g z_3 = \frac{P_1 - P_v}{\rho} - (K\theta KP) g - \frac{1}{2} \langle v \rangle^2 - h_{oA_{1,3}} \Rightarrow$$

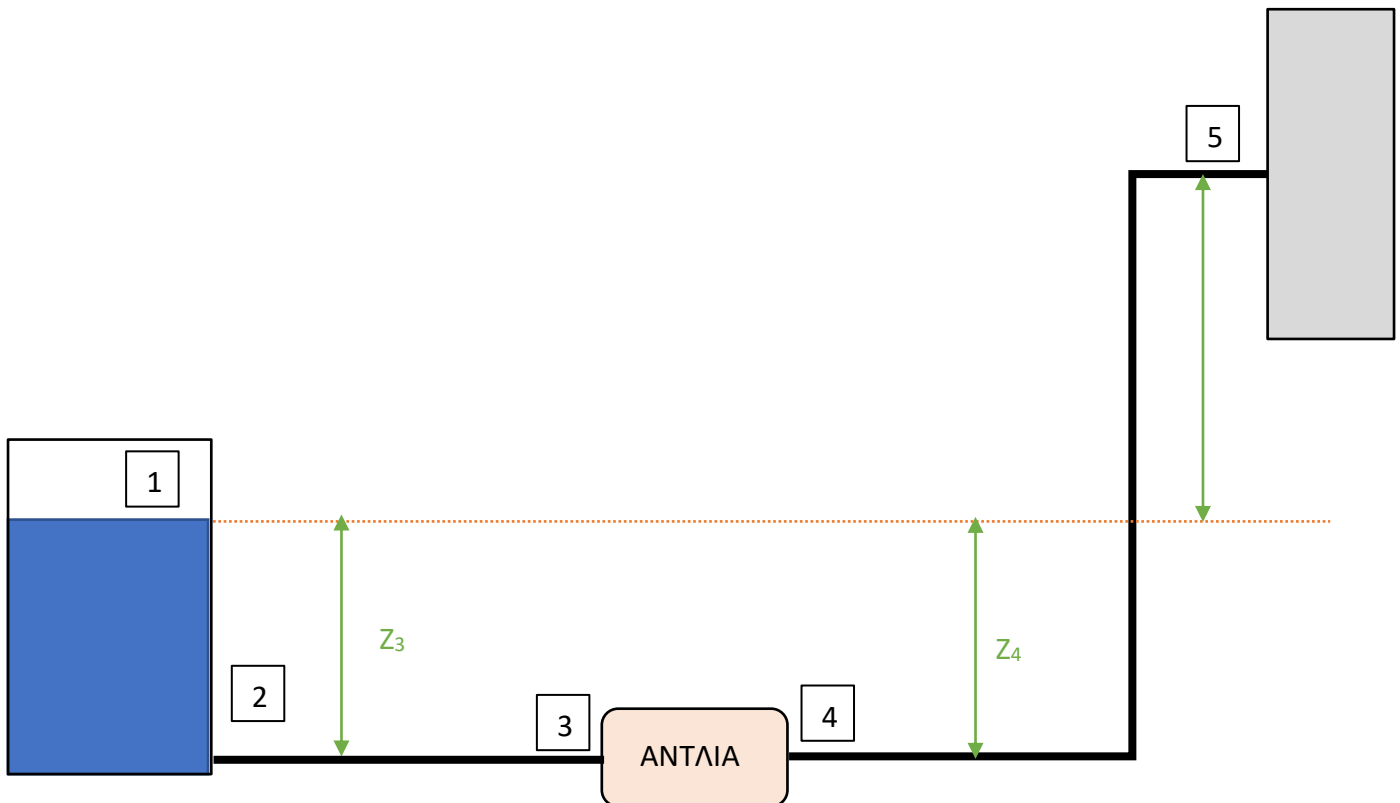
$$z_3 = -(K\theta KP) - \frac{1}{2} \langle v_3 \rangle^2 - h_{oA_{1,3}} = -2.5 \text{ (m)} - \frac{1}{2} \frac{(2.44)^2 \left( \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)}{9.81 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)} - \frac{8.083 \left( \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)}{9.81 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)} \Rightarrow$$

$$z_3 = -3.627 \text{ m}$$

Επομένως, η στάθμη του υγρού μέσα στον αναβραστήρα θα πρέπει να είναι τουλάχιστον 3.6 m υψηλότερα από την αντλία.

## Άσκηση 2

Να υπολογιστεί η ισχύς που απαιτείται για τη λειτουργία της αντλίας της Άσκησης 1, αν η αντλία πρόκειται να ανυψώσει το τολουένιο κατά 10 m, η πίεση στην δεύτερη μονάδα είναι ίση με την ατμοσφαιρική και οι απώλειες λόγω τριβής στην γραμμή κατάθλιψη είναι 35 kN/m<sup>2</sup>.



## ΛΥΣΗ

Οι απώλειες λόγω τριβής στην γραμμή κατάθλιψης είναι ίσες με την πτώση πίεσης στη γραμμή κατάθλιψης:

$$\Delta P_{4,5} = 35 \frac{kN}{m^2} \Rightarrow \Delta P_{4,5} = 35 * 10^3 Pa$$

Θέλουμε να υψώσουμε το τολουένιο κατά 10 m, επομένως:

$$z_5 + z_4 = 10 m \text{ και } z_3 = z_4 = 3.627 m \Rightarrow z_5 = 6.373 m$$

Θέλουμε να υπολογίσουμε την ισχύ της αντλίας, άρα χρειαζόμαστε την κεφαλή της αντλίας H. Θα γράψουμε το Ισοζύγιο Ενέργειας από το σημείο 1 στο σημείο 5 έτσι ώστε να εμφανιστεί στο ισοζύγιο και ο όρος της αντλίας, δηλαδή ο όρος gH:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_1 \langle v_1 \rangle^2 + gz_1 + gH = \frac{P_5}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_5 \langle v_5 \rangle^2 + gz_5 + h_{oA_{1,5}} \Rightarrow$$

$$(\langle v_1 \rangle = 0, z_1 = 0, \alpha_5 = 1) \Rightarrow$$

$$gH = \frac{P_5}{\rho} - \frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_5 \langle v_5 \rangle^2 + gz_5 + h_{oA_{1,5}} \quad (1)$$

Όμως για τις ολικές απώλειες του συστήματος ισχύει ότι:

$$h_{oA_{1,5}} = h_\varepsilon + h_\mu = 0 + h_{\alpha v} + h_{κατ} = \frac{\Delta P_{1,3}}{\rho} + \frac{\Delta P_{4,5}}{\rho} \Rightarrow h_{oA_{1,5}} = 48.5 m^2/s^2$$

$$(1) \Rightarrow gH = \frac{(1.11457 * 10^5 - 1.01325 * 10^5)(Pa)}{866 \left(\frac{kg}{m^3}\right)} + \frac{1}{2} (2.44)^2 \left(\frac{m^2}{s^2}\right) + 9.81 \left(\frac{m}{s^2}\right) * 6.373 (m) \\ + 48.5 \left(\frac{m^2}{s^2}\right) \Rightarrow$$

$$**H = 12.81 m**$$

Εξορισμού ισχύει ότι:

$$W_{\pi\rho\alpha\gamma\mu} = mgH = 2.778 \left(\frac{kg}{s}\right) * 9.81 \left(\frac{m}{s^2}\right) * 12.81 (m) \Rightarrow W_{\pi\rho} = 349.2 W \text{ ή } W_{\pi\rho} = 0.35 kW$$

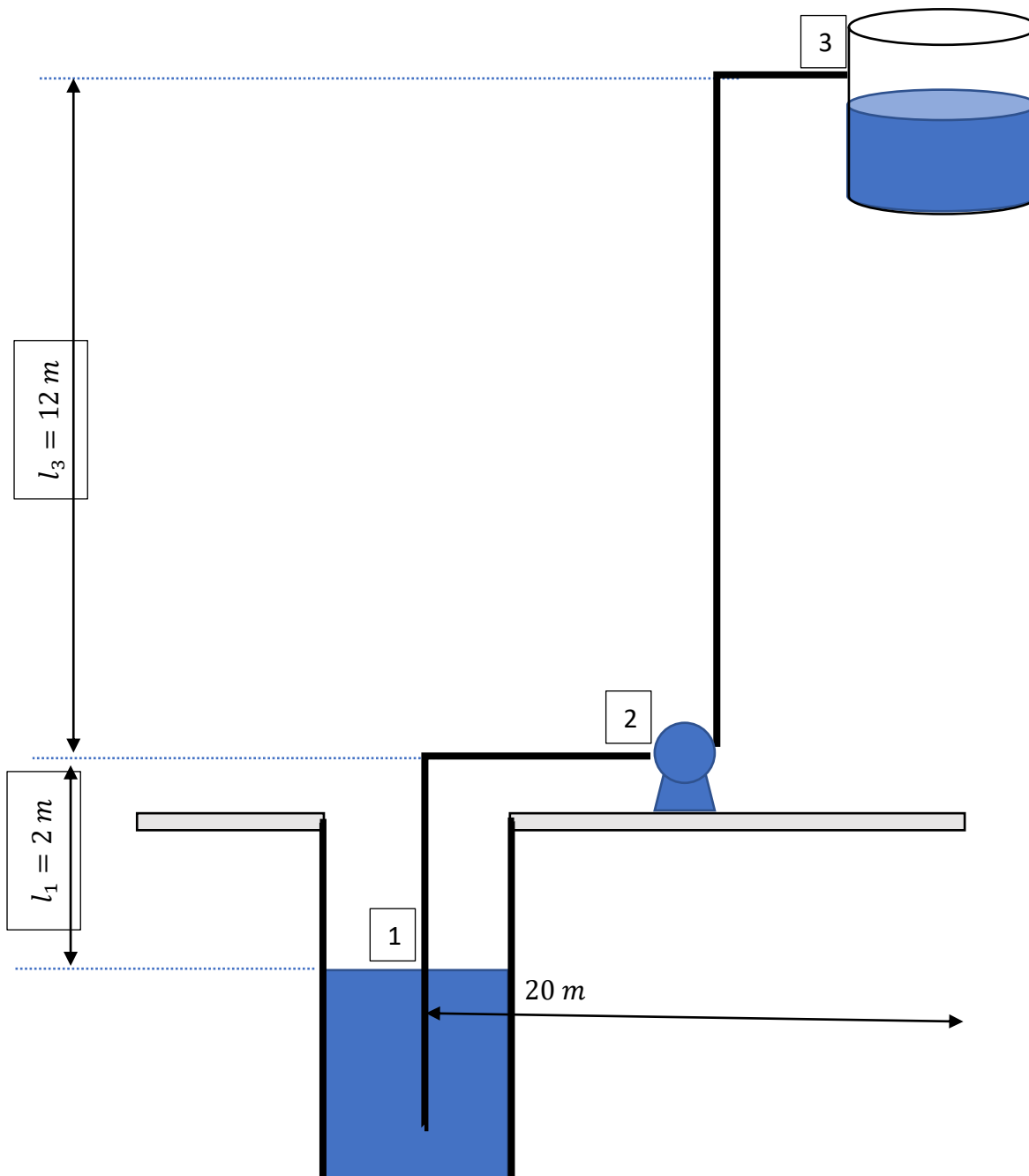
Για  $\tilde{\eta} = 0.60$ , η ισχύς που καταναλώνεται από την πραγματική αντλία είναι:

$$W_{\alpha\nu} = \tilde{\eta} W_{\pi\rho} \Rightarrow W_{\alpha\nu} = 209.46 W$$

### Άσκηση 3

Θέλουμε να αντλήσουμε νερό από το φρεάτιο του σχήματος σε μια δεξαμενή υπό συνεχή λειτουργία. Η μέση εκροή από τη δεξαμενή είναι  $172.8 \text{ m}^3/\text{day}$ . Η σωλήνωση αποτελείται από κοινό σωλήνα αλουμινίου ονομαστικής διαμέτρου 2 in (Schedule 40). Σκοπεύουμε να επιλέξουμε μια φυγοκεντρική αντλία του τύπου που αντιστοιχεί στο διάγραμμα του Σχήματος 12.25. ( $T=20 \text{ }^\circ\text{C}$ )

- i. Ποιο μέγεθος αντλίας πρέπει να επιλέξουμε; Δώστε τη διάμετρο του παρακίνητη (impeller) σε mm;
- ii. Ποιες είναι οι εύλογες θέσεις της αντλίας αν  $K_{\text{ΘΚΡ}} = 0.5 \text{ m}$ ;
- iii.  $W_{\pi\rho} = ?$
- iv.  $W_{\alpha\nu} = ?$



### ΛΥΣΗ

$$1) Q = 172.8 \frac{\text{m}^3}{\text{day}} = 172.8 \frac{\text{m}^3}{\text{day}} * \frac{1 \text{ day}}{24 \text{ hr}} * \frac{1 \text{ hr}}{60 \text{ min}} * \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ sec}} \Rightarrow Q = 2 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$2) D = 2 \text{ in (ονομαστική διάμετρος)} \Rightarrow \text{Schedule 40} \Rightarrow D = 2.067 \text{ in (εσωτερική διάμετρος)}$$

$$D = 2.067 * 0.0254 \text{ (m)} \Rightarrow D = 0.0525 \text{ m}$$

$$3) \langle v \rangle = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{m^3}{s}\right)}{\pi \cdot (0.0525)^2 (m^2)} \Rightarrow \langle v \rangle = 0.924 \text{ m/s}$$

$$4) \text{Νερό στους } 20^\circ\text{C} \Rightarrow \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \mu = 10^{-3} \text{ Pa s}$$

$$5) Re = \frac{\rho \langle v \rangle D}{\mu} = \frac{10^3 \cdot 0.924 \cdot 0.0525}{10^{-3}} \Rightarrow Re = 4.85 \cdot 10^4 \text{ (τυρβώδη ροή)}$$

$$6) \left. \begin{array}{l} \frac{e}{D} = 0.00003 \\ Re = 4.85 \cdot 10^4 \end{array} \right\} \Rightarrow (\text{διάγραμμα Moody}) \Rightarrow f = 0.021$$

(i) Ισοζύγιο Ενέργειας από το σημείο 1 στο σημείο 3

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_1 \langle v_1 \rangle^2 + gz_1 + gH = \frac{P_3}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_3 \langle v_3 \rangle^2 + gz_3 + h_{O\Lambda_{1,3}} \quad (1)$$

Όμως,  $P_1 = P_3 = 1 \text{ atm}$

$\langle v_1 \rangle = 0$ , επιφάνεια νερού στο φρεάτιο

$\langle v_3 \rangle = \langle v \rangle$

$\alpha_1 = \alpha_3 = 0$

$z_1 = 0$

$z_3 = 12 + 2 = 14 \text{ m}$

$$h_{O\Lambda_{1,3}} = f \frac{l \langle v \rangle^2}{D} = 0.021 \frac{(2+20+12)}{0.0525} \frac{(0.924)^2}{2} \Rightarrow h_{O\Lambda_{1,3}} = 5.806 \text{ m}^2/s^2$$

$$(1) \Rightarrow gH = \frac{1}{2} (0.924)^2 + 9.81 \cdot 14 + 5.806 \Rightarrow H = 14.64 \text{ m}$$

Εφόσον έχω βρει τις τιμές της κεφαλής της αντλίας και της παροχής μπορώ από το διάγραμμα του Σχήματος 12.25 να υπολογίσω τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της αντλίας:

$$\begin{aligned} H &= 14.64 \text{ m} \\ Q &= 2 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s} \Rightarrow D_{imp} = 95 \text{ mm} \end{aligned}$$

(iii) Η παρεχόμενη ισχύς από την αντλία στο νερό είναι:

$$W_{\pi\rho} = mgH = \rho Q gH = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 14.64 \Rightarrow$$

$$W_{\pi\rho} = 287.23 \text{ W} \text{ ή } W_{\pi\rho} \approx 0.3 \text{ kW}$$

(iv) Από το διάγραμμα του Σχήματος 12.25 μπορούμε να βρούμε τον συντελεστή ολικής αποδοτικότητας της αντλίας.  $\tilde{\eta} = 0.375$

Η καταναλισκόμενη ισχύς από την αντλία είναι:

$$W_{av} = \frac{W_{\pi\rho}}{\tilde{\eta}} = \frac{287.23}{0.375} \Rightarrow W_{av} = 0.77 \text{ kW}$$

(ii) Ποιες είναι οι λογικές θέσεις της αντλίας;  $l_1 = ?$  και  $l_2 = ?$

Γνωρίζουμε ότι  $l_1 = 2 \text{ m}$

Το ισοζύγιο Ενέργειας από το σημείο 1 στο σημείο 2 μας δίνει:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_1 \langle v_1 \rangle^2 + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{1}{2} \alpha_2 \langle v_2 \rangle^2 + gz_2 + h_{O\Lambda_{1,2}} \quad (2)$$

Όμως,  $P_1 = 1 \text{ atm} = 1.01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$$P_2 = P_{\alpha v-}$$

$$\langle v_1 \rangle = 0$$

$$\langle v_2 \rangle = \langle v \rangle = 0.924 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$z_1 = 0$$

$$z_2 = 2 \text{ m}$$

$$h_{O\Lambda_{1,2}} = h_\varepsilon + h_\mu = 0 + f \frac{l_1}{D} \frac{\langle v \rangle^2}{2} + f \frac{l_2}{D} \frac{\langle v \rangle^2}{2} \Rightarrow h_{O\Lambda_{1,2}} = f \frac{\langle v \rangle^2}{2} (l_1 + l_2) \quad (3)$$

Επίσης, για την ομαλή λειτουργία μιας αντλίας η πίεση στην είσοδο της αντλίας  $P_{\alpha v-} = P_2$ , θα πρέπει να ικανοποιεί την παρακάτω σχέση:

$$P_{\alpha v-} \geq P_v + (K\theta KP)\rho g \quad \text{ή οριακά} \quad P_{\alpha v-} = P_v + (K\theta KP)\rho g \quad (4)$$

Από πίνακες η τάση ατμών του νερού στους  $20^\circ\text{C} \Rightarrow P_v = 0.75 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$$(4) \Rightarrow P_2 = P_{\alpha v-} = 0.75 \cdot 10^5 + 0.5 \cdot 1000 \cdot 9.81 \Rightarrow P_2 = 79905 \text{ Pa}$$

$$(2) \Rightarrow h_{O\Lambda_{1,2}} = \frac{P_1 - P_2}{\rho} - \frac{1}{2} \langle v \rangle^2 - gz_2 \Rightarrow h_{O\Lambda_{1,2}} = 1.373 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$(3) \Rightarrow (l_1 + l_2) = 8.041 \text{ m} \Rightarrow$$

$$l_1 = 2 \text{ m και } l_2 = 6.04 \text{ m}$$