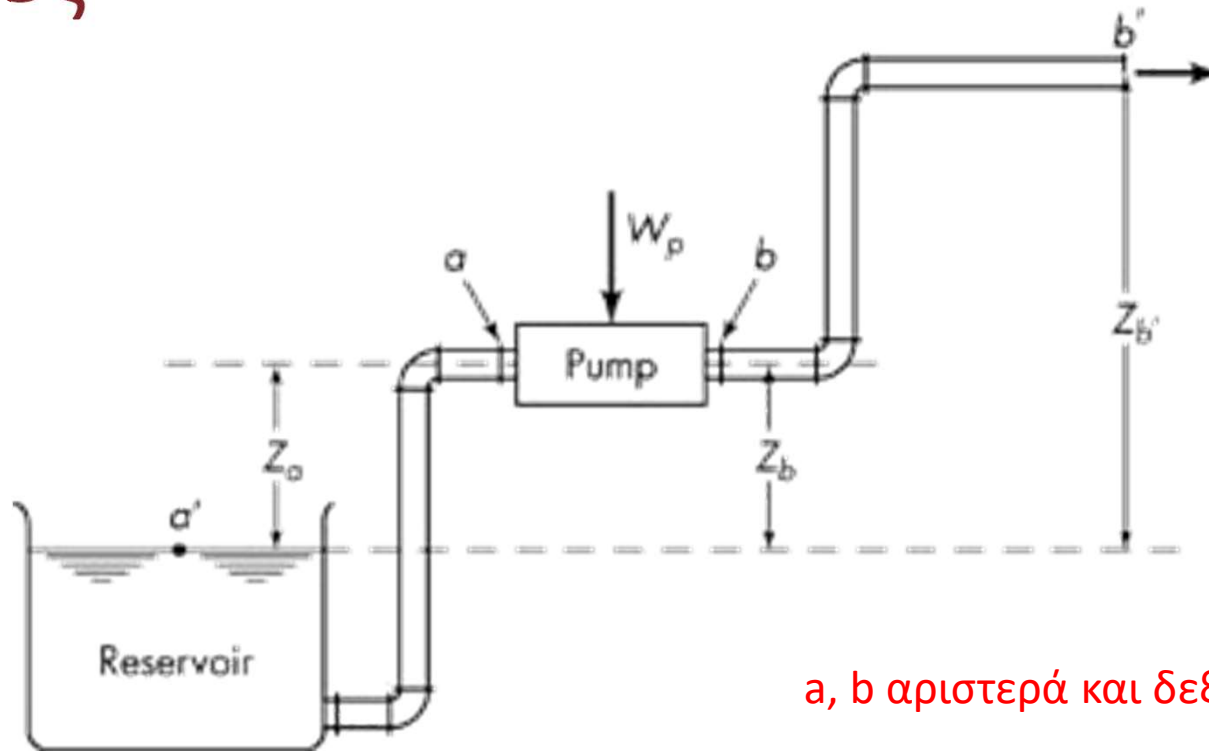


# Α Φρον

- 
- 3ο διαδικτυακό
  - 3/4/2020

# Αντλίες



a, b αριστερά και δεξιά της αντλίας

$$\frac{p_a}{\rho} + gZ_a + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2} + \eta \cdot W_p = \frac{p_b}{\rho} + gZ_b + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2} + h_f \Rightarrow$$

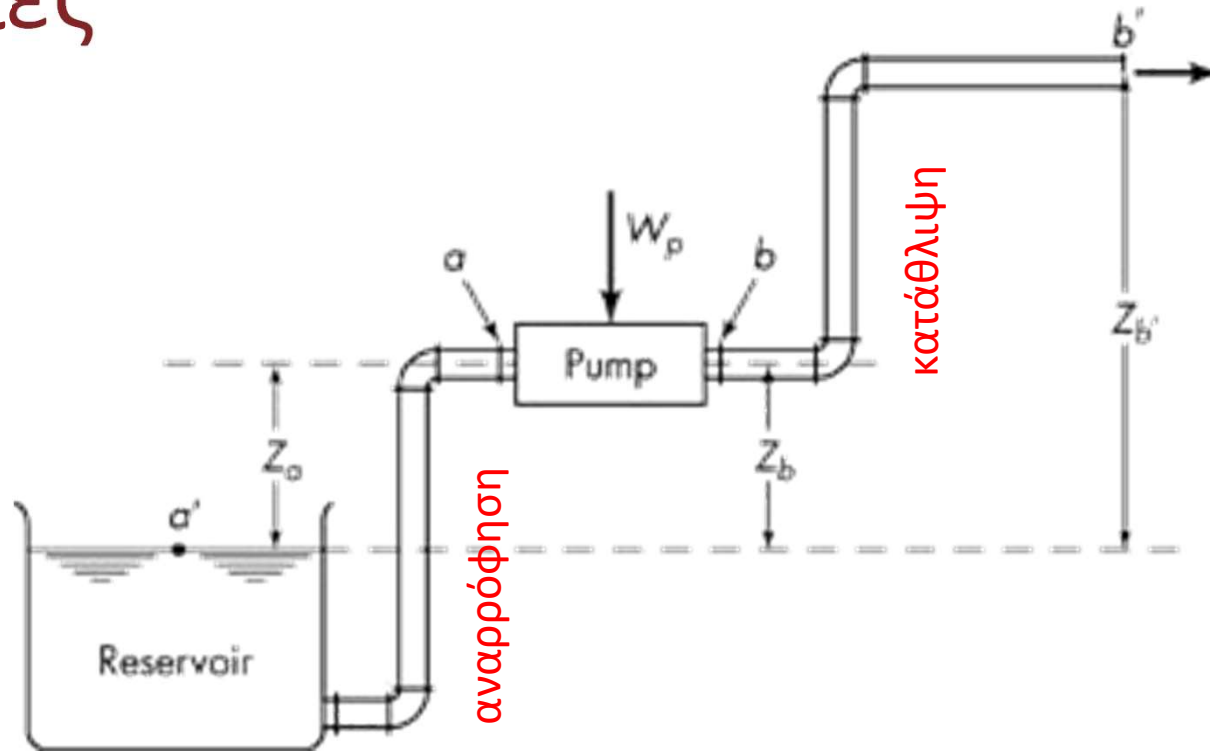
$h_f=0$ , μόνο εδώ!

$$\eta \cdot W_p = \left( \frac{p_b}{\rho} + gZ_b + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2} \right) - \left( \frac{p_a}{\rho} + gZ_a + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2} \right)$$

$$\frac{p_a}{\rho} + gZ_a + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2} + gH = \frac{p_b}{\rho} + gZ_b + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2} + h_f$$

$h_f=0$ , μόνο εδώ!

# Αντλίες



$$\frac{p_a}{\rho} + gZ_a + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2} + \boxed{\eta \cdot W_p} = \frac{p_b}{\rho} + gZ_b + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2} + \cancel{h_f} \Rightarrow$$

$$\eta \cdot W'_{\text{ιδανικό}} = \left( \cancel{\frac{p_b}{\rho}} + gZ_b + \cancel{\frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2}} \right) - \left( \cancel{\frac{p_a}{\rho}} + gZ_a + \cancel{\frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2}} \right) = g(Z_b - Z_a) = W'_{\text{πραγματικό}}$$

$$\frac{p_a}{\rho} + gZ_a + \frac{\alpha_a \bar{V}_a^2}{2} + \boxed{gH} = \frac{p_b}{\rho} + gZ_b + \frac{\alpha_b \bar{V}_b^2}{2}, \text{ Η σε μέτρα, } gH \text{ ή } W' [=] \text{m}^2/\text{s}^2$$

# Αντλίες

- Οι ποσότητες  $\frac{p}{\rho} + gZ + \frac{\alpha \bar{V}^2}{2}$  ονομάζονται **ολικές κεφαλές** (αναρρόφησης ή κατάθλιψης αντίστοιχα) και συμβολίζονται με  $H'$   $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$

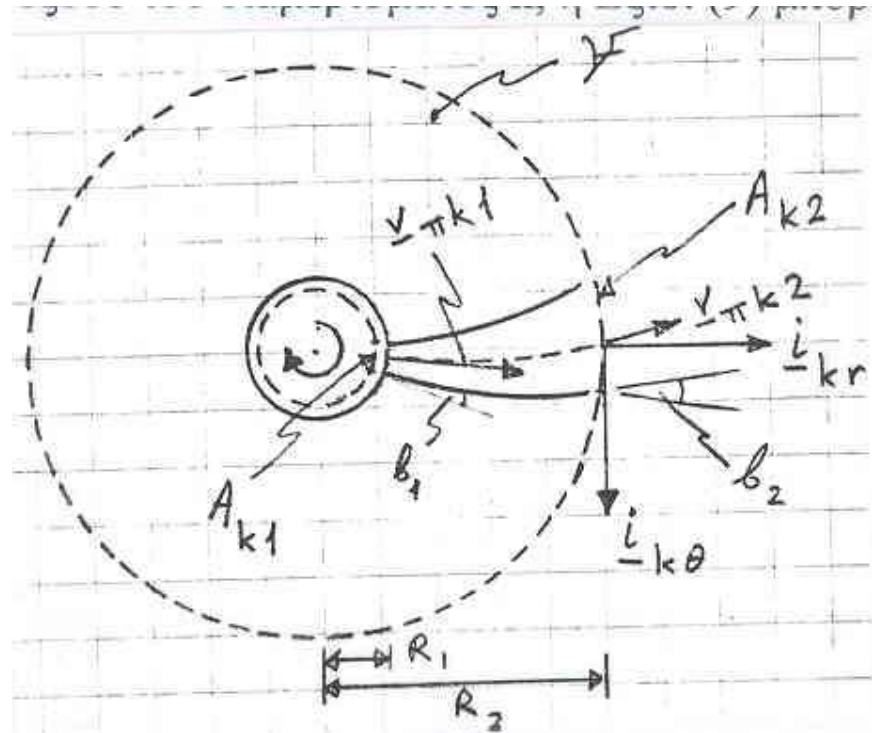
$$W_p = \frac{H'_b - H'_a}{\eta} = \frac{\Delta H'}{\eta} = (gH)/\eta$$

- Διαιρώντας με  $g$  προκύπτει:

$$H = \frac{H'}{g} = \frac{p}{\rho g} + Z + \frac{\alpha \bar{V}^2}{2g} = \quad [m^2/s^2]/(m/s^2) [=] m$$

- Ή στο fps:  $\frac{Hg_c}{g} = \frac{pg_c}{\rho g} + Z + \frac{\alpha \bar{V}^2}{2g}$
- Στις εξισώσεις αυτές κάθε όρος έχει μονάδες μήκους, m

# Στροβιλοαντλίες ακτινικής ροής



Παρακινητής (φτερωτή) στροβιλοαντλίας ακτινικής ροής. Απεικονίζονται μόνο τα δύο γειτονικά πτερύγια που περικλείουν το διαμέρισμα  $k$ . Ο παρακινητής έχει  $K$  διαμερίσματα πανομοιότυπα με το απεικονιζόμενο. Ο άξονας  $z$  είναι κάθετος στη σελίδα και με κατεύθυνση προς αυτή. Μήκος παρακινητή κατά  $z = b$ .

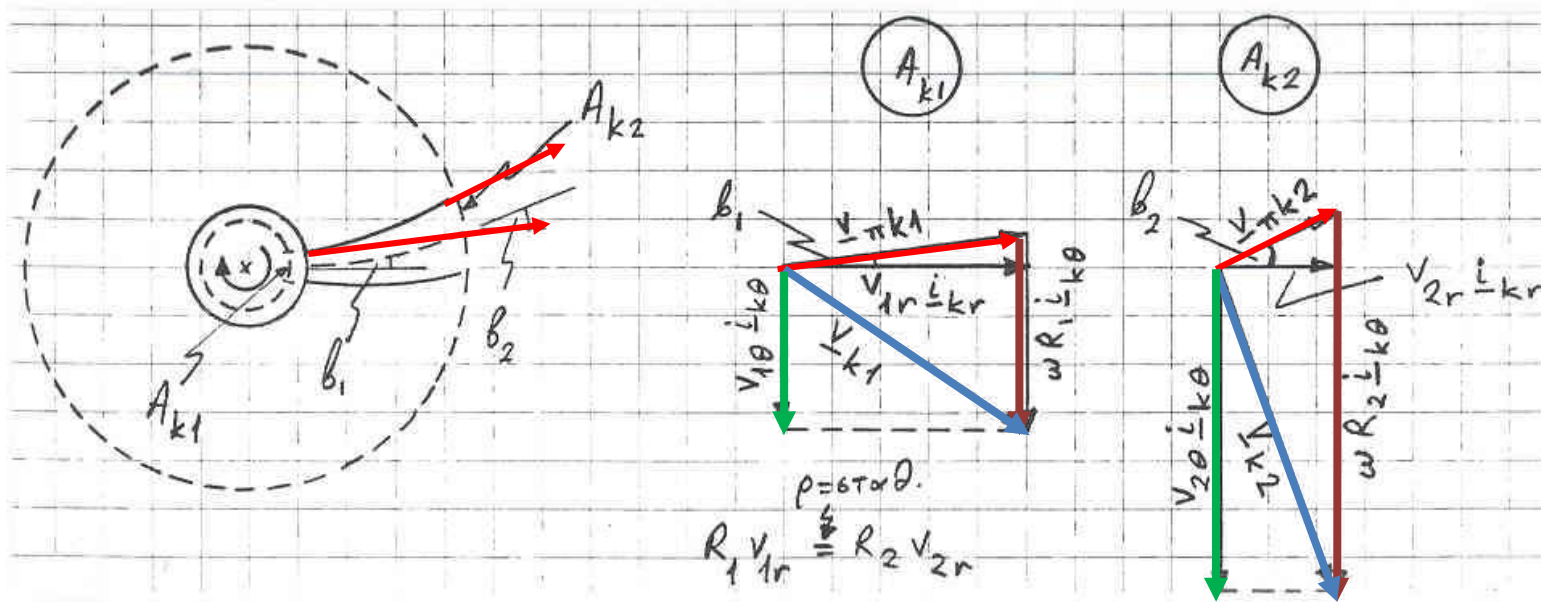
# Στροβιλοαντλίες ακτινικής ροής

$$\mathbf{T}_{\text{shaft}} = \sum_{k=1}^K \mathbf{T}_k$$

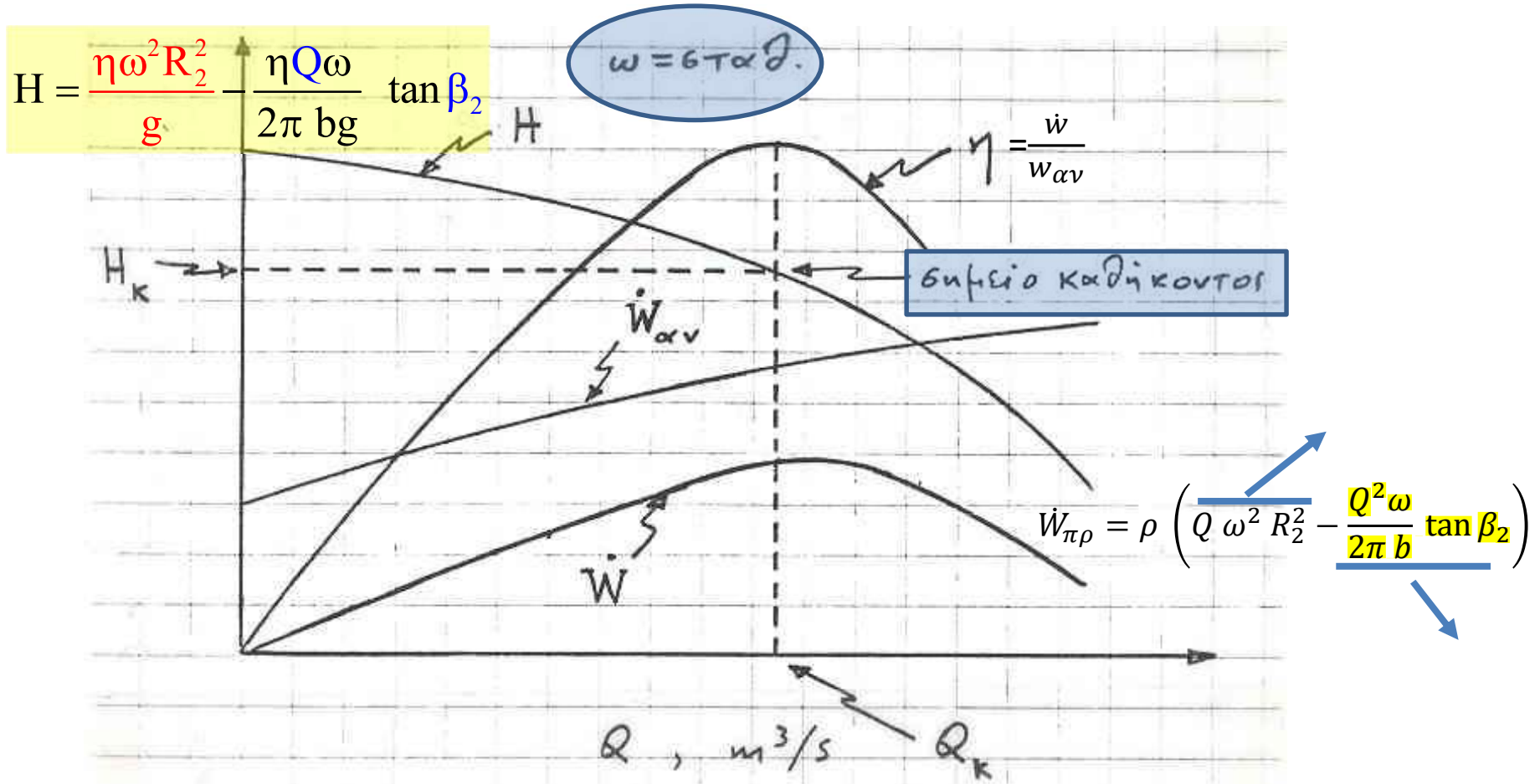
$$\mathbf{T}_k = \iint_{A_{k1}} (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) \rho \mathbf{v}_\pi \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dA + \iint_{A_{k2}} (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) \rho \mathbf{v}_\pi \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dA$$

Εκτός των υποθέσεων 1, 2 και 3 που έχουν ενσωματωθεί στην Εξ. (12.9) θα κάνουμε τις ακόλουθες υποθέσεις

- $\mathbf{v}_{k1} = \text{σταθ. επάνω στην } A_{k1}$ ,  $\mathbf{v}_{k2} = \text{σταθ. επάνω στην } A_{k2}$
- $\mathbf{v}_{\pi k} // \text{ επιφάνεια που χωρίζει το διαμέρισμα } k \text{ στη μέση, Σχ. 12.21}$



# Χαρακτηριστικές καμπύλες φυγοκεντρικών αντλιών

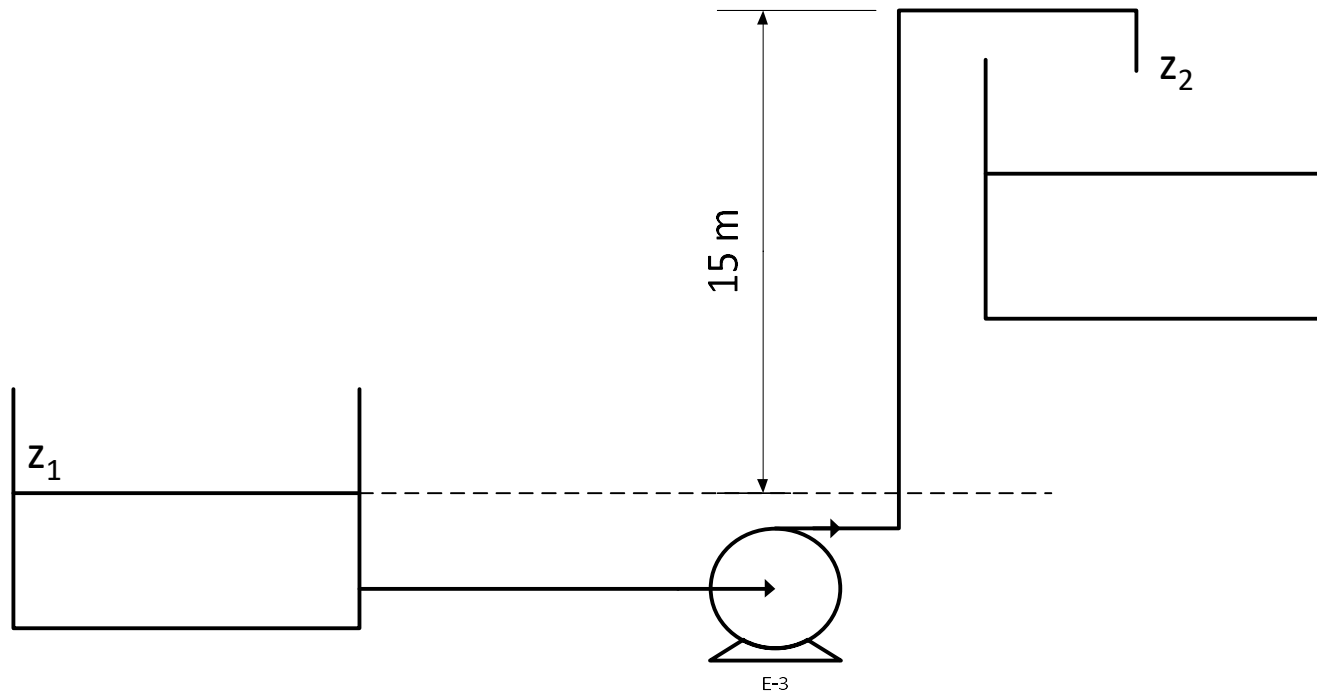




## Άσκηση 1 (από τις παραδόσεις του συναδέλφου Δημήτρη Ματαρά)

Στην εγκατάσταση του σχήματος, αντλία αναρροφά από δεξαμενή διάλυμα πυκνότητας  $1840 \text{ kg/m}^3$  και ιξώδους περίπου όσο του νερού, μέσω σωληνώσεων **3 in (αναρρόφηση)**. Ο βαθμός απόδοσης της αντλίας είναι 60%. Η ταχύτητα μέσα στον αγωγό αναρρόφησης είναι  $0.9 \text{ m/s}$ . Η αντλία **καταθλίβει** το υγρό με σωλήνα **2 in** σε υπερκείμενη δεξαμενή σε ύψος **15 m**. Οι μείζονες απώλειες τριβής  $h_\mu$  στο σύστημα είναι  **$3 \text{ kp} \cdot \text{m/kg}$** . Ποια **πίεση** πρέπει να ασκεί η αντλία; Ποια η **ιπποδύναμη** της αντλίας σε **hp (ισχύς)**;

$$h_\mu = 3 \frac{\text{kp} \cdot \text{m}}{\text{kg}} = 3 \frac{\text{kp} \cdot \text{m}}{\text{kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kp}} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{N} \cdot \text{s}} = 29.43 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$





## Άσκηση 1 (από τις παραδόσεις του Δ. Ματαρά)

Στην εγκατάσταση του σχήματος, αντλία αναρροφά από δεξαμενή διάλυμα πυκνότητας  $1840 \text{ kg/m}^3$  και ιξώδους περίπου όσο του νερού, μέσω σωληνώσεων **3 in (αναρρόφηση)**. Ο βαθμός απόδοσης της αντλίας είναι 60%. Η ταχύτητα μέσα στον αγωγό αναρρόφησης είναι  $0.9 \text{ m/s}$ . Η αντλία **καταθλίβει** το υγρό με σωλήνα **2 in** σε υπερκείμενη δεξαμενή σε ύψος **15 m**. Οι μείζονες απώλειες τριβής  $h_\mu$  στο σύστημα είναι  $3 \text{ kr} \cdot \text{m/kg}$ . Ποια **πίεση** πρέπει να ασκεί η αντλία; Ποια η **ιπποδύναμη** της αντλίας σε **hp (ισχύς)**;

$$\bullet \quad q_\kappa = q_\alpha \Rightarrow \rho A_\kappa \bar{V}_\kappa = \rho A_\alpha \bar{V}_\alpha \Rightarrow \bar{V}_\kappa = \bar{V}_\alpha \left( \frac{D_\alpha}{D_\kappa} \right)^2 = 0.9 \cdot \left( \frac{0.0762}{0.0508} \right)^2 \Rightarrow \bar{V}_\kappa \cong 2.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Βασική  
Εξίσωση

$$\frac{p_1}{\rho} + gz_1 + a_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} + \boxed{gH} = \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + a_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} + h_f$$

$h_f = h_{\text{ολ}}$

Όρος για αντλία

$$\bullet \quad \text{Καθεστώς ροής στους σωλήνες : } Re_\alpha = \frac{\rho \bar{V}_\alpha D_\alpha}{\mu} = \frac{1840 \cdot 0.9 \cdot 0.0762}{10^{-3}} = 1.26 \cdot 10^5 \quad \text{αναρρόφηση}$$

$$\text{και } Re_\kappa = \frac{\rho \bar{V}_\kappa D_\kappa}{\mu} = \frac{1840 \cdot 2.0 \cdot 0.0508}{10^{-3}} = 1.87 \cdot 10^5 \quad \text{κατάθλιψη}$$

$$\bullet \quad \text{Οπότε σε όλο το σύστημα η ροή είναι τυρβώδης, δηλαδή : } \boxed{a_1 = a_2 = 1}$$

## Άσκηση 8.2

Στην εγκατάσταση του σχήματος, αντλία αναρροφά από δεξαμενή διάλυμα πυκνότητας  $1840 \text{ kg/m}^3$  και ιξώδους περίπου όσο του νερού, μέσω σωληνώσεων **3 in (αναρρόφηση)**. Ο βαθμός απόδοσης της αντλίας είναι 60%. Η ταχύτητα μέσα στον αγωγό αναρρόφησης είναι  $0.9 \text{ m/s}$ . Η αντλία **καταθλίβει** το υγρό με σωλήνα **2 in** σε υπερκείμενη δεξαμενή σε ύψος **15 m**. Οι μείζονες απώλειες τριβής  $h_\mu$  στο σύστημα είναι  $3 \text{ kr} \cdot \text{m/kg}$ . Ποια **πίεση** πρέπει να ασκεί η αντλία; Ποια η **ιπποδύναμη** της αντλίας σε **hp (ισχύς)**;

- Ακόμα :  $\bar{V}_1 \cong 0$  επειδή η δεξαμενή είναι μεγάλη σε σχέση με τη διάμετρο σωλήνα
- $z_1 = 0$  και  $z_2 = 15\text{m}$  Θεωρούμε τη ταχύτητα στην έξοδο :  $\bar{V}_2 = 0$  και  $p_1 = p_2 = p_{atm}$
- Από τις παραπάνω παραδοχές η εξ. Bernoulli γίνεται :

$$gH = gL + h_{ολ}$$

- Στο σύστημα υπάρχουν 3 γωνίες και απότομη είσοδος και έξοδος. Λαμβάνουμε υπόψη τα παραπάνω χαρακτηριστικά ως συνεισφορές στις τριβές ως ελάσσονες απώλειες.

## Άσκηση 8.2

Στην εγκατάσταση του σχήματος, αντλία αναρροφά από δεξαμενή διάλυμα πυκνότητας  $1840 \text{ kg/m}^3$  και ιξώδους περίπου όσο του νερού, μέσω σωληνώσεων **3 in (αναρρόφηση)**. Ο βαθμός απόδοσης της αντλίας είναι 60%. Η ταχύτητα μέσα στον αγωγό αναρρόφησης είναι  $0.9 \text{ m/s}$ . Η αντλία **καταθλίβει** το υγρό με σωλήνα **2 in** σε υπερκείμενη δεξαμενή σε ύψος  **$L=15 \text{ m}$** . Οι **μείζονες** απώλειες τριβής  $h_\mu$  στο σύστημα είναι  $3 \text{ kp} \cdot \text{m/kg}$ . Ποια **πίεση** πρέπει να ασκεί η αντλία; Ποια η **ιπποδύναμη** της αντλίας σε  $hp$  (**ισχύς**);

- $\xrightarrow{h_\epsilon}$
- Έτσι:  $h_{o\lambda} = h_\mu + (K_c + K_e + 3 \cdot K_f) \cdot \frac{\bar{V}_k^2}{2}$ , όπου:  $K_c = 0.4$  και  $K_e = 1$
  - Δίνεται:  $h_\mu = 3 \frac{\text{kp} \cdot \text{m}}{\text{kg}} = 3 \frac{\text{kp} \cdot \text{m}}{\text{kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kp}} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{N} \cdot \text{s}} = 29.43 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$
  - Επομένως:  $h_{o\lambda} = 29.43 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + (0.4 + 1 + 3 \cdot 0.9) \cdot \frac{2.0^2 \text{ m}^2}{2 \text{ s}^2} \Rightarrow h_{o\lambda} = 37.5 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$
  - Άρα η εξ. Bernoulli:

$$gH = gL + h_{o\lambda} \Rightarrow H = L + \frac{h_{o\lambda}}{g}, (L=15 \text{ m})$$

$$H = 15 \text{ m} + \frac{37.5}{9.81} \text{ m} = 18.8 \text{ m}$$

## Άσκηση 8.2

Στην εγκατάσταση του σχήματος, αντλία αναρροφά από δεξαμενή διάλυμα πυκνότητας  $1840 \text{ kg/m}^3$  και ιξώδους περίπου όσο του νερού, μέσω σωληνώσεων **3 in (αναρρόφηση)**. Ο βαθμός απόδοσης της αντλίας είναι 60%. Η ταχύτητα μέσα στον αγωγό αναρρόφησης είναι  $0.9 \text{ m/s}$ . Η αντλία **καταθλίβει** το υγρό με σωλήνα **2 in** σε υπερκείμενη δεξαμενή σε ύψος **15 m**. Οι μείζονες απώλειες τριβής  $h_\mu$  στο σύστημα είναι  $3 \text{ kr} \cdot \text{m/kg}$ . Ποια **πίεση** πρέπει να ασκεί η αντλία; Ποια η **ιπποδύναμη** της αντλίας σε **hp (ισχύς)**;

- $\Delta p = \rho g H = 1840 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 18.8 \text{ m} \Rightarrow \Delta p = 3.39 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \mathbf{3.346 \text{ atm}}$

### β) Υπολογισμός Ιπποδύναμης αντλίας

- $P_f = \dot{m} g H = \rho Q g H$
- $\eta = \frac{P_f}{P_B} \Rightarrow P_B = \frac{P_f}{\eta}$

$$P_B = \frac{\rho q g H}{\eta}$$

- Επίσης :  $Q = Q_\kappa = Q_a = \bar{V}_\kappa \cdot \frac{\pi D_\kappa^2}{4} \Rightarrow Q = 2 \cdot \frac{3.14 \cdot 0.0508^2 \text{ m}^3}{4 \text{ s}} = 0.004 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

- Άρα :  $P_B = \frac{1840 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.004 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 18.8 \text{ m}}{0.6} = 2262 \frac{\text{J}}{\text{s}} = \mathbf{2.26 \text{ kW}} = 2.26 \cdot 1.34 \text{ hp} \cong \mathbf{3.0 \text{ hp}}$  (Ιδανική, Ισχύς της αντλίας)

- $P_f = 0.6 \cdot 2.6 = 1.56 \text{ kW} = \mathbf{2.09 \text{ hp}}$  (πραγματική ισχύς, η ισχύς που αποδίδεται στο ρευστό)

# Αντλίες

$$gH_{\text{εισ}} + \frac{1}{2} \langle v_{\text{αν-}} \rangle^2 + h_{\text{εισ}} \leq \frac{(p_{\text{atm}} - p_v)}{\rho} - g(K\Theta K\text{P})$$

- Σπηλαίωση (cavitation): όταν η πίεση αναρρόφησης είναι ελάχιστα μεγαλύτερη από την τάση ατμών του υγρού μια ποσότητα υγρού μπορεί να εξατμιστεί μέσα στην αντλία. Μειώνεται η δυναμικότητα της αντλίας
- Για να αποφευχθεί η σπηλαίωση πρέπει η πίεση στην είσοδο να είναι μεγαλύτερη από την τάση ατμών του υγρού κατά ένα ποσό. Το ποσό αυτό λέγεται Καθαρό Θετικό Μανομετρικό Ύψος ή Καθαρή Θετική Κεφαλή Αναρρόφησης (ΚΘΚΑ) (NPSH= Net Positive Suction Head)

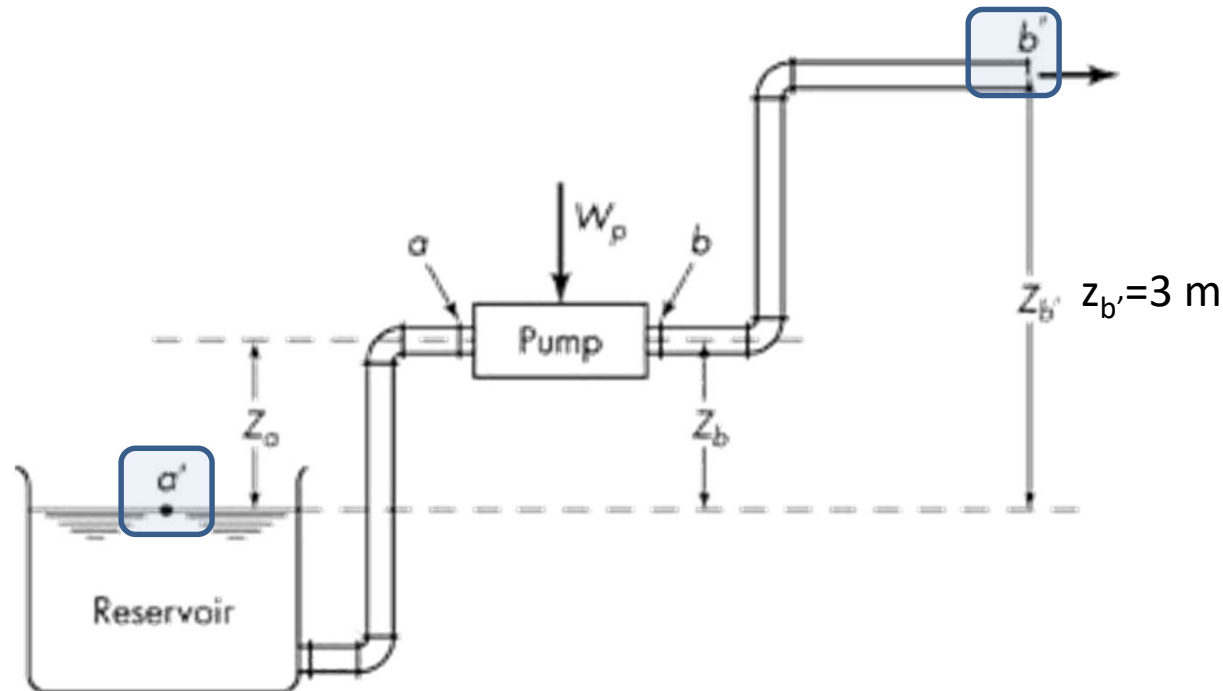
$$\text{NPSH} = \frac{1}{g} \left( \frac{p_{a'} - p_v}{\rho} - h_{fs} \right) - Z_a$$

- $p_{a'}$  απόλυτη πίεση στην επιφάνεια της δεξαμενής
- $p_v$  τάση ατμών
- $h_{fs}$  απώλειες λόγω τριβής στη γραμμή αναρρόφησης
- $Z_a$  ύψος αναρόφησης

- Στο fps:  $\text{NPSH} = \frac{g_c}{g} \left( \frac{p_{a'} - p_v}{\rho} - h_{fs} \right) - Z_a$

## Άσκηση 2 (από τις παραδόσεις του συναδέλφου Δημήτρη Ματαρά)

Βενζόλιο θερμοκρασίας  $38\text{ }^{\circ}\text{C}$  αντλείται μέσω του συστήματος που εμφανίζεται στο σχήμα, με ρυθμό  $9\text{ m}^3/\text{h}$ . Η πίεση της δεξαμενής είναι ίση με την ατμοσφαιρική. Η σχετική πίεση στο άκρο του σωλήνα κατάθλιψης είναι  $350\text{ kN/m}^2$  ( $P_{b'}$ ). Η κατάθλιψη βρίσκεται σε ύψος  $3\text{ m}$  και η αναρρόφηση σε ύψος  $1.5\text{ m}$  πάνω από τη στάθμη του υγρού στη δεξαμενή. Η γραμμή κατάθλιψης είναι σωλήνας  $1.5''\text{ sch. }40$ . Οι απώλειες τριβής είναι  $3.45\text{ kN/m}^2$  και  $38\text{ kN/m}^2$  στις γραμμές αναρρόφησης και κατάθλιψης, αντίστοιχα. Η απόδοση της αντλίας είναι  $60\%$ . Η πυκνότητα του βενζολίου είναι  $865\text{ Kg/m}^3$  και η τάση ατμών του  $26.2\text{ kN/m}^2$ . Να υπολογιστούν α) το μανομετρικό ύψος που αναπτύσσει η αντλία,  $H$ , β) η ολική ισχύς, γ) το απαιτούμενο NPSH (ο κατασκευαστής δίνει  $\text{NPSHR} > 3\text{ m}$ ).



## Άσκηση 2

- Ως επίπεδο αναφοράς επιλέγεται η στάθμη του υγρού στη δεξαμενή

$$\frac{p_{a'}}{\rho} + gz_{a'} + \frac{a_{a'} \bar{V}_{a'}^2}{2} + W_p \eta = \frac{p_{b'}}{\rho} + gz_{b'} + \frac{a_{b'} \bar{V}_{b'}^2}{2} + h_{o\lambda}$$

- $\bar{V}_{a'} = 0$ ,  $\bar{V}_{b'} = \frac{Q}{A_{b'}} = \frac{9/3600}{\pi(1.610 \times 0.0254)^2/4} = 1.9 \text{ m/s}$

- $Re = \frac{1.9 \cdot 0.0409 \cdot 865}{0.525 \cdot 10^{-3}} = 1.28 \cdot 10^5$ , άρα  $a_{b'} \approx 1$

$$W_p \eta = \frac{p_{b'}}{\rho} - \frac{p_{a'}}{\rho} + h_{o\lambda} + gz_{b'} + \frac{a_{b'} \bar{V}_{b'}^2}{2} \Rightarrow$$

$$W_p \eta =$$

$$= \frac{(101.325 + 350) \cdot 10^3}{865} - \frac{101.325 \cdot 10^3}{865} + \frac{(38 + 3.45) \cdot 10^3}{865} + 9.807 \cdot 3.0$$

$$+ \frac{1.9^2}{2} = \frac{(350 + 38 + 3.45) \cdot 10^3}{865} + 9.807 \cdot 3.0 + \frac{1.9^2}{2} = 483.77 \text{ J/Kg}$$

$$W_p \eta = \Delta H' = 483.77 \text{ J/Kg} \quad ([=] \text{ m}^2/\text{s}^2)$$



## Άσκηση 2

- Ο μαζικός ρυθμός ροής είναι:

$$\dot{m} = Q \cdot \rho = \frac{9}{3600} \cdot 865 = 2.16 \text{ kg/s}$$

$$P_B = \frac{\dot{m} \Delta H'}{\eta} = \frac{2.16 \cdot 483.77}{0.6} = 1.74 \text{ kW} = 2.34 \text{ hp}$$

- Η τάση ατμών αντιστοιχεί σε ένα μανομετρικό ύψος:  $\frac{p_v}{\rho} = \frac{26.2 \cdot 10^3}{865} = 30.28 \text{ J/Kg}$
- Η τριβή στη γραμμή αναρρόφησης είναι:  $h_{ολ,αναρ} = \frac{3.45 \cdot 10^3}{865} = 3.99 \text{ J/Kg}$

$$\text{NPSH} = \frac{1}{g} \left( \frac{p_{a'} - p_v}{\rho} - h_{fs} \right) - Z_a = \frac{1}{9.807} \left( \frac{101.325 \cdot 10^3}{865} - 30.28 - 3.99 \right) - 0.0$$

$$\text{NPSH} = \boxed{8.45 \text{ m}} > 3 \text{ m}$$

$$\text{ΚΟΚΡ} = \frac{1}{g} \left\{ \frac{(p_{atm} - p_v)}{\rho} - h_{\epsilon\iota\sigma} \right\} - H_{\epsilon\iota\sigma} - \frac{1}{2} < v_{av-} >^2 = 8.45 - \left( \frac{1}{2} \right) (1.9)^2 = 8.45 - 1.805 = 6.645 \text{ m} > 3 \text{ m}$$