ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά μαθήματα ΠΠ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΦΥΣΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΙΙ

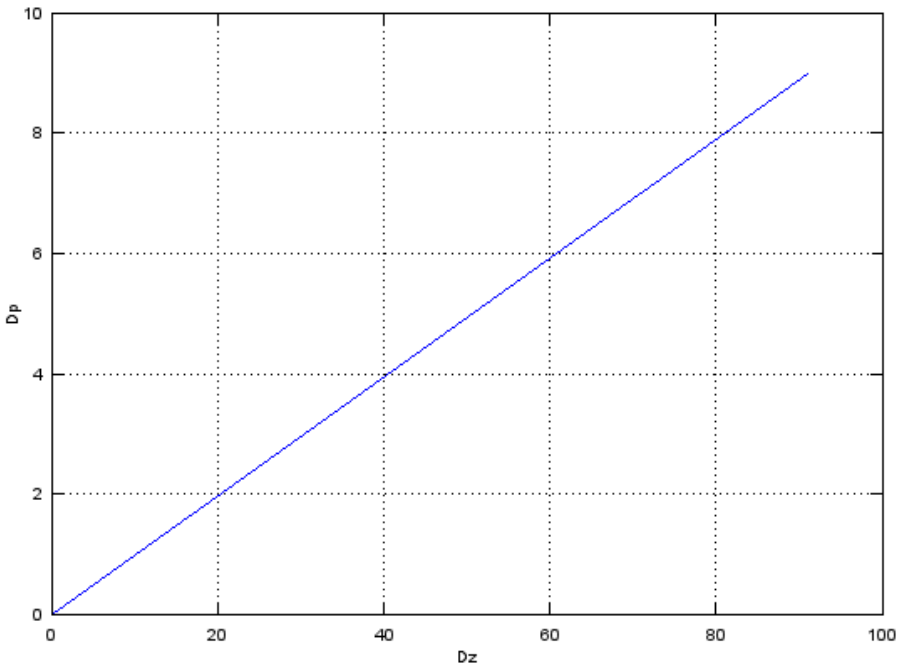
Καθηγητής Δ. Ματαράς

Παράδειγμα 1 – Στατική ρευστών

Να υπολογιστεί το βάθος της θάλασσας στο οποίο η απόλυτη πίεση είναι 10 atm.

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta z \Longrightarrow \Delta z = \frac{\Delta P}{\rho \cdot g} = -\frac{(10-1)\ 101325}{1020 \cdot 9.807} = -91.16\ m$$

```
%static pressure
ro=1020;
g=9.807;
p2=1:0.1:10;
p1=1;
Dp=(p2-p1);
Dz=Dp*101325/(ro*g);
plot(Dz,Dp)
xlabel('Dz'); ylabel('Dp');
```



Παράδειγμα 2 – Στατική Ρευστών

Μανόμετρο χρησιμοποιείται για την μέτρηση της πτώσης πίεσης στα άκρα στομίου. Το ρευστό A είναι υδράργυρος ($\rho_A = 13590\ \mathrm{Kg/m^3}$) ενώ το ρευστό B είναι άλμη ($\rho_B = 1260\ \mathrm{Kg/m^3}$). Όταν οι πιέσεις $p_a = p_b$, το επίπεδο των μηνίσκων του υδραργύρου βρίσκεται 0.9 m κάτω από το επίπεδο μέτρησης των πιέσεων. Σε συνθήκες λειτουργίας $p_a = 0.14\ \mathrm{bar}$ και $p_b = 250\ \mathrm{mm\ Hg}$ υπό την ατμοσφαιρική πίεση. Ποια είναι η ένδειξη του μανομέτρου σε mm;

$$p_a = 0.14 \times 10^5 \mathrm{Pa}$$

και θεωρώντας την ατμοσφαιρική πίεση 0:

$$p_b = \rho_A \cdot g \cdot Z_b = -13590 \cdot 9.81 \cdot 0.25$$

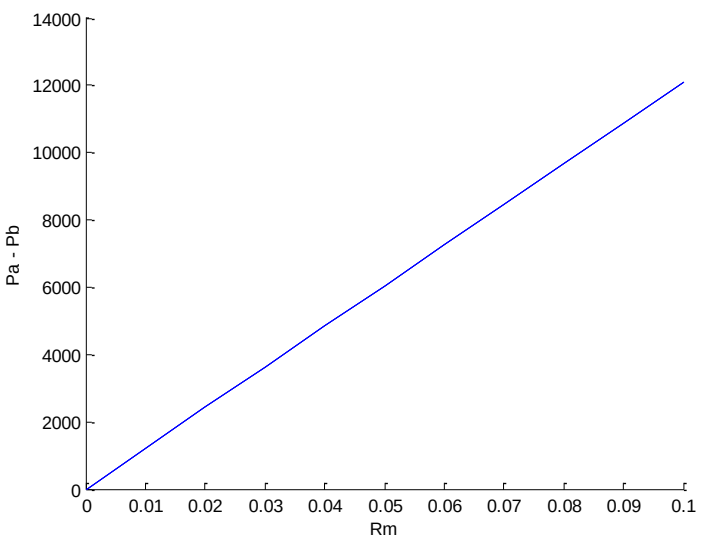
$$= -33329.5\ \mathrm{Pa}$$

Αντικαθιστώντας στη (2.10) :

$$R_m = \frac{p_a - p_b}{(\rho_A - \rho_B)g} = \frac{14000 + 33329.5}{(13590 - 1260)9.81} = 0.391\ \mathrm{m}\ \text{ή}\ \boxed{391\ \mathrm{mm}}$$

Υπολογισμός σε MATLAB/OCTAVE

```
%manometer.m: Υπολογισμός Πίεσης από Ένδειξη Μανομέτρου
roA = 13590;                    %Πυκνότητα ρευστού A
roB = 1260;                     %Πυκνότητα ρευστού B

Rm  = 0:0.01:0.1;               %Διαφορά Ύψους Μηνίσκων
DP  =(roA-roB)*9.80665*Rm;      %Υπολογισμός πίεσης

plot(Rm,DP);
xlabel('Rm'); ylabel('Pa - Pb');
```

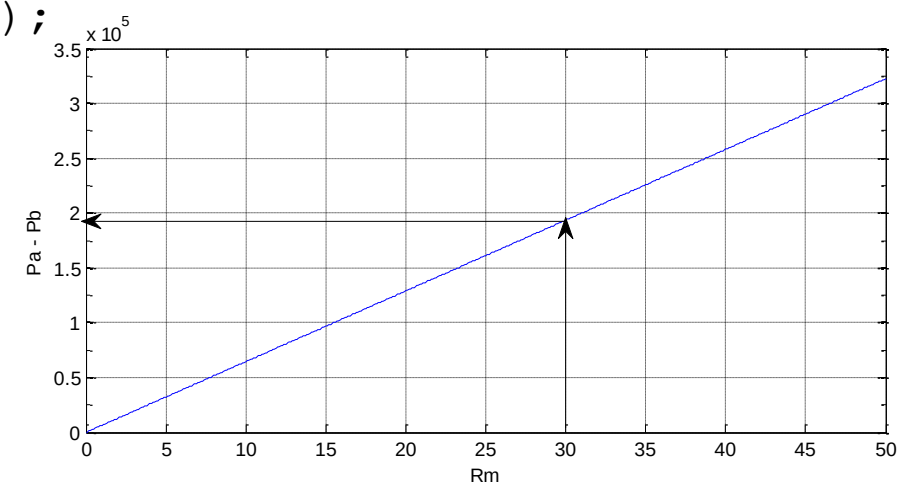


Παράδειγμα 3 – Στατική Ρευστών

Το μανόμετρο του σχήματος χρησιμοποιεί δύο υγρά: νερό και τετραχλωράνθρακα $\left(\rho_{\mathrm{CCl_4}} = 1630\ \mathrm{Kg/m^3}\right)$. Αν η ένδειξη του μανομέτρου είναι $R_m = 30\ \mathrm{cm}$ σε ποια διαφορά πίεσης αντιστοιχεί; $d = 0.5\ \mathrm{cm}, D = 3\ \mathrm{cm}$

Υπολογισμός σε MATLAB/OCTAVE

```
ro_CCL4 = 1630; ro_H2O  = 1000; % Kg/m^3
d = 0.5; D = 3; % cm
Rm = 0:0.1:50;  % cm
g = 9.80665;    % m/s^2
Dp = g * Rm * (ro_CCL4 - ro_H2O * (1 - (d / D)^2) ); % N/m^2

plot(Rm,Dp);
xlabel('Rm'); ylabel('Pa - Pb');
```



Παράδειγμα 4 – Βασικές Εξισώσεις

Νερό ρέει σε συγκλίνοντα αγωγό κυκλικής διατομής με εσωτερική διάμετρο εισόδου $14\ \mathrm{cm}$ και εσωτερική διάμετρο εξόδου $7\ \mathrm{cm}$. Η ταχύτητα του ρευστού στην είσοδο είναι $2\ \mathrm{m/s}$. Να υπολογιστεί α) ο μαζικός και ο ογκομετρικός ρυθμός ροής στην είσοδο, β) η μαζική πυκνότητα ροής και η ταχύτητα στην έξοδο σε μόνιμη κατάσταση.

α) Η επιφάνεια της διατομής εισόδου είναι: $S_{in} = \frac{\pi(0.14)^2}{4} = 0.0154\ \mathrm{m}^2$

Ο ογκομετρικός ρυθμός ροής εισόδου: $q_{in} = S_{in}\overline{V}_{in} = 0.0154 \cdot 2 = \boxed{0.0308\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}}$

Ο μαζικός ρυθμός ροής εισόδου: $\dot{m}_{in} = \rho\, q_{in} = 1000 \cdot 0.0308 = \boxed{30.8\ \mathrm{kg/s}}$

β) Η μαζική ταχύτητα (μαζική πυκνότητα ροής) στην έξοδο είναι:

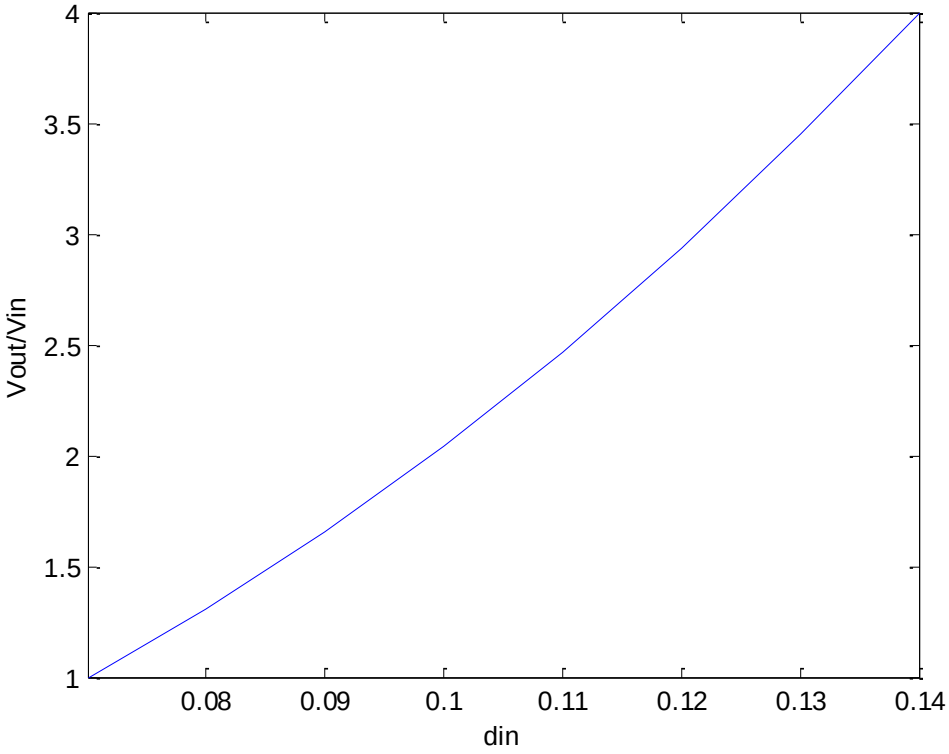
$$G_{out} = \frac{\dot{m}_{out}}{S_{out}} = \frac{30.8}{0.00385} = \boxed{8003.22\ \frac{\mathrm{Kg}}{\mathrm{m}^2\ \mathrm{s}}}$$

Και η μέση ταχύτητα στην έξοδο: $\overline{V}_{out} = \frac{G_{out}}{\rho} = \frac{8003.22}{1000} = \boxed{8\ \mathrm{m/s}}$

Αλλιώς, επειδή $q_{in} = q_{out} \Rightarrow \overline{V}_{out} = \overline{V}_{in}\frac{S_{in}}{S_{out}} = 2\frac{14^2}{7^2} = 8\ \mathrm{m/s}$

Παράδειγμα 4 – Υπολογισμός σε MATLAB/OCTAVE

```
% μεταβλητή διάμετρος εισόδου σταθερή ταχύτητα
ro = 1000; % Kg/m^3

% ΕΙΣΟΔΟΣ
d_in = 0.07:0.01:0.14; % m
S_in  = pi /4 * d_in.^2; % m^2
V_in = 2; % m/s
q_in = S_in * V_in; % m^3/s
m_in = ro * q_in; % Kg/s

% ΕΞΟΔΟΣ
d_out = 0.07; % m
S_out = pi /4 * d_out^2; % m^2
m_out = m_in; % Kg/s
q_out = m_out / ro; % m^3/s
V_out = q_out / S_out; % m/s

plot(d_in, V_out/V_in);
xlabel('din'); ylabel('Vout/Vin');
```



Παράδειγμα 5 – Ασυμπίεστη Ροή σε Αγωγούς

Νερό θερμοκρασίας $20^{o}\mathrm{C}$ ρέει σε οριζόντιο σωλήνα από μπετόν, εσωτερικής διαμέτρου $D = 0.1\ \mathrm{m}$ με μαζικό ρυθμό $15\ \mathrm{kg/s}$. Προσδιορίστε την πτώση πίεσης ανά $100\ \mathrm{m}$ σωλήνα.

- Στην τυρβώδη ροή: $a_A = a_B = 1$, επομένως η εξ. Bernoulli γίνεται:

$$p_A - \frac{p_B}{\rho} = h_f \Rightarrow p_A - p_B = \rho\, h_f$$

- Από το διάγραμμα Fanning για σωλήνες από μπετόν $k = 0.01 \ldots 0.001\ \mathrm{ft}$, και το $\frac{k}{D} = 0.03048 \ldots 0.003048$
- για $\mathrm{Re} = 1.91 \cdot 10^5$ το $f = 0.0066 \ldots 0.0145$ παίρνουμε ως μέση τιμή το $f = 0.01$

$$h_f = h_{fs} = 4f\,\frac{L}{D}\frac{\overline{V}^2}{2}$$

$$= 4 \cdot 0.01\,\frac{100}{0.1}\frac{1.91^2}{2} \approx 73\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

Και τελικά:

$$p_A - p_B = \rho\, h_f$$

$$= 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot\ 73\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 73000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^2} = \boxed{73\ \mathrm{kPa}}$$

Υπολογισμός σε MATLAB/OCTAVE

```
m=15; %Kg/s
ro=1000; %Kg/m^3
miu=1e-3; %Kg/m*s
D=0.1; %m
L=100; %m
k_D=0.03048;

V=4*m/(ro*pi*D^2) %m/s
Re=ro*V*D/miu

A=(2.457*log(1/((7/Re)^0.9+0.27*k_D)))^16;
B=(37530/Re)^16;
f=2*((8/Re)^12+1/(A+B)^1.5)^(1/12)

hf=4*f*(L/D)*(V^2)/2 %m^2/s^2
Dp=ro*hf/1000 %KPa
```

```
V =  1.9099
Re =   1.9099e+005
f =  0.014453
hf =  105.44
Dp =  105.44
```

Παράδειγμα 6 – Ασυμπίεστη Ροή σε Αγωγούς

Μια υδραυλική πρέσα τροφοδοτείται με ισχύ από αντλία πιέσεως η οποία βρίσκεται σε απόσταση 50 m. Η αντλία παρέχει νερό με πίεση 3000 psig και ογκομετρική παροχή $30\ \mathrm{l/min}$. Για τη σύνδεση χρησιμοποιείται χαλύβδινος σωλήνας. Ποια είναι η ελάχιστη διάμετρος σωλήνα που μπορεί να χρησιμοποιηθεί εάν για τη λειτουργία της η πρέσα απαιτεί πίεση 2800 psig και παροχή $30\ \mathrm{l/\ min}$; Έστω ότι χρησιμοποιείται νερό στους $20\ ^{\circ}\mathrm{C}$.

* Η αναλυτική λύση παρουσιάζεται στη Θεματική Ενότητα 4 (Άσκηση 5.3)
Παρακάτω παρουσιάζεται η λύση σε Matlab-Octave.

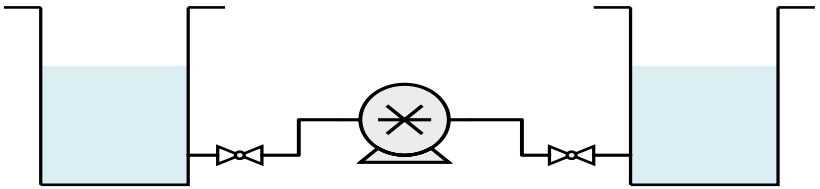
Υπολογισμός σε MATLAB/OCTAVE

```
p1=3000*6.895; %KPa
p2=2800*6.895; %KPa
Dp=p1-p2;
q=0.03/60; %m^3/s
ro=1000; %Kg/m^3
miu=1e-3; %Kg/m*s
L=50; %m
k=4.6e-5; %m
D=0.0254; %m
Dn=1;

while(abs(D-Dn)>1e-4)
  Dn=D;
  V=(4*q)/(pi*Dn^2); %m/s
  Re=ro*V*Dn/miu;
  k_D=k/Dn;

  A=(2.457*log(1/((7/Re)^0.9+0.27*k_D)))^16;
  B=(37530/Re)^16;
  f=2*((8/Re)^12+1/(A+B)^1.5)^(1/12);

  D=((32*f*ro*L*q^2)/(Dp*pi^2))^0.2 %m

endwhile
```

```
D =  0.046224
D =  0.046745
D =  0.046762
```

Παράδειγμα 7 –Αντλίες

Δύο μεγάλες δεξαμενές νερού συνδέονται με σωλήνα 3” sch. 40 μήκους 2000 ft όπως φαίνεται στο σχήμα. Νερό 20 °C προκειται να αντληθεί από τη μια δεξαμενή στην άλλη με ρυθμό 200 gal/min. Και οι δυο δεξαμενές είναι ανοιχτές στην ατμόσφαιρα και η στάθμη του νερού είναι στο ίδιο ύψος. Να υπολογιστούν οι απώλειες και η απαιτούμενη ισχύς της αντλίας αν υποθέσουμε απόδοση 65%.



- $D = 3.068\ \text{in} = 0.0779\ \text{m}$
- $q = \frac{200}{60} \cdot 0.00378 = 0.0126\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
- $k = 0.046, \frac{k}{D} = \frac{0.046\times10^{-3}}{0.079} = 0.0006$

- $\overline{V} = \frac{q}{\pi D^2/4} = \frac{0.0126}{\pi\cdot0.0779^2/4} = 2.64\ \text{m/s},\ \text{Re} = \frac{\overline{V}D}{\nu} = \frac{2.64\cdot0.0779}{10^{-6}} = 2.05656\times10^5$
- Από το διάγραμμα Fanning: $f = 0.0048$
- Από το διάγραμμα Moody: $f_D = 0.019 \Longrightarrow f = 0.00475$

Υπολογισμός σε MATLAB/OCTAVE

```
# Η άσκηση 8.1    Churchill.m
clc; clear; system("chcp 1253");

D = 0.0779;  k = 0.046e-3;   k_D = k / D; q = 0.0126;

printf("\n");           printf("Υπολογισμός Ταχύτητας: \n")
v=q / (pi * D^2 / 4);   printf ("v= %f m/s \n",v)

printf("\n");           printf("Υπολογισμός Reynolds: \n")
rho = 1e3;   miu = 1e-3;  Re = v * D * rho / miu

printf("\n");  printf("Υπολογισμός συντελεστή Fanning: \n")
A=(2.457 * log(1 / ((7 / Re)^0.9 + 0.27 * k_D)))^16;
B=(37530 / Re)^16;
f=2 * ((8 / Re)^12 + (1 / ((A + B)^(3/2))))^(1/12)

printf("\n"); printf("Υπολογισμός Μείζονων Απωλειών: \n")
L=609.6; g=9.807; h_fs = 4 * f * (L / D)*(v^2 / 2);
printf ("h_fs= %f J/Kg ",h_fs);
printf ("or h_fs= %f Kgf*m/Kg \n", h_fs/g)
```

Υπολογισμός σε MATLAB/OCTAVE

```
printf("\n"); printf("Υπολογισμός Πτώσης Πίεσης: \n")
Dp = rho * g * h_fs /g;
printf ("Dp= %f kPa \n", Dp/1000)

printf("\n"); printf("Υπολογισμός Ισχύος Αντλίας: \n")
P_B=q * Dp / 0.65;
printf ("P_B= %f kW ", P_B/1000);
printf ("or P= %f hp \n", P_B*0.00135962)
```

```
Υπολογισμός Ταχύτητας:
v= 2.643661 m/s

Υπολογισμός Reynolds:
Re = 2.0594e+005

Υπολογισμός συντελεστή Fanning:
f =  0.0048370

Υπολογισμός Μείζονων Απωλειών:
h_fs= 529.082883 J/Kg or h_fs=
53.951640 Kgf*m/Kg

Υπολογισμός Πτώσης Πίεσης:
Dp= 529.082883 kPa

Υπολογισμός Ισχύος Αντλίας:
W= 10.256472 kW or W= 13.944905 hp
```

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών. Καθηγητής, Δημήτριος Ματαράς. «Φυσικές Διεργασίες ΙΙ». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: https://eclass.upatras.gr/courses/CMNG2120/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[1] http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.