



CHM_582: Μηχανική Υλικών

Διάλεξη 6: Τάσεις και Παραμορφώσεις υπό Αξονική Φόρτιση

Κωνσταντίνος Γ. Δάσιος, Αναπλ. Καθηγητής
Τμήμα Χημικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών
kdassios@upatras.gr

Πάτρα, Απρίλιος 2024

Επανάληψη: Αντοχή Υλικών

Αντοχή Υλικών: ο κλάδος της Μηχανικής που μελετά τη συμπεριφορά παραμορφώσιμων στερεών που καταπονούνται από εξωτερικά φορτία.

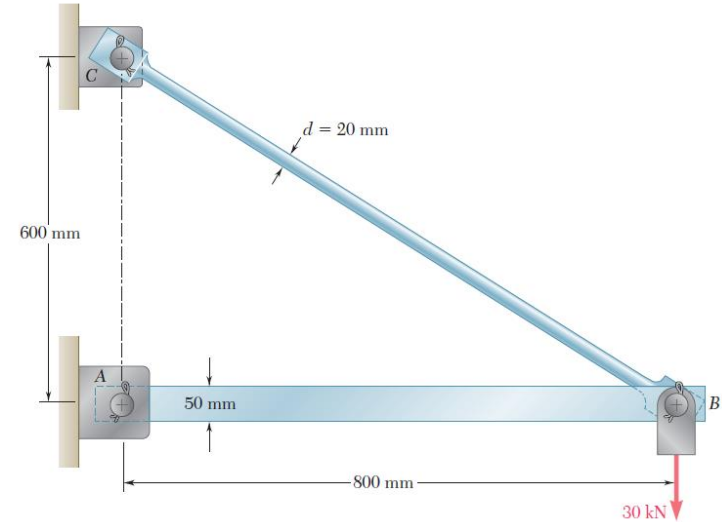
- Παρέχει στον μηχανικό την ικανότητα **ανάλυσης** και **σχεδιασμού** τμημάτων και στοιχείων που φέρουν φορτία, ικανότητα που περιλαμβάνει τον **προσδιορισμό των τάσεων & παραμορφώσεων** που αναπτύσσονται σε αυτές.
- Υπολογισμός παραμέτρων που θα οδηγούσαν το στοιχείο σε αστοχία:
 - **μέγιστο φορτίο**
 - πρόβλεψη **κρίσιμων διατομών**
 - **ανώτατα** και **επιτρεπτά όρια** φόρτισης

Επανάληψη: Δύναμη & Τάση

Η δύναμη δεν αποτελεί κριτήριο αστοχίας.

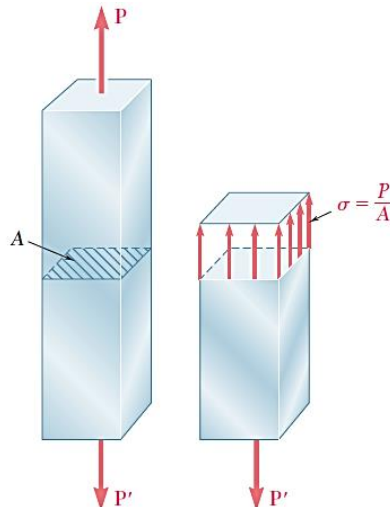
Η αστοχία ή όχι της ράβδου εξαρτάται

1. από την **ικανότητα του υλικού** να «αντέξει» την **μέση ένταση** της δύναμης που κατανέμεται/μοιράζεται στην επιφάνεια διατομής (**δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας** διατομής), και
2. το **υλικό** της ράβδου



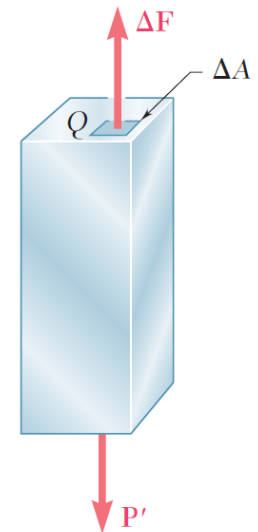
Τάση

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

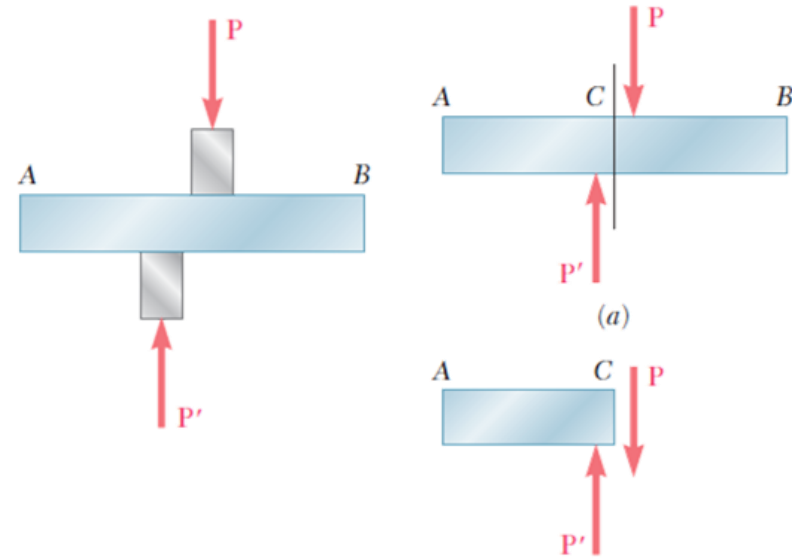
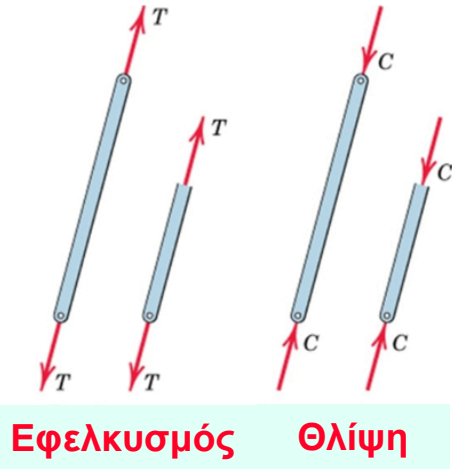
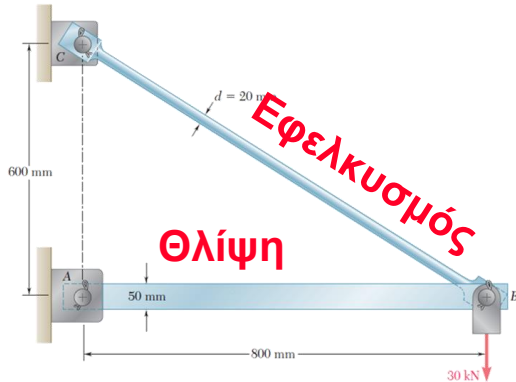


Μαθημ. ορισμός

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$



Επανάληψη: Ορθές & Διατμητικές Τάσεις



Ορθές τάσεις:

Αξονικές τάσεις από δυνάμεις που ασκούνται κάθετα στο επίπεδο της διατομής.

Διατμητικές τάσεις:

Εγκάρσιες τάσεις από δυνάμεις που ασκούνται παράλληλα στο επίπεδο της διατομής.

$$\tau_{ave} = \frac{P}{A}$$

Μέση τιμή λόγω ανομοιόμορφης κατανομής τους στην διατομή

Επανάληψη: Γενικευμένη Φόρτιση

Απεικόνιση **πλήρους εντατικής κατάστασης σε σημείο Q**, ως τάσεις που δρουν στις 6 έδρες **διαφορικού κύβου πλευράς a** , με κέντρο το Q.

6 τασικές συνιστώσες:

3 ορθές: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$

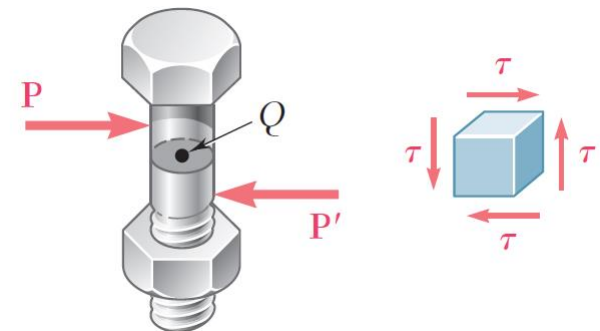
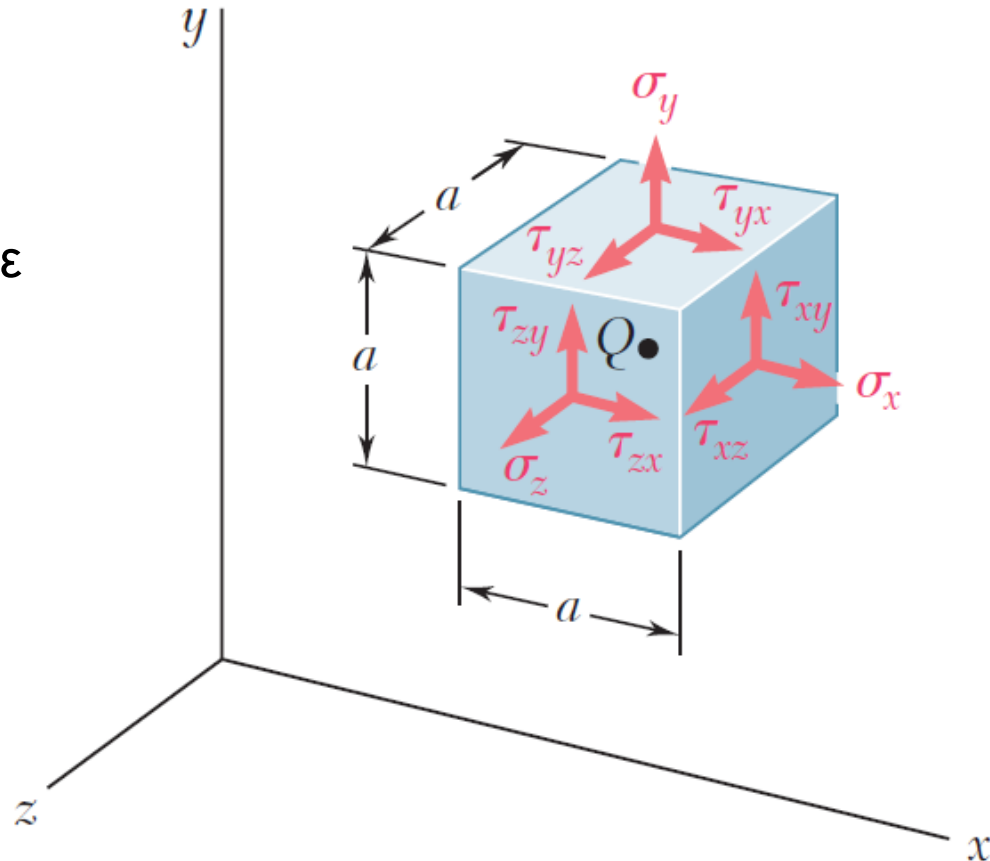
3 διατμητικές:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Διάτμηση **δεν μπορεί να εμφανίζεται σε ένα μόνο επίπεδο**, ίση διατμητική τάση θα ασκείται και σε δεύτερο επίπεδο, κάθετο στο αρχικό



Επανάληψη: Σχεδιασμός Κατασκευών

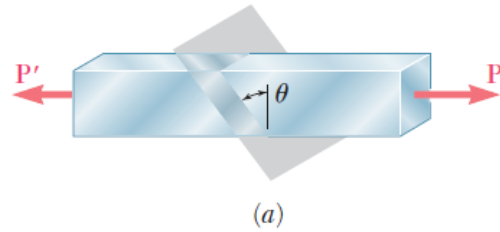
- Προσδιορισμός τάσεων αναγκαίος για τον σχεδιασμό στοιχείων που φέρουν φορτία με ασφάλεια (χωρίς αστοχία) και οικονομία.
- Το **μέγιστο φορτίο** κάθε δομικού μέλους ή στοιχείου μηχανής είναι το φορτίο στο οποίο αυτό αναμένεται να αστοχήσει (υπολογίζεται από πειραματικές δοκιμές)
- Το μέγιστο φορτίο πρέπει να είναι **σημαντικά μεγαλύτερο** από το **επιτρεπόμενο φορτίο**, δηλ. το φορτίο που επιτρέπεται να φέρει το μέλος ή το στοιχείο υπό κανονικές συνθήκες λειτουργίας.
- Λόγος μέγιστου προς επιτρεπόμενο φορτίο: **συντελεστής ασφάλειας**

$$\text{Συντελεστής ασφάλειας} = \Sigma.A. = \frac{\text{μέγιστο φορτίο}}{\text{επιτρεπτό φορτίο}}$$

Επιλογή σωστού ΣΑ, ένα από τα κρισιμότερα καθήκοντα του μηχανικού

- Παραδείγματα σχεδιασμού με μέγιστη & επιτρεπόμενη τάση

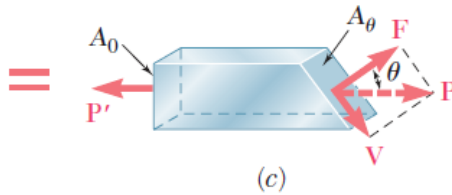
Τάσεις σε κεκλιμένο επίπεδο υπό αξονική φόρτιση



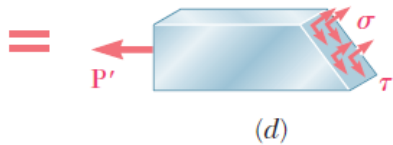
$$\sigma = \frac{F}{A_{\theta}} \quad \tau = \frac{V}{A_{\theta}}$$



$$\sigma = \frac{P \cos \theta}{A_0 / \cos \theta} \quad \tau = \frac{P \sin \theta}{A_0 / \cos \theta}$$



$$\sigma = \frac{P}{A_0} \cos^2 \theta \qquad \tau = \frac{P}{A_0} \sin \theta \cos \theta$$



ΟΡΘΕΣ ΤΑΣΕΙΣ

$$\sigma_m = \frac{P}{A_0} \quad \begin{matrix} \mathbf{max} @ \theta=0^\circ \\ \mathbf{0} @ \theta=90^\circ \end{matrix}$$

ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ

$$\tau_m = \frac{P}{2A_0} \quad \begin{matrix} \mathbf{max} @ \theta=45^\circ \\ \mathbf{0} @ \theta=0^\circ \text{ \& } \theta=90^\circ \end{matrix}$$

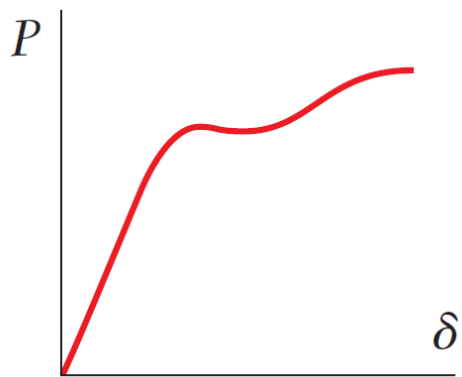
Τάσεις και Παραμορφώσεις υπό Αξονική Φόρτιση

- Ορισμός παραμόρφωσης
- Ορθές παραμορφώσεις υπό αξονική φόρτιση
- Διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης
- Μέτρο ελαστικότητας & άλλες μηχανικές ιδιότητες
- Όλκιμη-Ψαθυρή συμπεριφορά
- Φαινόμενο Poisson
- Γενικευμένος Νόμος Hooke
- Ογκομετρικό μέτρο ελαστικότητας
- Διατμητική παραμόρφωση - Μέτρο διάτμησης
- Συγκέντρωση τάσεων

Ορθή Παραμόρφωση

Παραμορφώσιμο στερεό: Ασκώντας αξονική δύναμη P στο άκρο C της ράβδου μήκους L και επιφάνειας διατομής A , το μήκος της θα αυξηθεί κατά δ (μετατόπιση C κατά δ).

Εάν η επιβαλλόμενη δύναμη αυξάνεται σταδιακά, μπορούμε να αναπαραστήσουμε τη μεταβολή της μετατόπισης δ για κάθε P :

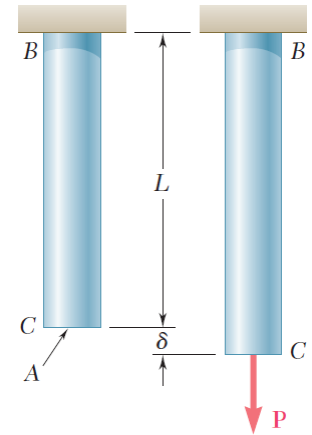
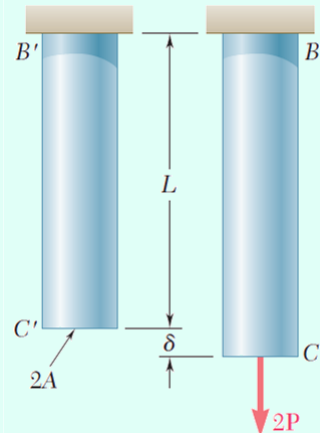


Διάγραμμα δύναμης P – μετατόπισης δ

Διάγραμμα δεν μπορεί να περιγράψει ενδογενώς το υλικό (για όλες τις διαστάσεις).

Διατομή $2A$, χρειάζεται δύναμη $2P$.

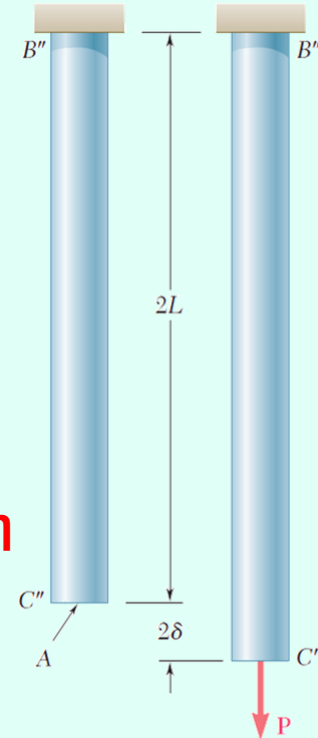
Τάση $\sigma = P/A$ σταθερή



Μήκος $2L$, μετατοπίζεται κατά 2δ .

$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$

Παραμόρφωση σταθερή (ορθή)

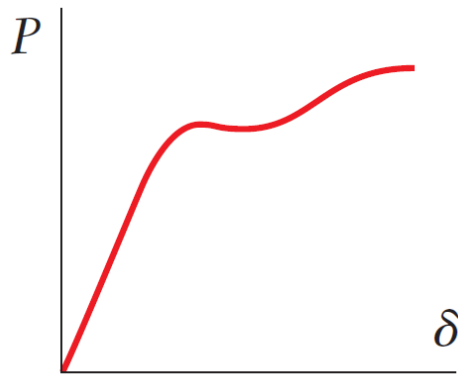


Μονάδες;

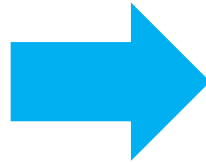
Αδιάστατο [mm/mm], [%] 9

Διάγραμμα Τάσης-Παραμόρφωσης

Αναπαριστώντας την τάση ως προς την παραμόρφωση, λαμβάνουμε διάγραμμα που περιγράφει τη μηχανική απόκριση του υλικού ενδογενώς, ανεξάρτητα από της διαστάσεις ή το δείγμα.

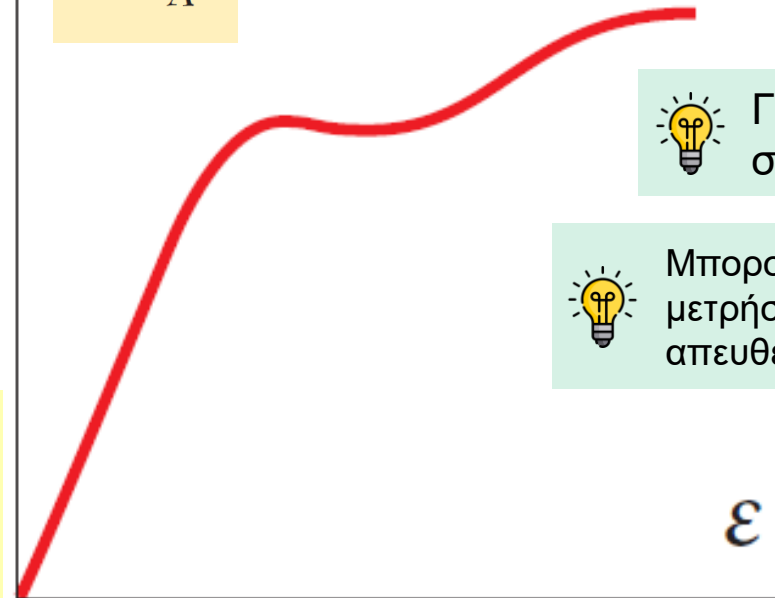


Διάγραμμα δύναμης – μετατόπισης P(δ)



σ

$$\sigma = \frac{P}{A}$$



Γιατί ίδιο σχήμα;



Μπορούμε να μετρήσουμε απευθείας σ(ε);

ϵ

$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$

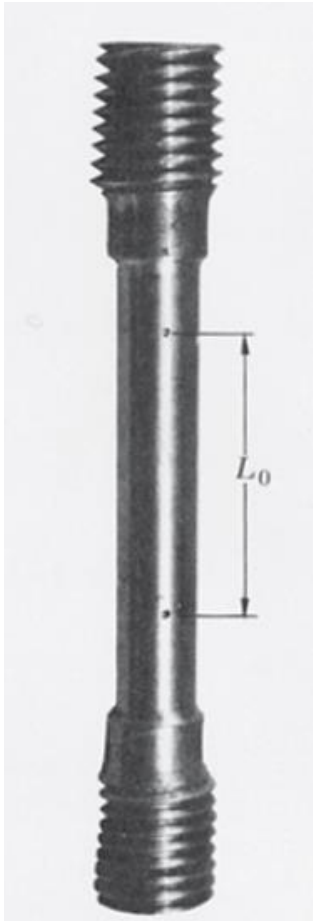
Κανονικοποιώντας κατά y ως προς τη διατομή (2D) και κατά x ως προς το μήκος (1D), εξαλείψαμε την εξάρτηση του διαγράμματος από τον όγκο (3D) του σώματος.

σ(ε): ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΥΛΙΚΟΥ

Διάγραμμα Τάσης – Παραμόρφωσης σ(ε)

Διάγραμμα Τάσης-Παραμόρφωσης (2)

Προκύπτει από υποβολή δειγμάτων του υπό μελέτη υλικού σε καταστροφικές δοκιμές εφελκυσμού.



**Δοκίμιο
εφελκυσμού
(κυλινδρικό)**

**Αρχική επιφάνεια
διατομής A [mm²]**

Ενεργό μήκος L_0 :
το κεντρικό τμήμα
όπου μετράται η
παραμόρφωση

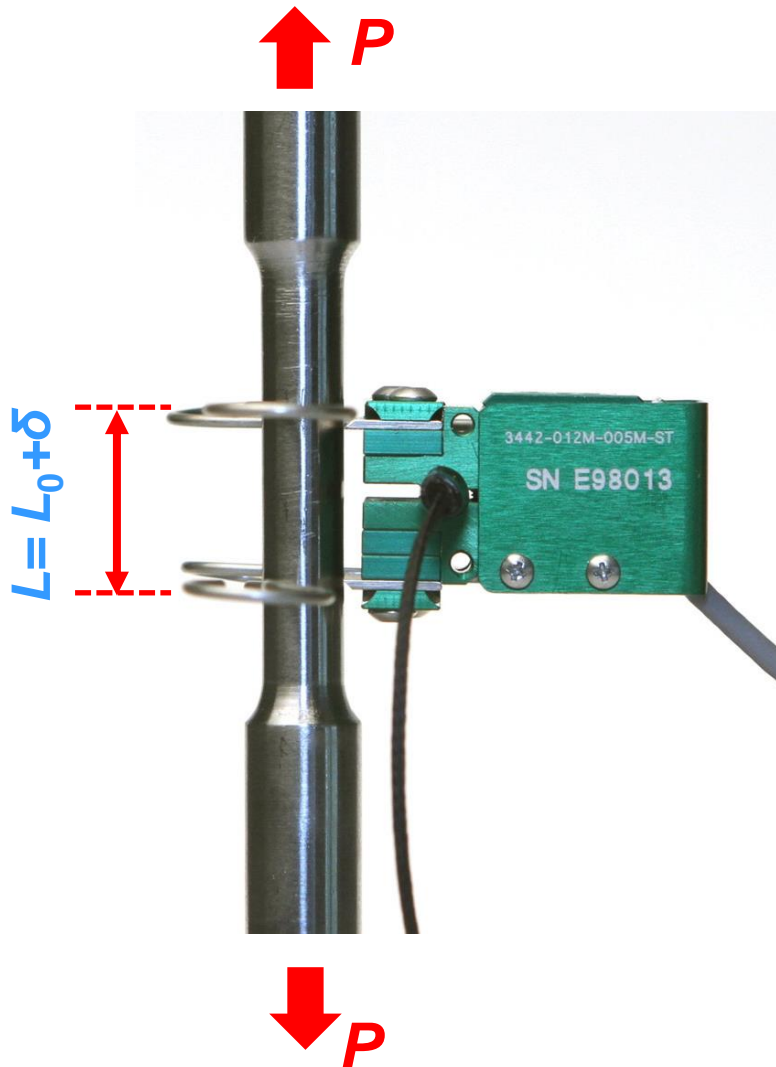


**Πλαίσιο μηχανικών
δοκιμών**

Τρόποι Φόρτισης:

1. Επιβολή $P >$ μέτρηση δ (force control)
2. Επιβολή $\delta >$ μέτρηση P (displacement control)

Διάγραμμα Τάσης-Παραμόρφωσης (3)



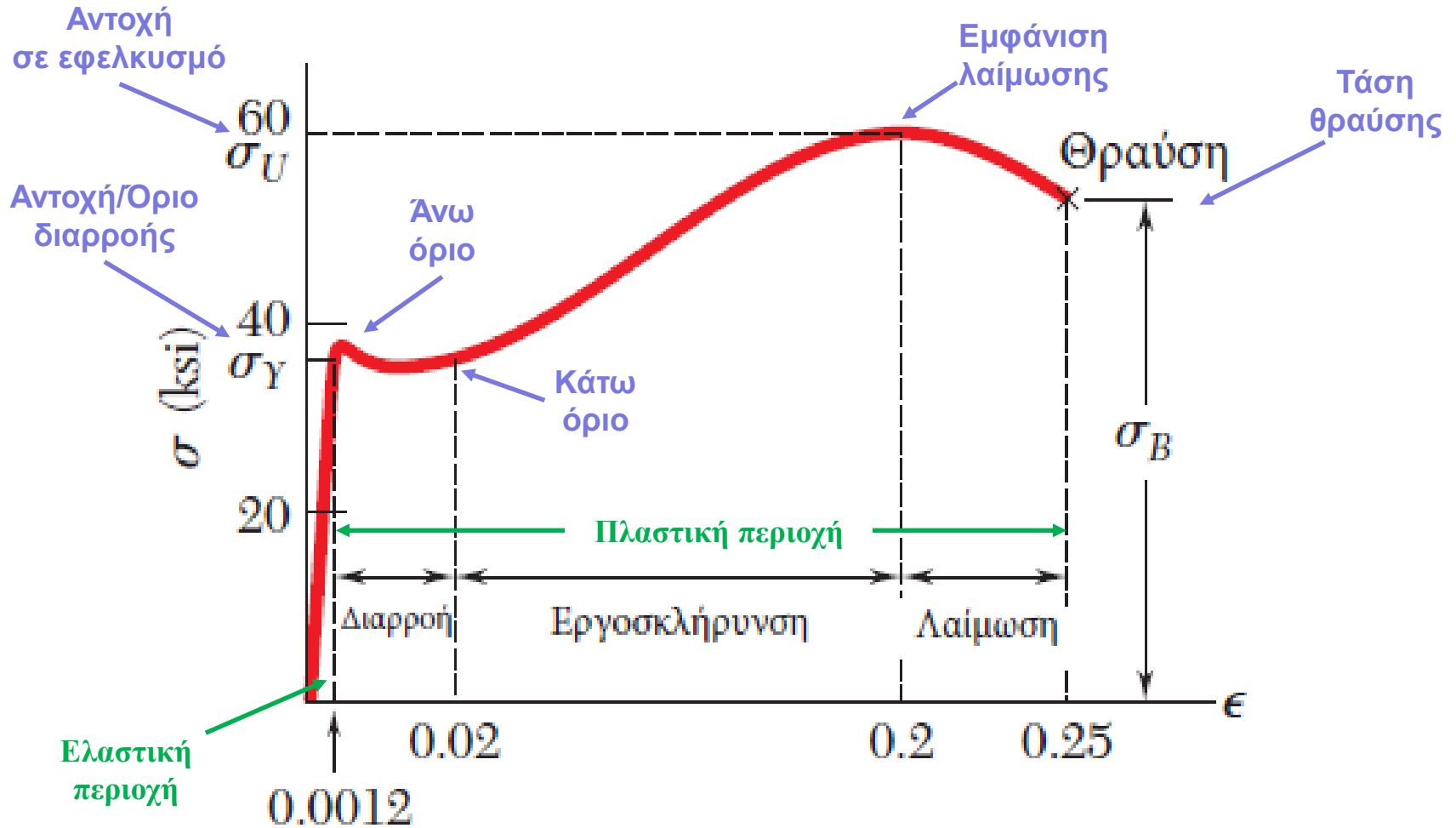
1. Μέτρηση A και L_0 πριν την δοκιμή
2. Κατά την δοκιμή, επιβολή αυξανόμενου $P >$ αύξηση ενεργού μήκους κατά δ (μετατόπιση)
3. Μέτρηση μεταβολής στιγμιαίου ενεργού μήκους (μετατόπισης δ) με εξωτερικό επιμηκυνσιόμετρο, όχι από πλαίσιο
4. Υπολογισμός μετατόπισης: $\delta = L - L_0$
5. Κατασκευή ζευγών $P(\delta)$
6. Διαίρεση P με A και δ με L_0 για κατασκευή ζευγών $\sigma(\epsilon) >$ γραφική αναπαράσταση

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$

Θεμελιώδεις πληροφορίες από $\sigma(\epsilon)$

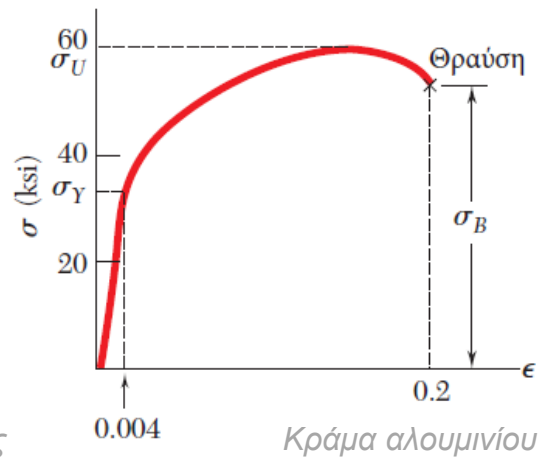
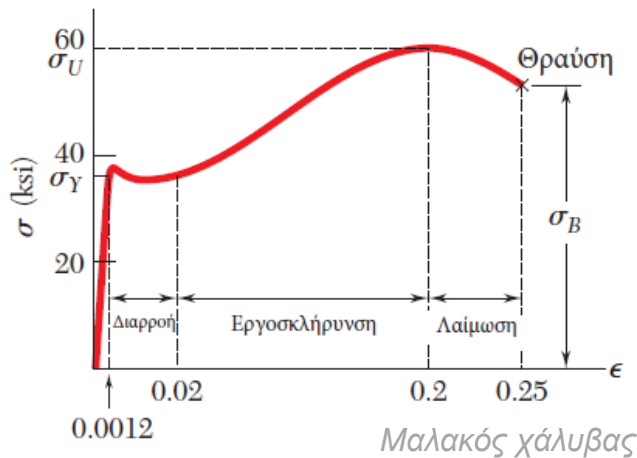
1. Συνολική συμπεριφορά και περιοχές



Θεμελιώδεις πληροφορίες από $\sigma(\epsilon)$ (2)

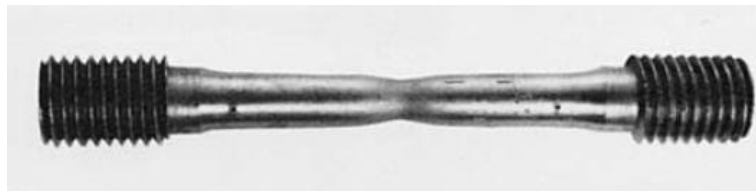
2. Κατηγοριοποίηση υλικού ως όλκιμο ή ψαθυρό

Όλκιμο εάν εμφανίζει πλαστικά φαινόμενα (διαρροή, λαίμωση, κλπ)



Όλκιμη θραύση

Κωνική επιφάνεια θραύσης με περιμετρικό χείλος 45°



Τύπος αστοχίας;



ΥΠΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗ

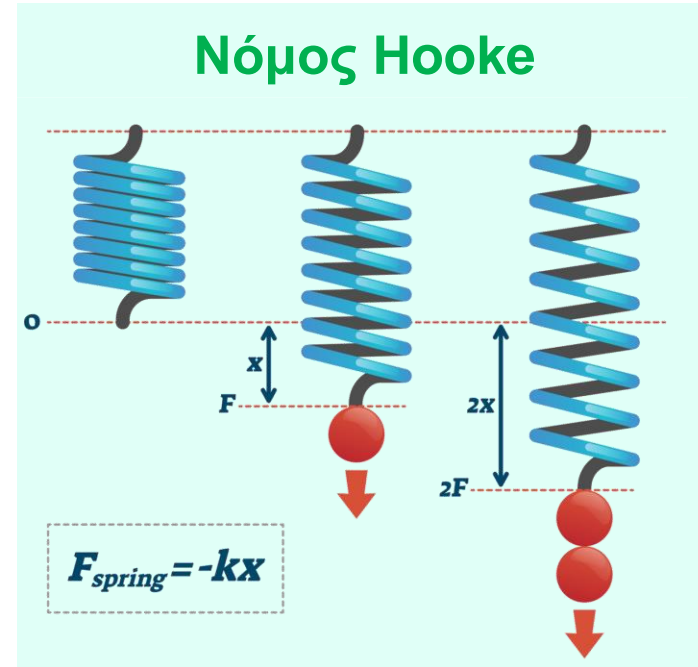
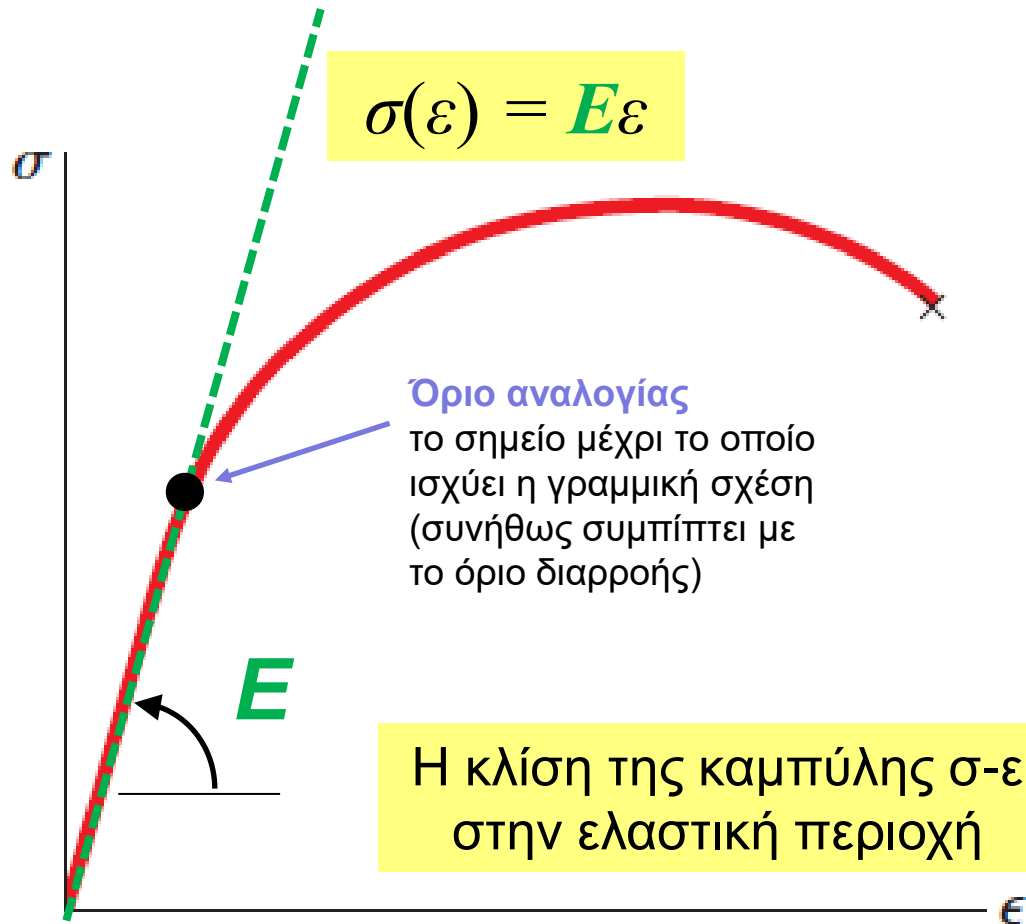
Ψαθυρή θραύση



Επίπεδη επιφάνεια θραύσης κάθετα στην επιβαλλόμενη τάση: **αστοχία υπό την επίδραση ορθών τάσεων**⁴

Θεμελιώδεις πληροφορίες από $\sigma(\epsilon)$ (3)

3. Μέτρο Ελαστικότητας ή Δυσκαμψίας ή Μέτρο Young, E



Μονάδες E ;

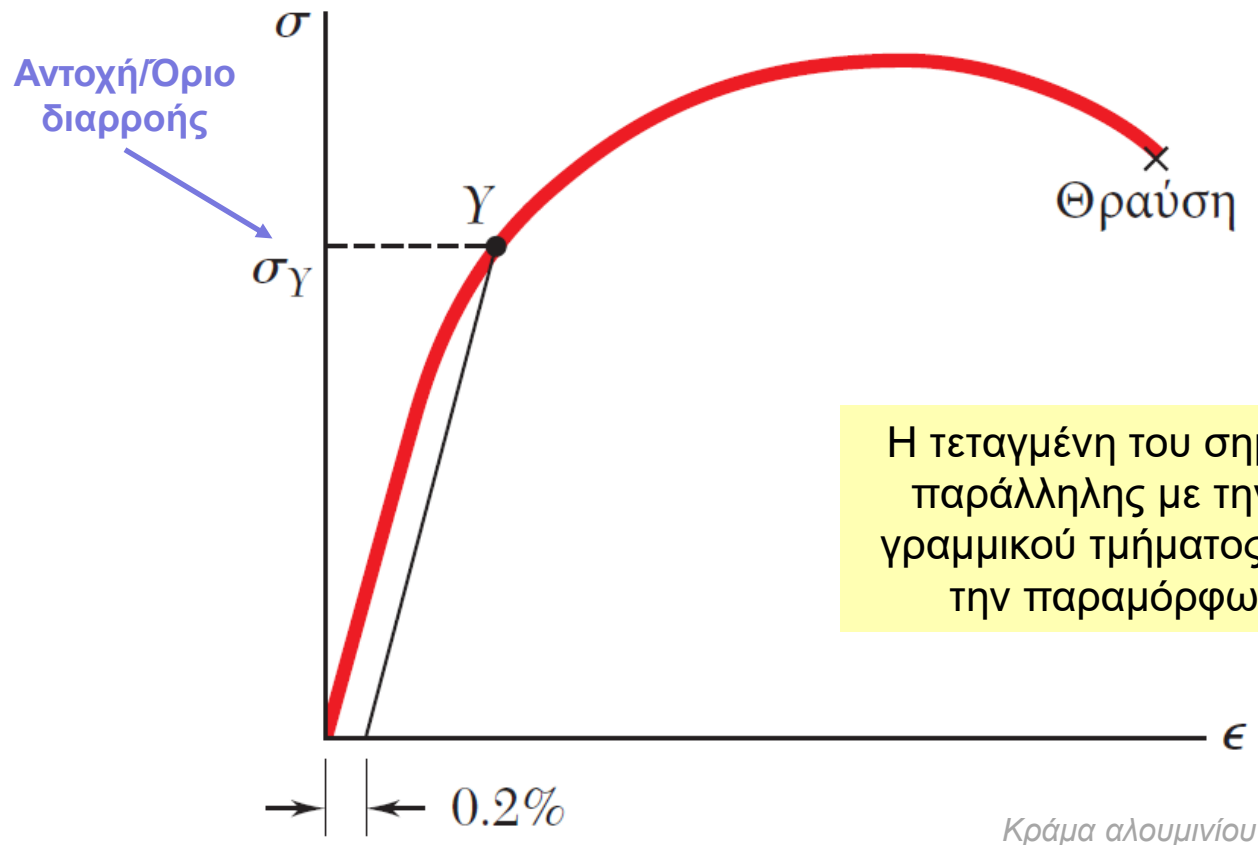
Εφόσον ϵ αδιάστατο:
ίδιες με τάση [Pa]

Τάξη μεγέθους $E \sim 10^3 \sigma_B$ 15

Θεμελιώδεις πληροφορίες από $\sigma(\epsilon)$ (4)

4. Συμβατικό όριο διαρροής 0.2%

Όταν κατά την διαρροή η τάση δεν εμφανίζει πλατό



Θεμελιώδεις πληροφορίες από $\sigma(\epsilon)$ (5)

5. Ολκιμότητα

Αν L_B , και A_B το συνολικό μήκος και η επιφάνεια διατομής κατά τη θραύση, η ολκιμότητα μετράται μέσω των :

$$\text{Ποσοστιαία επιμήκυνση} = 100 \frac{L_B - L_0}{L_0}$$

$$\text{Ποσοστιαία μείωση διατομής} = 100 \frac{A_0 - A_B}{A_0}$$

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ

- Η συμπεριφορά των διαγραμμάτων $\sigma(\epsilon)$ ποικίλει με την **θερμοκρασία** και την **ταχύτητα δοκιμής**.
- Ακόμη και με τις παραμέτρους αυτές σταθερές, οι ιδιότητες παρουσιάζουν **στατιστική διακύμανση**: απαιτείται διεξαγωγή πολλαπλών δοκιμών για τον ακριβή προσδιορισμό τους



**Διαστημικό λεωφορείο Challenger
28 Ιανουαρίου 1986**

Διερεύνηση Αστοχίας

A major malfunction

Challenger's brief flight

.678 seconds

Following Challenger's liftoff, a puff of black smoke — seen only by automatic launch cameras — indicates a problem with one of the O-ring seals at the joint between segments of the shuttle's right-hand solid rocket booster.

No human eyes see the smoke, and there would have been no way to abort the flight if they had.

58 seconds

A small jet of smoke and flame bursts through the side of the booster and quickly grows.

73 seconds

The flame burns through the strut attaching the solid rocket booster to the external fuel tank, causing the booster to swivel into the side of the tank. The resulting massive explosion destroys the space shuttle.

Full thrust

Once the boosters ignite, there is no way to shut them off.

Main shuttle engines

External fuel tank
Holds about 143,000 gallons of liquid oxygen and 385,000 gallons of liquid hydrogen.

Solid rocket booster
Manufactured in segments, which are then stacked.

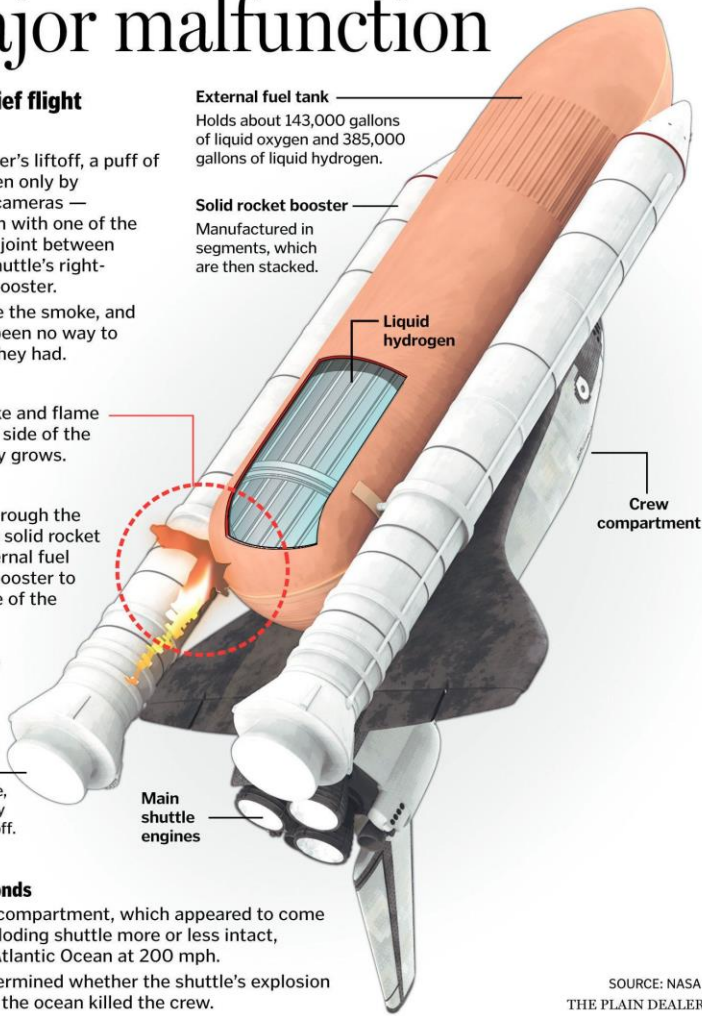
Liquid hydrogen

Crew compartment

3 minutes, 58 seconds

Challenger's crew compartment, which appeared to come away from the exploding shuttle more or less intact, smashes into the Atlantic Ocean at 200 mph.

Officials never determined whether the shuttle's explosion or the impact with the ocean killed the crew.



Richard Feynman

SOURCE: NASA
THE PLAIN DEALER

<https://www.youtube.com/watch?v=raMmRKGkGD4>



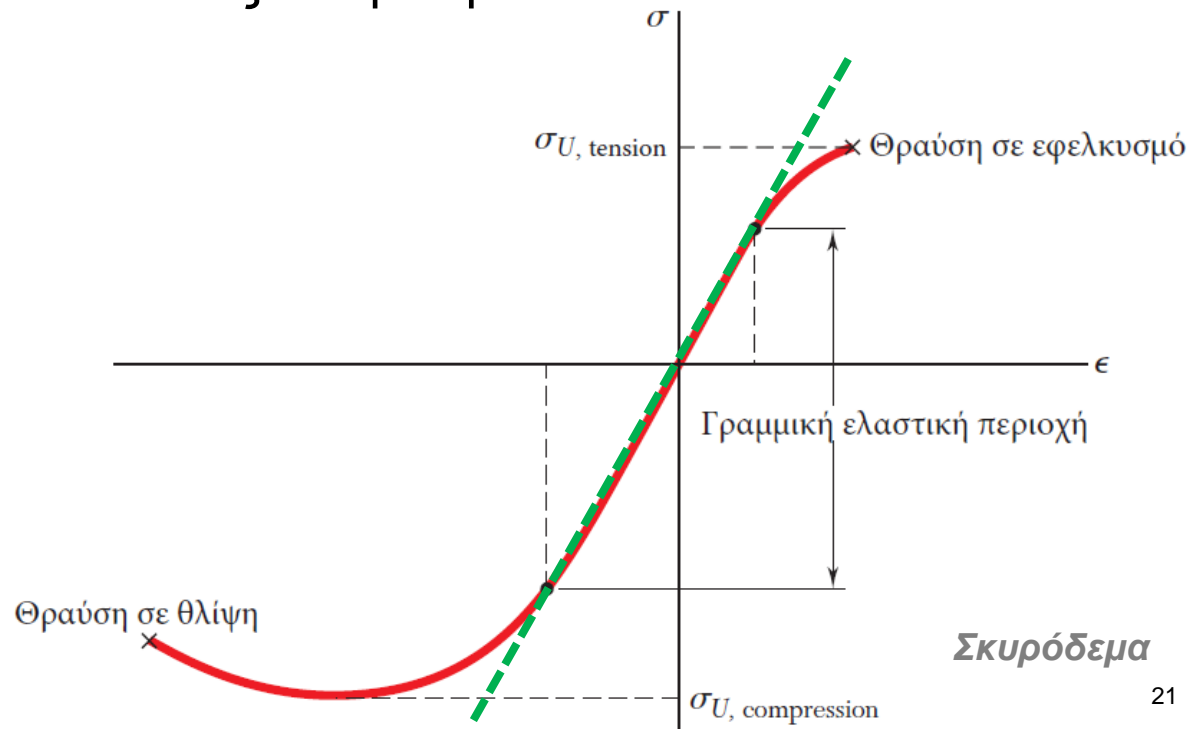
Ψαθυρή θραύση πετρελαιοφόρου λόγω κυκλικής φόρτισης που οδήγησε σε διάδοση ρωγμής κατά μήκος της περιμέτρου του

$\sigma(\epsilon)$ σε Θλιπτική Φόρτιση

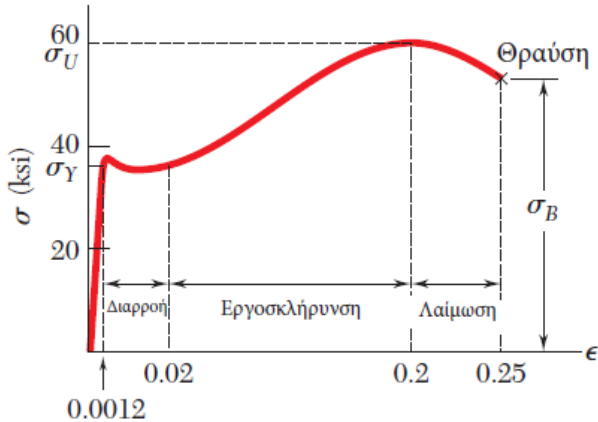
- Καμπύλη $\sigma(\epsilon)$ σε θλίψη ουσιαστικά **όμοια με εφελκυσμού** μέχρι μέγιστο φορτίο (ελαστική περιοχή, διαρροή, εργοτράχυνση)
- Σε μεγαλύτερες παραμορφώσεις, απόκλιση καμπυλών, δεν μπορεί να συμβεί λαίμωση.
- Για ψαθυρά υλικά, **θλιπτική αντοχή μεγαλύτερη εφελκυστικής** καθώς οι ρωγμές και οι ατέλειες δεν μπορούν να διαδοθούν

Σκυρόδεμα:

- **Εφελκυσμός:** Τυπική ψαθυρή συμπεριφορά, θραύση αμέσως μετά το όριο αναλογίας
- **Θλίψη:** Μεγαλύτερη ελαστική περιοχή, θραύση μετά τη μέγιστη τάση με αύξηση παραμόρφωσης, E ίδιο

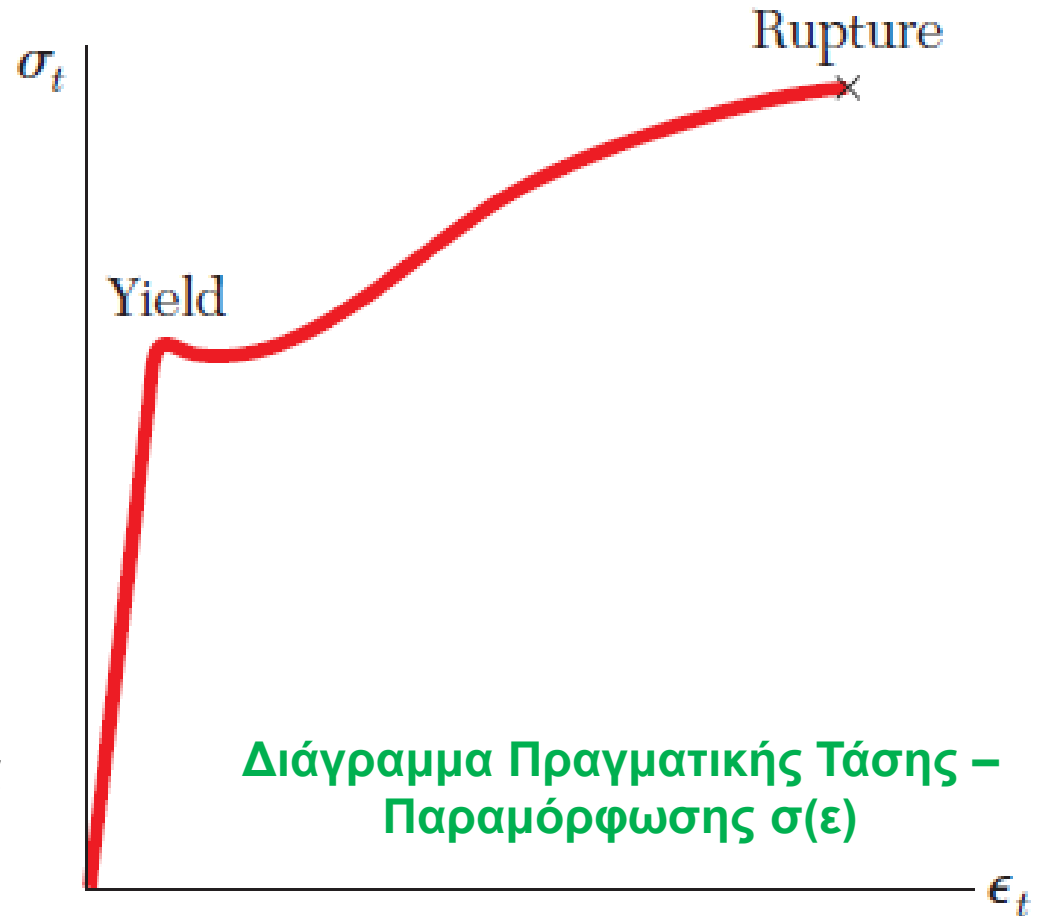


Ονομαστική vs Πραγματική Τάση



Γιατί θραύση σε τάση μικρότερη της μέγιστης;

- Γιατί αναφέρεται στην (σταθερή) **αρχική διατομή A_0**
- Η **πραγματική τάση** (πηλίκο της δύναμης προς πραγματική στιγμιαία διατομή), **αυξάνει μονότονα** μέχρι την θραύση.

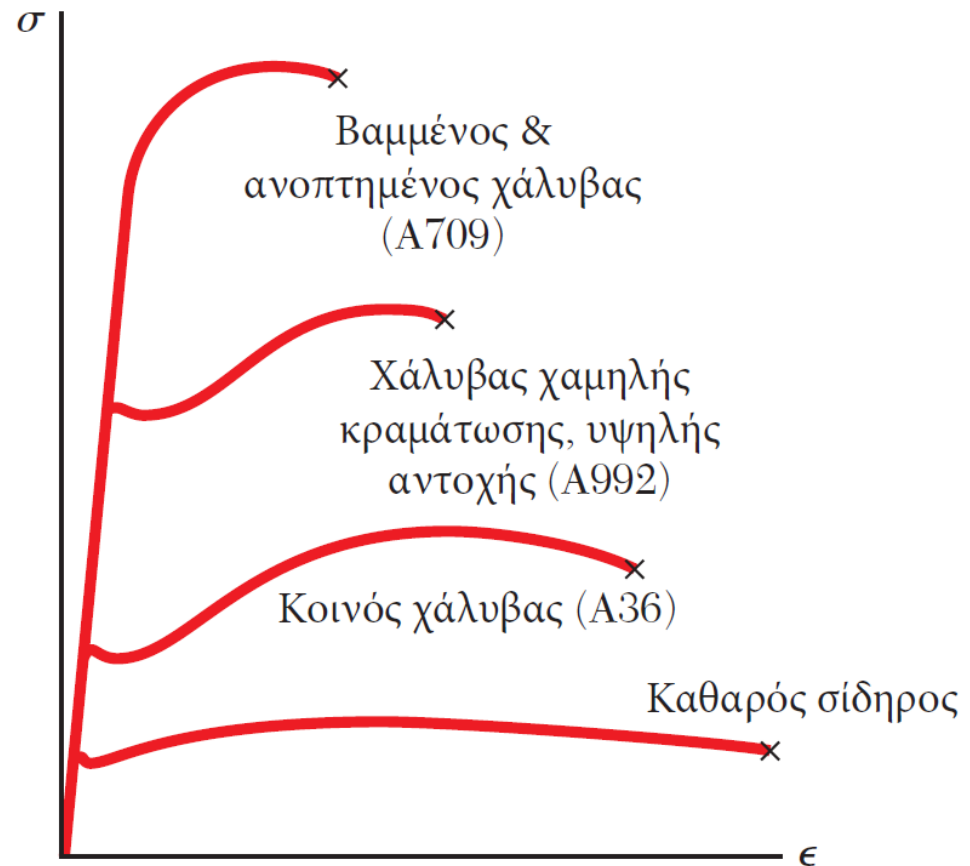


Διάγραμμα Πραγματικής Τάσης – Παραμόρφωσης $\sigma(\epsilon)$

Επίδραση Κραμάτωσης & Κατεργασίας

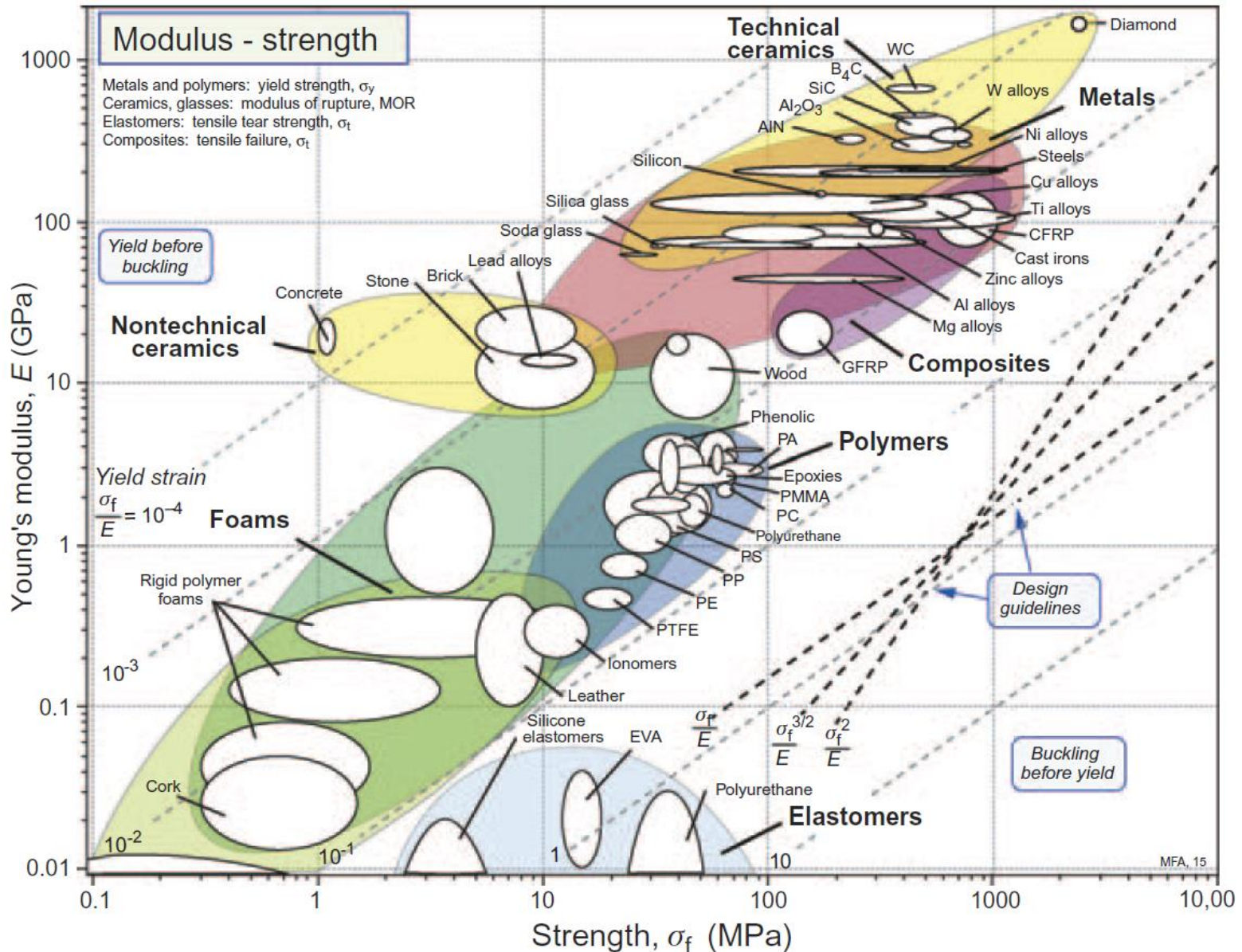
Στα κράματα, η αντοχή, η ολκιμότητα ακόμη και η αντίσταση στη διάβρωση των υλικών, επηρεάζονται από την **κραμάτωση**, την **θερμική κατεργασία** και την **διαδικασία παρασκευής**.

- Ίδια δυσκαμψία E
- Διαφορετική αντοχή διαρροής σ_y
- Διαφορετική αντοχή σ_B
- Διαφορετική ολκιμότητα ϵ_B



$\sigma(\epsilon)$ για σίδηρο και
διάφορους χάλυβες

Διάγραμμα Ashby E(σ_f)



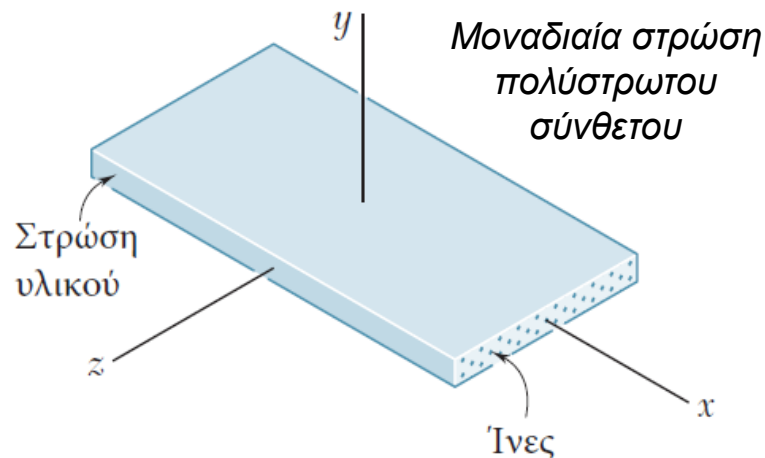
Ισοτροπία

Όταν η σχέση μεταξύ ορθής τάσης και ορθής παραμόρφωσης $\sigma = E\varepsilon$ παραμένει ίδια σε όλες τις διευθύνσεις εξέτασης, οι **μηχανικές ιδιότητες του υλικού είναι ανεξάρτητες από τη διεύθυνση φόρτισης**.

Τέτοια υλικά καλούνται **ισότροπα**.

Υλικά των οποίων οι ιδιότητες **μεταβάλλονται με την διεύθυνση** στην οποία εξετάζονται καλούνται **ανισότροπα**.

Μια σημαντική κατηγορία ανισότροπων υλικών είναι τα **σύνθετα υλικά**: Προκύπτουν από την εισαγωγή ινών (φάση ενίσχυσης) από ένα ισχυρό, δύσκαμπτο υλικό σε μια λιγότερο ισχυρή φάση που καλείται μήτρα (συνεχής φάση).



$$E_x > E_y, E_z$$

Κυκλική Φόρτιση: Κόπωση

Σε πραγματικές εφαρμογές, η φόρτιση των περισσότερων στοιχείων δεν είναι καταστροφική (μέχρι την αστοχία) αλλά **κυκλικά επαναλαμβανόμενη** μέσα σε ένα εύρος φορτίων, **με τιμές μικρότερες** της αντοχής.

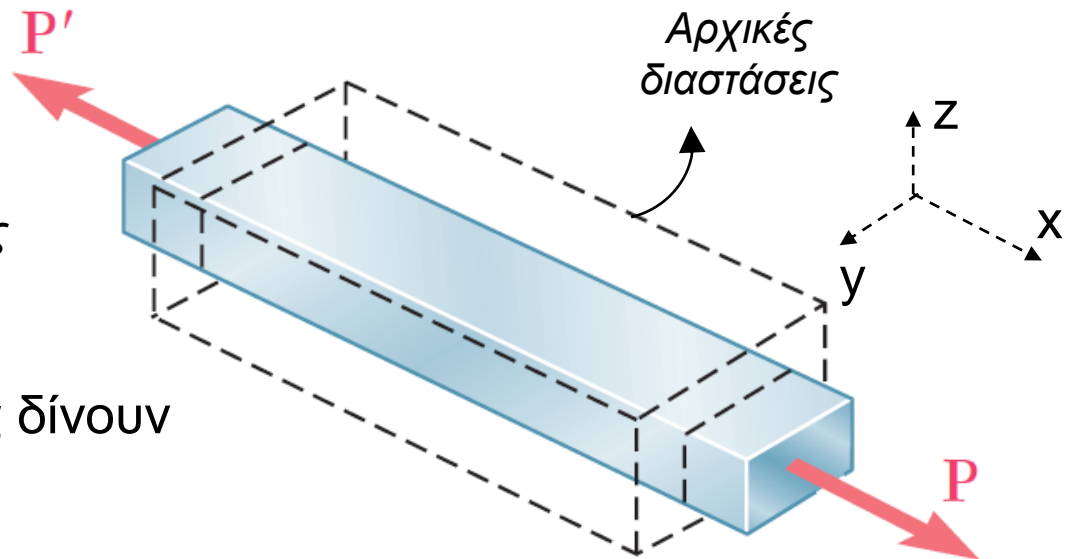
Το φαινόμενο κατά το οποίο το υλικό αστοχεί λόγω κυκλικής φόρτισης σε επίπεδο τάσης χαμηλότερο της αντοχής, καλείται **κόπωση**.

Φαινόμενο Poisson

Σε όλα τα τεχνικά υλικά, μεταβολή του μήκους που παράγεται από αξονική δύναμη P , στη διεύθυνση της δύναμης, συνοδεύεται από αντίθετη μεταβολή μήκους στις δύο εγκάρσιες διευθύνσεις.

πχ, επιμήκυνση στον άξονα της δύναμης εφελκυσμού συνοδεύεται από συστολή στις εγκάρσιες διευθύνσεις

Οι εγκάρσιες μετατοπίσεις δίνουν αντίστοιχες **εγκάρσιες παραμορφώσεις**, ϵ_y & ϵ_z



Λόγος Poisson:

$$\nu = - \frac{\text{εγκάρσια παραμόρφωση}}{\text{αξονική παραμόρφωση}}$$

$$\nu = - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x}$$

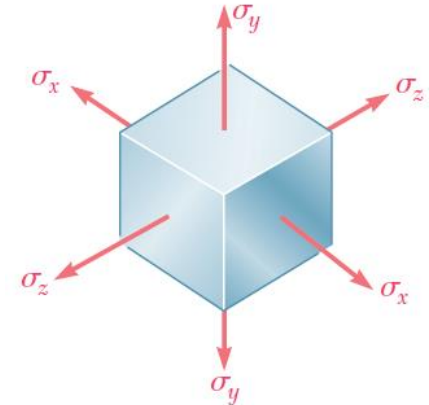
ϵ_y & ϵ_z αντίθετου πρόσημου από $\epsilon_x \rightarrow$ **ν θετική ποσότητα**

$$\epsilon_y = \epsilon_z = - \frac{\nu \sigma_x}{E}$$

Εγκάρσιες παραμορφώσεις ϵ_y & ϵ_z εξαιτίας ϵ_x & φαινομένου Poisson

Γενικευμένος Νόμος Hooke για Τριαξονική Φόρτιση Ισότροπου Υλικού

- Στο πείραμα εφελκυσμού, το δοκίμιο καταπονείται σε **απλή αξονική** φόρτιση.
- Στοιχεία που υπόκεινται σε φορτία στις 3 κύριες διευθύνσεις που προκαλούν τάσεις σ_x , σ_y , σ_z , υποβάλλονται σε **τριαξονική φόρτιση***.



Αρχή επαλληλίας

Το αποτέλεσμα 2 ή περισσότερων φορτίσεων που δρουν ταυτόχρονα σε σώμα, ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των αποτελεσμάτων κάθε φόρτισης αν δρούσε ξεχωριστά στο ίδιο σώμα.

Η σ_x προκαλεί παραμόρφωση σ_x/E στην διεύθυνση x & παραμορφώσεις $-\nu\sigma_x/E$ στις y & z. Ομοίως για σ_y και σ_z & καταλήγουμε:

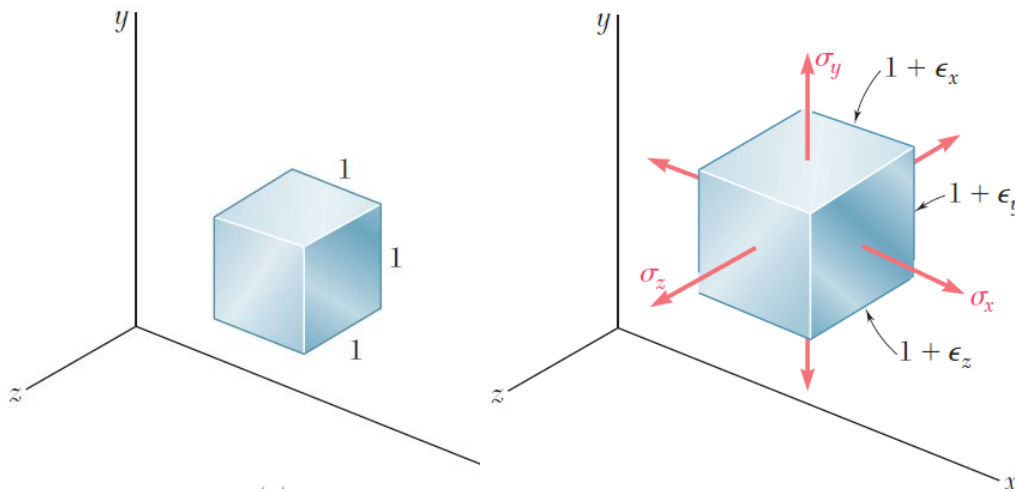
$$\begin{aligned}\epsilon_x &= +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} \\ \epsilon_y &= -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} \\ \epsilon_z &= -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}\end{aligned}$$

Γενικευμένος Νόμος Hooke για **Τριαξονική** Φόρτιση Ισότροπου Υλικού

* Δεν είναι η γενικευμένη φόρτιση της διάλεξης 5, δεν περιλαμβάνεται διάτμηση

Ογκομετρικό Μέτρο Ελαστικότητας

- Μελέτη επίδρασης τριαξονικής φόρτισης σε όγκο ισότροπου υλικού.
- Κυβικό στοιχείο ισότροπου υλικού, **μοναδιαίας ακμής** υπό 3αξονική φόρτιση.



Τελικά μήκη ακμών:

$$1 + \epsilon_x, 1 + \epsilon_y, 1 + \epsilon_z$$

Όγκος:

$$v = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z)$$

Αν $\epsilon_i \ll 1$, $\epsilon_i \epsilon_j \rightarrow 0$, οπότε

$$v = 1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

Αρχικός όγκος=1

Μεταβολή όγκου e :

$$e = v - 1$$

$$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$e = \frac{1 - 2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

$$k = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}$$

**Ογκομετρικό
Μέτρο
Ελαστικότητας**

$$e = -\frac{3(1 - 2\nu)}{E}p$$

$$e = -\frac{p}{k}$$

Αν $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$
όπως για
υδροστατική
πίεση $\sigma_i = -p$

Ογκομετρικό Μέτρο & Λόγος Poisson

$$k = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} > 0 \Rightarrow \nu < \frac{1}{2}$$

Συνεπώς για όλα τα τεχνικά υλικά:

$$0 < \nu < \frac{1}{2}$$



Φυσική σημασία $\nu < 0.5$;



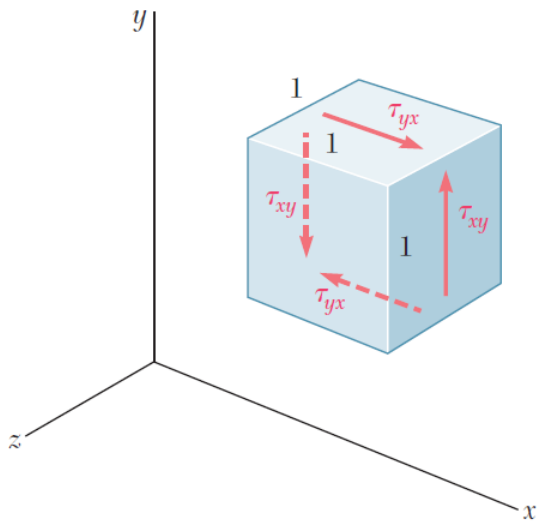
$\nu > 0.5$;

Material	Poisson's ratio
Rubber	0.4999
Gold	0.42 -0.44
Copper	0.33
Stainless steel	0.30-0.31
Steel	0.27-0.30
Cast iron	0.21-0.26
Concrete	0.1-0.2
Glass	0.18-0.3
Foam	0.10-0.50
Cork	0.0

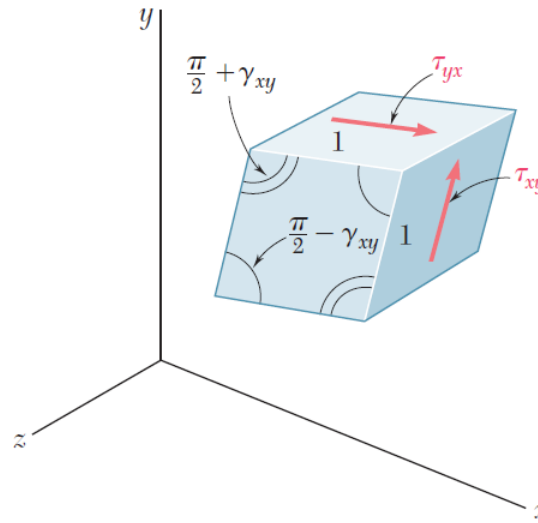
- Υλικό με $\nu=0$ θα μπορούσε να τανυστεί σε μια διεύθυνση **χωρίς να εμφανίσει εγκάρσια συστολή**
- Υλικό με $\nu=1/2 > k=\infty > e=0$, θα ήταν **υδροστατικά ασυμπίεστο**

Διατμητική Παραμόρφωση

- Σε **γενικευμένη φόρτιση** λαμβάνουμε υπόψη και τις διατμητικές τάσεις τ_{xy} , τ_{yz} και τ_{zx}
- Υπό την επίδρασή τους, το κυβικό στοιχείο υλικού θα παραμορφωθεί προς **λοξό παραλληλεπίπεδο** (ρομβοειδές).



Κύβος μοναδιαίας ακμής στον
οποίον δρουν μόνο τ_{xy} και τ_{yx}



Αποτέλεσμα: ρομβοειδές με 2
γωνίες μειωμένες & 2
προσαυξημένες κατά γ_{xy}

Η γωνία γ_{xy} (rad)
είναι η **διατμητική
παραμόρφωση** στις
διευθύνσεις x και y

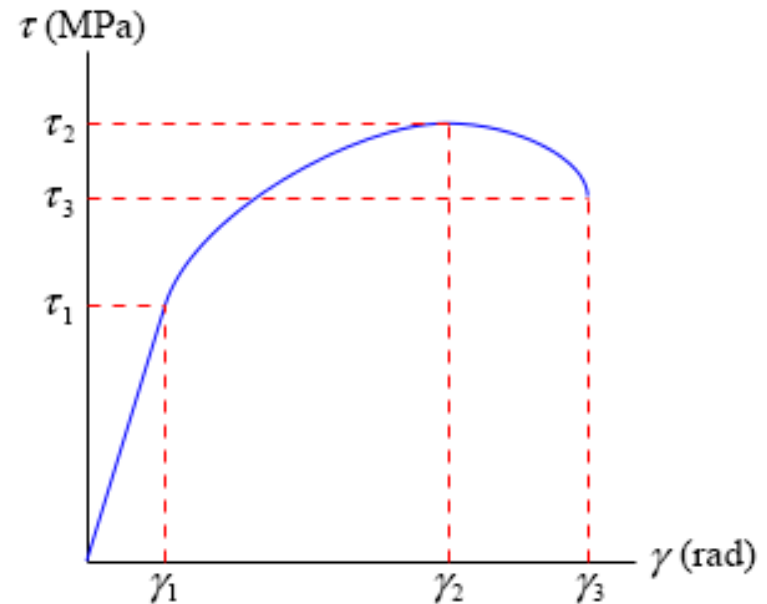
Μετρείται σε ακτίνια, rad

**Πρόσημο διατμητικής
παραμόρφωσης**

Θετικό : μείωση γωνίας
Αρνητικό: αύξηση γωνίας

Διάγραμμα $\tau(\gamma)$

Αναπαριστώντας διαδοχικά ζεύγη τιμών $\tau_{xy}-\gamma_{xy}$ (πχ πείραμα στρέψης), λαμβάνουμε το **διάγραμμα $\tau(\gamma)$** διατμητικής τάσης ως προς διατμητική παραμόρφωση.



- Οι **αντοχές διαρροής και θραύσης** ενός υλικού σε διάτμηση ανέρχονται περίπου **στο ήμισυ** εκείνων σε εφελκυσμό.
- Όπως και στις ορθές τάσεις, το **αρχικό τμήμα είναι γραμμικό**.

- Εντός του ορίου αναλογίας:

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}$$

Νόμος Hooke σε διάτμηση

G : μέτρο διάτμησης, [Pa]

Με ανάλογη συλλογιστική:

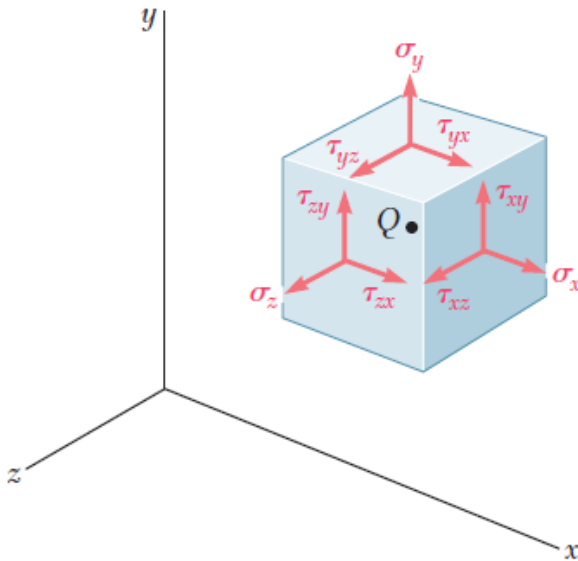
$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz}$$

$$\tau_{zx} = G\gamma_{zx}$$



Γιατί χρησιμοποιώ το ίδιο G ;

Γενικευμένη Φόρτιση – Νόμος Hooke



Για γενικευμένη φόρτιση & ελαστικές τάσεις (< ορίου αναλογίας), χρησιμοποιώντας την αρχή της επαλληλίας, οι παραμορφώσεις που προκαλούνται σε υλικό από αυθαίρετο συνδυασμό τάσεων:

$$\epsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

E , G & ν , συνδέονται μεταξύ τους:

$$\frac{E}{2G} = 1 + \nu$$

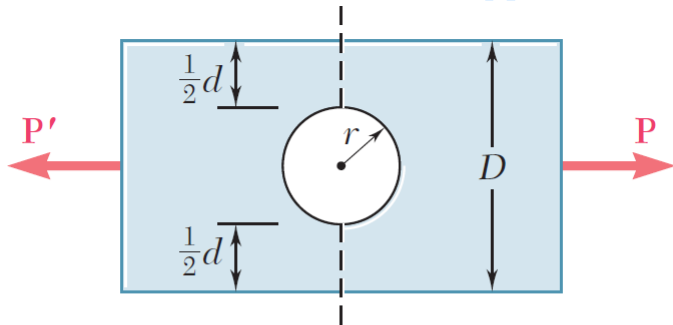
(Βλ. απόδειξη, ενότητα 2.8 συγγράμματος)

Γενικευμένος Νόμος Hooke για Γενικευμένη Φόρτιση Ομοιογενούς Ισότροπου Υλικού

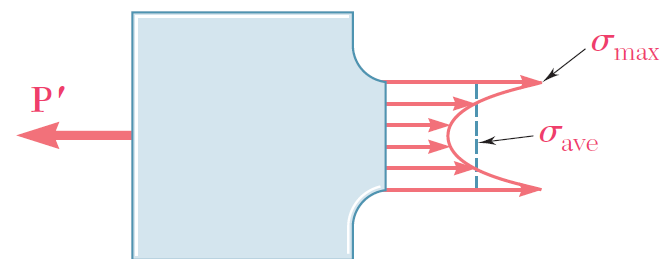
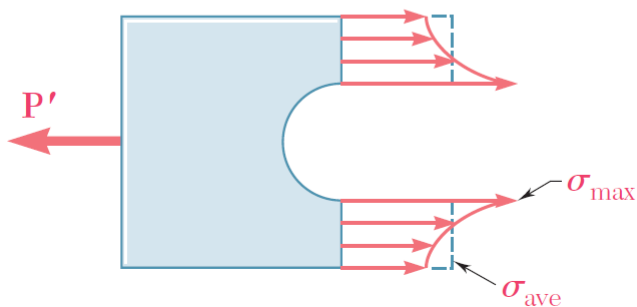
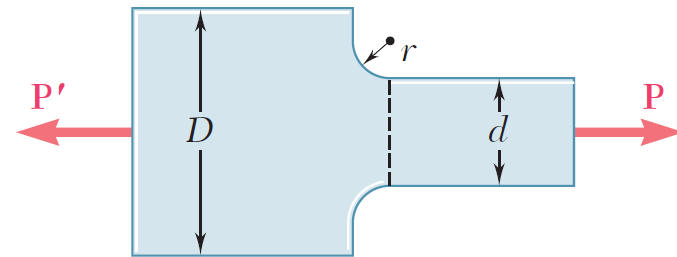
Συγκέντρωση Τάσεων

Κοντά σε ατέλειες/ασυνέχειες υλικού και απότομες μεταβολές διατομής, οι τάσεις μεγεθύνονται (συγκεντρώνονται).

Ατέλεια/ασυνέχεια



Μεταβολή διατομής

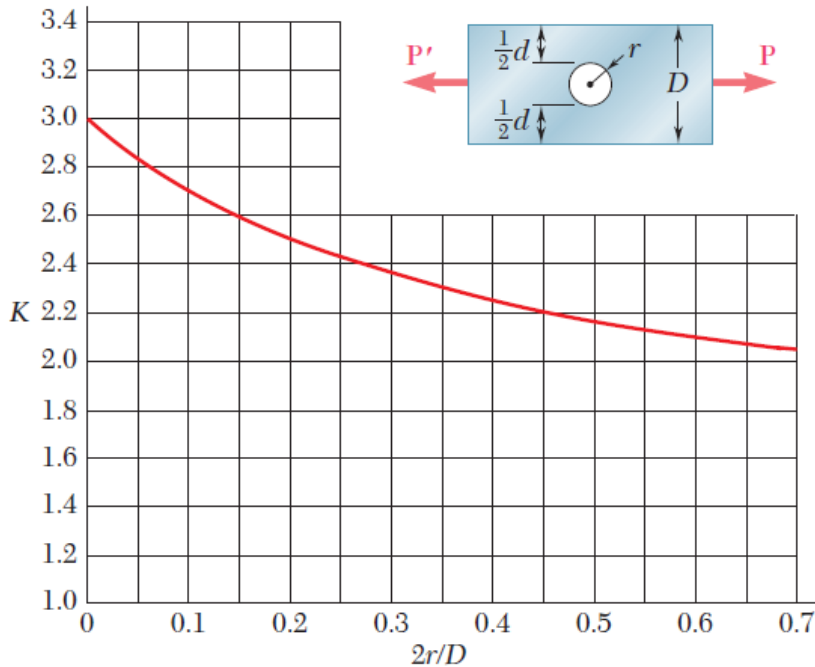


Συντελεστής συγκέντρωσης τάσης:

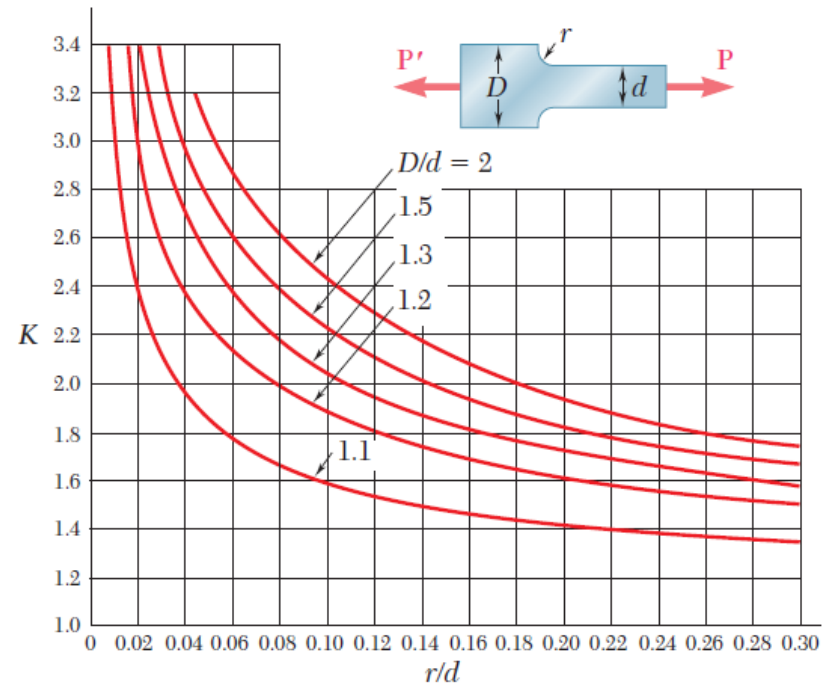
$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ave}}}$$

Συντελεστής Συγκέντρωσης Τάσεων

Ατέλεια/ασυνέχεια



Μεταβολή διατομής

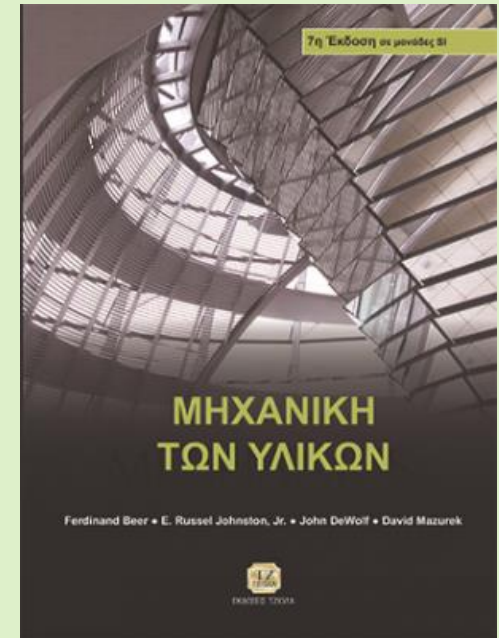


Παρουσία ατέλειας/ασυνέχειας ή μεταβολής διατομής, ο **σχεδιασμός** και ο συντελεστής ασφάλειας, πρέπει να λαμβάνει υπόψη την **μέγιστη τάση** λόγω του φαινομένου της συγκέντρωσης τάσεων.

Ανακοινώσεις

Περισσότερη Μελέτη:

- Κεφάλαιο 2, F. Beer et al, Μηχανική των Υλικών, 7^η Έκδοση, 2022
- Υλικά με αρνητικό λόγο Poisson:
 - https://www.youtube.com/watch?v=M_7Prst1Ysc
 - <https://www.youtube.com/watch?v=al4F1Cu6L84>



Ώρες συνεργασίας με φοιτητές: Τετάρτη 12.00-14.00